

Der Lichtwechsel des Eros

Teil II: Die Rotation des Eros und ihr Einfluß auf den Lichtwechsel

Von J. STOBBE, Berlin-Babelsberg

Eingegangen 1939 Juli 29

Unter der Annahme, daß der Lichtwechsel des Eros durch Rotation eines oder zweier deformierter Körper hervorgerufen wird, ist die Lage der Rotationsachse von mehreren Autoren bestimmt worden. Da die Resultate stark abweichen, inzwischen aber auch die Beobachtungen der Opposition 1937-38 hinzugekommen sind, war eine durchgreifende Untersuchung erwünscht.

Es wird ein Verfahren entwickelt, die Lage des Rotationspols aus den Amplituden auf graphischem Wege für jede Opposition getrennt zu bestimmen. Als neues Kriterium für die Richtigkeit des Pols wird der Gang der beobachteten Phasenzeiten hinzugenommen. Es zeigt sich, daß der Pol Schwankungen bis zu 30° um eine Mittellage ausführt. Die Natur der Schwankungen wird untersucht.

Mit Hilfe der neuen Polwerte gelingt es, die siderische Periode der Rotation so genau zu bestimmen, daß eine Verbindung der Oppositionen möglich wird. Damit sind die Grundlagen für eine Vorausberechnung der Phasenzeiten gegeben.

Die 1931 mikrometrisch gemessenen Positionswinkel des Eros von van den Bos und Finsen werden durch die neuen Rotationselemente ausgezeichnet dargestellt.

1. Ausgangslage und Ziel

Der kleine Planet Eros weist neben seiner besonderen Bahnform bemerkenswerte Helligkeitsschwankungen auf. Beide Eigenschaften haben die Bearbeiter des Planeten vor Aufgaben gestellt, deren restlose Lösung mehr Schwierigkeiten macht, als man ursprünglich erwarten konnte. Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Helligkeitsschwankungen und gewisse Abweichungen der beobachteten Orte von der berechneten Bahn in ursächlichem Zusammenhang stehen. Daher schien es geboten, das gesamte Material der Helligkeitsbeobachtungen einer einheitlichen Bearbeitung zu unterziehen.

In der Entdeckungsoption — Eros wurde 1898 Aug. 13 von G. Witt entdeckt — sind keine Helligkeitsschwankungen bemerkt worden. Erst in der folgenden Opposition 1900-01 zeigten sich periodische Änderungen, deren Amplitude allmählich zunahm. Die erste definitive Mitteilung stammt von E. von Oppolzer¹⁾ 1901 Feb. 8. E. Hartwig²⁾ veröffentlichte nachträglich Beobachtungen, die Schwankungen bereits von 1900 Sep. ab zeigen, aber infolge ihrer zufälligen Anlage keine genauen Schlüsse weder auf die Amplituden noch auf die Phasen ziehen lassen. E. C. Pickering³⁾ gelang es, auf Harvard-Platten Eros bis 1893 zurück zu verfolgen. Einige Strichspuren des Planeten aus den Jahren 1894 und 1896 weisen Maxima der Helligkeit auf. Diese Werte konnten zum Vergleich der Theorie benutzt werden. Im übrigen gründen sich aber die folgenden Untersuchungen auf Beobachtungen, die nach 1901 Feb. 14 angestellt worden sind. Besonders die Oppositionen 1930-31 und 1937-38, in denen Eros der Erde sehr nahe kam, haben ein umfangreiches und auch photometrisch einwandfreies Material geliefert.

Die Form der Lichtkurve ist aus zahlreichen Veröffentlichungen bekannt. Siehe z. B. eine Arbeit von M. Beyer⁴⁾ und den ersten Teil dieser Untersuchung⁵⁾. Die Amplitude der Helligkeit schwankt zwischen 0 und 1.5 Größenklassen. Aufeinanderfolgende Minima sind nicht immer gleich tief. Sie folgen auch nicht in genau gleichem Abstand, jedoch sind die Abweichungen wechselnd. Verhältnismäßig gute, wenn auch nicht völlige Übereinstimmung zeigen Intervalle, die je zwei Minima und Maxima enthalten. Es liegt daher nahe, die Dauer eines solchen Intervalls als Periode ($P = 5^h 16^m 12^s.9$) anzunehmen.

¹⁾ Notiz betr. Planet 433 Eros. Astron. Nachr. **154**:397 (1901).

²⁾ Nachricht über Heliometermessungen des Planeten 433 Eros zur Bestimmung der Sonnenparallaxe und die Beobachtungen seiner Helligkeitsänderungen in Bamberg. Astron. Nachr. **155**:145 (1901).

³⁾ Variability in Light of Eros. Astron. Nachr. **155**:307 (1901).

⁴⁾ Visuelle Beobachtungen des Eros-Lichtwechsels in der Opposition 1937-38. Astron. Nachr. **267**:27 (1938).

⁵⁾ Der Lichtwechsel des Eros. Teil I. Photographische Beobachtungen der Opposition 1937-38. Astron. Nachr. **267**:17 (1938).

Als Erklärung für den Lichtwechsel sind verschiedene Ursachen denkbar. Ihnen allen ist die Annahme einer Rotation des Eros gemeinsam, wobei die Amplitude von der Lage des Beobachters zur Rotationsachse abhängen soll. Folgende Hypothesen sind aufgestellt worden:

1. Von der Kugelgestalt stark abweichende Form. Auf diese Möglichkeit hat schon E. C. Pickering¹⁾ 1901 hingewiesen. H. N. Russell²⁾ hat genauer untersucht, welche Schlüsse man aus der Form der Lichtkurve auf die Gestalt ziehen könne, und gefunden: Man kann (theoretisch) immer die Lage des Äquators bestimmen, aber nicht über die Gestalt im allgemeinen etwas aussagen. Selbst wenn man sich auf konvexe Formen beschränkt, sind beliebig viele möglich.

Ob die größte Achse in der Richtung der Rotationsachse oder senkrecht zu ihr liegt, ist deshalb ebenfalls unsicher. Stabilitätsbedenken treten bei einem festen Körper in keinem Fall auf. Man neigt aber von vornherein mehr zu der Ansicht, daß der Planet um seine kürzeste Achse rotiert.

2. Zwei Planeten in sehr kleinem Abstand. Hypothese von Ch. André³⁾. Lichtwechsel nach Art der β Lyrae-Sterne. Elliptische Bahn zur Erklärung der Zeitunterschiede der Minima. Elliptische Form der Komponenten zur Erklärung der Größe der Amplitude. Gegen die Hypothese wendet sich H. Seeliger⁴⁾, für sie spricht K. Lundmark⁵⁾, der nachweist, daß die Bahndimensionen mit annehmbaren Werten für Massen und Dichten der Komponenten vereinbar sind.

3. Flecken auf der Oberfläche des Planeten. Die Differenzen im Reflexionsvermögen müßten jedoch bei der Größe der Amplitude und der spitzen Form des Minimums unwahrscheinlich groß sein.

4. Quasispiegelnde Reflexion. L. Bell⁶⁾ äußerte die Ansicht, daß der Planet kristallinische Struktur besitzen und das reflektierte Licht von gewissen Teilen der Oberfläche vorzugsweise in bestimmte Richtungen reflektiert werden könnte.

Es ist wahrscheinlich, daß die Ursachen 3 und 4 einen Beitrag zu den Helligkeitsänderungen liefern, als alleinige Ursache wird man sie aber kaum annehmen. Da eine längliche, möglicherweise auch doppelte Form des Planeten visuell beobachtet worden ist, kann man die Annahme 1 oder 2 den weiteren Untersuchungen zugrunde legen. Das Resultat wird, soweit es die Erklärung des Lichtwechsels in groben Zügen betrifft, nicht verschieden sein, da es hierfür auf dasselbe hinauskommt, ob man sich 2 Komponenten starr miteinander verbunden denkt oder frei.

Alle bisherigen Bearbeiter haben die Hypothese eines deformierten Körpers angenommen und ein Modell gewählt, bei dem ein ellipsoidischer oder zylinderförmiger Körper um seine kürzeste Achse rotiert. Sieht man von der Erde her auf einen derart rotierenden Eros, so wird die Helligkeitsschwankung am größten sein, wenn der Sehstrahl in der Äquatorebene des Eros verläuft. Dagegen ist die Amplitude null, wenn die Beobachtung in der Richtung der Rotationsachse erfolgt. Die Lage des Nordpols (α_0 , δ_0) läßt sich mithin aus dem Amplitudenverlauf bei wechselnder Blickrichtung bestimmen. Man findet jedoch, daß eine scharfe Festlegung des Polpunktes aus den photometrischen Beobachtungen einer Opposition nicht immer möglich ist, z. B. nicht aus der gut beobachteten Opposition 1930-31. W. Zessewitsch nimmt deshalb die Ergebnisse der visuellen Mikrometermessungen aus der gleichen Opposition zu Hilfe, während die anderen Autoren, die diese Aufgabe bisher behandelt haben, Beobachtungen aus weiteren Oppositionen hinzunehmen. Ihre Ergebnisse sind folgende:

Tabelle 1

	α_0	δ_0	Opposition
W. Zessewitsch. 1932 ⁷⁾	18°	+31°	1930-1931
J. Rosenhagen. 1932 ⁸⁾	342	+42	1901-1931
W. Krug und G. von Schrutka-Rechtenstamm. 1936 ⁹⁾	333	+48	1901-1931
F. Watson. 1937 ¹⁰⁾	316	+51	1901-1935

¹⁾ loc. cit. Fußnote 3, S. 1.

²⁾ On the light-variations of asteroids and satellites. *Astroph. J.* **24**.1 (1906).

³⁾ Sur le système formé par la planète double 433 Eros. *Astron. Nachr.* **155**.27 (1901).

⁴⁾ Über die Helligkeitsschwankungen des Planeten 433 Eros. *Astron. Nachr.* **155**.71 (1901).

⁵⁾ The probable mass of Eros. *Lund Obs. Circ.* Nr. 7, S. 35 (1931).

⁶⁾ The physical interpretation of albedo. *Astrophys. J.* **45**.1 (1917).

⁷⁾ Die Bestimmung der Winkелеlemente der inneren Bewegung von Eros. *Astron. Nachr.* **246**.441 (1932).

⁸⁾ Einige Bemerkungen zur Helligkeit und zum Lichtwechsel des Planeten Eros. *Mitt. Wiener Sternw.* Nr. 2, 45 (1932).

⁹⁾ Untersuchungen über Gestalt und Größe des Planetoiden Eros. *Z. Astrophys.* **13**.1 (1936).

¹⁰⁾ The physical nature of Eros. *Harvard Coll. Obs. Circ.* 419 (1937).

Die Übereinstimmung ist wenig befriedigend. Die Unterschiede in der angegebenen Lage des Pols übersteigen 60° . Watson schätzt die Genauigkeit seiner Angabe auf $\pm 5^\circ$, und ein flüchtiger Blick auf seine graphische Darstellung der Beobachtungen läßt dies berechtigt erscheinen. Die Beobachtungen 1937-38 ergaben jedoch einen Amplitudenverlauf, der gegenüber Watsons Voraussagen abweicht. Wie ferner gezeigt wird, ist Watsons Pol unvereinbar mit den Mikrometermessungen (bei dem angenommenen Modell) wie auch mit dem neu bestimmten Wert der Rotationsperiode.

Es ist ein Zweck dieser Untersuchung, mit Hilfe des gesamten Beobachtungsmaterials einen neuen Wert für die Richtung der Polachse zu erhalten und den Nachweis etwaiger Schwankungen dieser Richtung zu erbringen. Weiterhin soll aber auch die Dauer der Rotation bestimmt und die bisher nicht mögliche Verbindung der Epochen verschiedener Oppositionen durchgeführt werden. Letztes Ziel ist eine Theorie, die es gestattet, für jeden Zeitmoment die Lage der Rotationsachse, die Phase der Rotation und die vom zugehörigen Erdort aus zu beobachtende Lichtkurve anzugeben.

2. Definitionen, Beziehungen

Von den früheren Bearbeitern des Problems sind teilweise recht komplizierte Formeln aufgestellt worden. Es genügen jedoch zwei sphärische Koordinatensysteme, orientiert nach dem Äquator der Erde (α, δ) und dem Äquator des Eros (a, d), um alle notwendigen Beziehungen abzuleiten.

Es seien in äquatorealen Koordinaten

$$\begin{array}{llll} \alpha, \delta & \text{die Koordinaten des Eros-Ortes,} \\ \alpha_0, \delta_0 & \text{»} & \text{»} & \text{» Eros-Pols.} \end{array}$$

Wir definieren nunmehr auf der Einheitskugel um den Erosmittelpunkt ein nach Polachse und Äquator des Eros orientiertes Koordinatensystem. Der bei $\alpha_0 + 90^\circ$ gelegene Schnittpunkt des Eros-äquators mit dem Erdäquator sei mit Γ bezeichnet. Die Neigung beider Systeme ist $i = 90^\circ - \delta_0$. Der Sehstrahl von der Erde zum Eros schneidet die Einheitskugel in einem Punkt, dem die Koordinaten a, d zugeordnet seien. a wird von Γ aus im gleichen Sinn wie α gezählt, d entsprechend δ . Man hat dann

$$\begin{aligned} \cos d \cos a &= -\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) \\ \cos d \sin a &= \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) \sin \delta_0 - \sin \delta \cos \delta_0 \\ \sin d &= -\cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) \cos \delta_0 - \sin \delta \sin \delta_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Die Tangentialebene an der Sphäre im Punkt α, δ ist gleichzeitig die Tangentialebene an die Erosinheitskugel im Punkt a, d . In der Tangentialebene seien x und y rechtwinklige Koordinaten, x positiv in der α -Richtung, y in der δ -Richtung von α, δ ausgehend. Die Projektion des Nordpols der Erosachse auf die x, y -Ebene habe den Positionswinkel Π .

$$\cotg \Pi = \tg \delta_0 \cos \delta \operatorname{cosec}(\alpha_0 - \alpha) - \sin \delta \cotg(\alpha_0 - \alpha). \quad (2)$$

Es soll nun ξ, η ein gegen x, y um den Winkel Π gedrehtes Koordinatensystem sein, in dem η die Richtung der projizierten Erosachse darstellt.

Die Neigung der Erosachse gegen die Tangentialebene ist gleich d . Die Neigung ist also positiv, wenn der Nordpol des Eros der zur Erde nähere Pol ist.

Die Projektion eines in der Richtung Γ liegenden Punktes des Erosäquators hat folgende ξ, η -Koordinaten:

$$\xi_0 = \sin a \quad \eta_0 = -\cos a \sin d.$$

Der Positionswinkel π_0 dieses Punktes in bezug auf das ξ, η -System ist bestimmt durch

$$\tg \pi_0 = -\tg a \operatorname{cosec} d.$$

Für $d = 0^\circ$ ist $\pi = 90^\circ$ oder 270° .

Ist P die Rotationsperiode des Eros, so sei

$$\Theta = \frac{360^\circ}{P} (t - t_0) \quad (3)$$

der Winkel, den ein rotierender Punkt des Erosäquators zur Zeit t mit der Γ -Richtung bildet. Koordinaten und Positionswinkel dieses Punktes sind, wenn Θ im gleichen Sinn wie a gezählt wird,

$$\xi = \sin(a \mp \Theta) \quad \eta = -\cos(a \mp \Theta) \sin d \quad \tg \pi = -\tg(a \mp \Theta) \operatorname{cosec} d. \quad (4)$$

Das obere Vorzeichen gilt für den (wirklichen) Fall direkter Rotation, das untere wäre bei retrograder Rotation des Eros zu nehmen.

Bezeichnet man die drei Achsen eines Eros-Ellipsoids mit l_1, l_2, l_3 (l_1 =größte Achse, l_3 =Rotationsachse), so erhalten die Endpunkte dieser Achsen im ξ, η -System folgende Koordinaten:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= l_1 \sin(a \mp \Theta) & \xi_2 &= l_2 \cos(a \mp \Theta) & \xi_3 &= 0 \\ \eta_1 &= -l_1 \cos(a \mp \Theta) \sin d & \eta_2 &= l_2 \sin(a \mp \Theta) \sin d & \eta_3 &= l_3 \cos d. \end{aligned} \quad (5)$$

Der mit den Mikrometermessungen vergleichbare, auf x, y bezogene Positionswinkel p folgt aus

$$p = \Pi + \pi. \quad (6)$$

Für den rotierenden Nullpunkt des Erosäquators hat man dabei einen Punkt zu wählen, der in der Richtung der größten Achse liegt. Das Minimum der Helligkeit tritt dann ein, wenn

$$\Theta = \pm a \quad \pi = a \mp \Theta = 0 \quad p = \Pi \quad (7)$$

ist. Der Zeitpunkt t_0 , für den $\Theta = 0^\circ$ ist, also die größte Achse in die I -Richtung fällt, ergibt sich aus einem beliebigen Minimum der Zeit t_m nach

$$t_0 = t_m \mp a^\circ \frac{P}{360^\circ} = t_m \mp a \cdot f. \quad (8)$$

Nimmt man als Periodenwert $P = 0^d 219594$ an, so wird

$$f = 0.00061^d / \text{o}.$$

Als normale Blickrichtung wird im folgenden stets diejenige bezeichnet, in der $a = 0^\circ$ ist.

Bisher ist angenommen worden, daß die Richtung der Polachse unveränderlich ist. Wir müssen jetzt untersuchen, wie eine Veränderung der Lage des Eros Pols auf die beobachteten Zeiten einwirkt. Bezeichnen wir die Koordinaten einer mittleren Lage P' des Pols mit α'_0, δ'_0 , die der wahren Lage mit α_0, δ_0 und entsprechend die Schnittpunkte des mittleren (A') und des wahren (A) Erosäquators mit dem Erdäquator mit I' und I , so wandert bei einer Verlagerung des Pols von P' nach P ein in I' befindliches Achsenende nicht nach I , sondern nach G (siehe Abb. 1).

Um die beobachtete Zeit einer in beliebiger Blickrichtung beobachteten Phase auf die normale Blickrichtung und eine mittlere Lage des Pols zu beziehen, hat man jetzt

$$t_{\text{red}} = t_{\text{beob}} \mp (a + \bar{a}) \cdot f = t_{\text{beob}} \mp a_m \cdot f, \quad (9)$$

wobei a auf die wahre Lage des Pols bezogen und $\bar{a}$, der Winkelabstand IG , durch folgende Beziehung bestimmt ist:

$$\text{tg } \frac{1}{2} \bar{a} = \sin \frac{1}{2} (\delta_0 + \delta'_0) \sec \frac{1}{2} (\delta_0 - \delta'_0) \text{tg } \frac{1}{2} (\alpha_0 - \alpha'_0). \quad (10)$$

Die Ableitung setzt voraus, daß die Bewegung von P' nach P auf einem größten Kreis erfolgt ist und als eine Drehung des Eros um eine durch D und den Mittelpunkt gehende Achse aufgefaßt werden darf. Für eine Präzessionsbewegung würde die Formel anders lauten. Da aber eine derartige Bewegung aus den Beobachtungen nicht ableitbar ist, vielmehr der Charakter der Schwankungen sehr unregelmäßig zu sein scheint, so bleibt zunächst nichts anderes übrig als Näherungswerte nach obiger Formel anzusetzen. Es sei jedoch ausdrücklich betont, daß die wahren Korrekturen $a_m \cdot f$ von den Drehmomenten abhängen, die den Hauptträgheitsachsen des Eros-Ellipsoids im Verlauf der gesamten Zwischenzeit zuzuordnen sind, d. h. die Korrekturen sind vom Weg abhängig, den der Eros pol an der Sphäre beschreibt (siehe hierzu die Bemerkungen Abschnitt 10–11).

Die Werte $a \cdot f$ oder $a_m \cdot f$ hängen von der Richtung Erde–Eros ab. Sie zeigen infolgedessen einen ähnlichen Verlauf wie die scheinbare Erosbahn. Die Lage der Umkehrpunkte, in denen $da/dt = 0$ ist, läßt sich gelegentlich aus den Beobachtungen bestimmen. Zu diesen Zeiten muß der Pol des Eros so liegen, daß bei Änderungen des Erosortes $d\alpha/dt, d\delta/dt$ infolge der Bahnbewegung a sich nicht ändert. Durch Differentiation und Nullsetzung der Gleichung für $\text{tg } a$ nach (1)

$$\text{tg } a = -\cotg(\alpha - \alpha_0) \sin \delta_0 + \text{tg } \delta \text{ cosec}(\alpha - \alpha_0) \cos \delta_0$$

erhält man

$$\left[\text{cosec}(\alpha - \alpha_0) \sin \delta_0 - \cotg(\alpha - \alpha_0) \text{tg } \delta \cos \delta_0 \right] \frac{d\alpha}{dt} + [\sec^2 \delta \cos \delta_0] \frac{d\delta}{dt} = 0.$$

Die Polkurve, auf welcher der Eros pol liegen muß, um der gestellten Bedingung $a \cdot f = \text{const}$

zu genügen, findet man aus der folgenden Umformung, die für jeden angenommenen Wert α_0 dieser Kurve den zugehörigen Wert von δ_0 liefert:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \left[\cotg(\alpha - \alpha_0) \sin \delta \cos \delta - \frac{d\delta}{d\alpha} \right] \sin(\alpha - \alpha_0) \sec^2 \delta. \quad (11)$$

Der Abstand des Erospols vom Erosort ist nach unserer Definition gleich $90^\circ - d$. Für den Fall $d = 0^\circ$ (maximale Amplitude) findet man die Polkurve aus

$$\operatorname{tg} \delta_0 = -\cotg \delta \cos(\alpha_0 - \alpha). \quad (12)$$

Zwischen Erospol, Erosort und dem zur Zeit des Helligkeitsminimums beobachteten Positionswinkel $p_m (= \Pi)$ besteht unter der Annahme, daß die Projektion der längsten Achse an der Sphäre in die Richtung zum Pol fällt, die Beziehung

$$\cotg p_m = \operatorname{tg} \delta_0 \cos \delta \operatorname{cosec}(\alpha_0 - \alpha) - \sin \delta \cotg(\alpha_0 - \alpha). \quad (13)$$

3. Methode

Daß durch die Lage des Erospols und die Blickrichtung die Amplitude A der Helligkeitsschwankung bestimmt wird, also

$$A = f(d), \quad (14)$$

ist Ausgangspunkt aller früheren Bearbeitungen gewesen. Man kann über die Funktion $f(d)$ theoretische Annahmen machen, indem ein bestimmtes Modell für die Gestalt des Eros zugrunde gelegt und die reflektierte Lichtmenge proportional zur sichtbaren Oberfläche des Planeten angenommen wird (Rosenhagen, von Schrutka-Rechtenstamm). Ist die Lage des Pols bereits näherungsweise bekannt, so erhält man eine Beziehung zwischen den berechneten Breiten d und den beobachteten Amplituden.

Zessewitsch findet aus der Opposition 1930-31

$$A = 1^m 50 - 0^m 0275 |d|.$$

Die Amplitude nimmt symmetrisch zum Äquator linear mit der Breite ab und wird gleich 0 bei $d = 54.5^\circ$.

Watson bekommt mit seinen Polkoordinaten aus dem Material 1900-1931

$$A = 1^m 50 - 0^m 0405 |d|.$$

Die Amplitude wird 0 für $d = 37^\circ$. Der Unterschied gegenüber Zessewitsch ist durch die stark veränderte und für alle Oppositionen konstant angenommene Lage des Erospols bedingt.

Die hier neu durchgeführten Rechnungen ergaben, daß von einer konstanten Lage des Pols keine Rede sein kann. Mit einer wahrscheinlichen Annahme für die Lage des Pols 1937-38 bekommt man die Funktion $f(d)$ in der gleichen Form und mit nahe denselben numerischen Werten wie Zessewitsch. Man kann daher die Gültigkeit einer linearen Darstellung als berechtigt ansehen und bei bekannten numerischen Konstanten aus den Amplituden die d -Werte und mit ihrer Hilfe α_0, δ_0 bestimmen. Mit der so erhaltenen Lage des Pols lassen sich dann wieder die Breiten (d_R) aus den Gleichungen (1) berechnen und mit den Amplituden vergleichen, und so fort. Man erhält also auf dem Wege fortgesetzter Näherungsrechnungen Verbesserungen für die Lage des Pols und die Konstanten der Funktion $f(d)$. Die letzte so erhaltene Beziehung lautet:

$$A = 1^m 50 - 0^m 0278 |d|. \quad (15)$$

Der nach dieser Gleichung aus den beobachteten Amplituden abgeleitete Wert von d sei mit d_B bezeichnet. Wir haben also

$$d_B = f_1(A) \quad (16)$$

$$d_R = f_2(\alpha, \delta; \alpha_0, \delta_0). \quad (17)$$

Um die Darstellung der Beobachtungen durch die ermittelten Werte möglichst anschaulich zu machen, sind für jede Opposition die d_B als Normalpunkte zusammengefaßt eingetragen und die Kurven d_R unter verschiedenen Annahmen für α_0, δ_0 eingezeichnet worden.

Es zeigte sich auch hier, daß die d_R -Kurven bei unterschiedlichen Lagen des Erospols für einen gewissen Zeitraum nahe zusammenfallen können. Man muß sich deshalb nach einer weiteren Beziehung zwischen den Beobachtungen und der Lage des Pols umsehen. Eine solche neue Beziehung besteht nun zwischen den Phasen und der Lage des Pols.

Da die Zeiten der Helligkeitsminima am schärfsten ausgeprägt sind, habe ich ihre Beobachtungen für den Zeitraum 1901 bis 1938 verwandt. Die Zeiten sind, soweit es noch nicht vom Beobachter geschehen war, wegen Lichtzeit korrigiert worden. Die beobachteten planetozentrischen Zeitmomente (B) sind eine Funktion der Periode P und der Größe a (genauer $a_m = a + \bar{a}$):

$$B = \varphi(P, a_m). \quad (18)$$

Man hat unter Berücksichtigung von (9) unter der Annahme direkter Rotation des Planeten

$$B = E_0 + \frac{1}{2}P \cdot E + a_m \cdot f \quad (19)$$

oder, wenn die allein aus dem Periodenwert berechnete Epoche R_1 genannt wird,

$$B = R_1 + a_m \cdot f.$$

Die Größen $a_m \cdot f$ sind die durch wechselnde Blickrichtung bedingten Abweichungen der Beobachtungszeiten gegenüber der siderisch bezogenen Rotation. Sie lassen sich mithin bei bekannter (siderischer) Rotationsperiode aus den Beobachtungen ableiten. Um allerdings die Periode bestimmen zu können, bedarf es der Kenntnis der Korrekturen $a_m \cdot f$, so daß auch hier wieder das Problem nur durch fortgesetzte Näherungsrechnungen gelöst werden kann. Mit einem wahrscheinlichen Wert für die Lage des Eros Pols läßt sich nach (1), (9) und (10) ein Wert $a_m \cdot f$ berechnen, dann die Periode ableiten, die beobachteten Zeiten B mit der Darstellung nach (19) vergleichen, und so fort. Der letzte so erhaltene Wert für die halbe Periode und die Ausgangsepoche (siehe Abschnitt 9) ergab:

$$B = \text{JD } 2415\,326.413 + 0^d10979685 E + a_m \cdot f. \quad (20)$$

Wir haben also, wenn wir wieder zwischen beobachtetem und berechnetem a -Wert unterscheiden:

$$[a_m \cdot f]_B = B - R_1 \quad (21)$$

$$[a_m \cdot f]_R = \varphi(\alpha, \delta; \alpha_0, \delta_0; \alpha'_0, \delta'_0). \quad (22)$$

In den Abbildungen der Darstellung der Beobachtungen sind die beobachteten, zu Normalpunkten zusammengefaßten Werte getrennt für gerade und ungerade Epochen eingetragen. Die Kurven sind unter der Annahme verschiedener Werte α_0, δ_0 berechnet.

Eine weitere Bedingung, der die Polkoordinaten genügen sollen, liefern die visuellen Refraktorbeobachtungen, die Eros als einen länglichen rotierenden Körper zeigten. Die gemessenen Positionswinkel können in sinnvoller Weise nur auf die Richtung einer größten, in der Äquatorebene liegenden Achse oder auf die Verbindungslinie zweier Komponenten bezogen werden. Im Hinblick auf die Schwierigkeit der Beobachtungen schien es jedoch angebracht, den Mikromettermessungen nicht von vornherein sehr großes Gewicht zu geben. Ich habe sie deshalb bei den Näherungsrechnungen nicht berücksichtigt. Um so bedeutsamer ist die schließlich gefundene Übereinstimmung der nach (4), (6) und (7) berechneten Positionswinkel p_R mit den beobachteten Werten p_B .

Daß sich aus den Mikromettermessungen eine retrograde Rotation ergeben soll, ist ein Irrtum in der Auslegung der Beobachtungen durch Watson (Harvard Coll. Obs. Circ. Nr. 419, S. 9), auf den bereits Zessewitsch¹⁾ hingewiesen hat. Der direkte Rotationssinn wird in unabhängiger Weise aber auch durch den Gang der Korrekturen $a_m \cdot f$ bestätigt werden. Nur unter der Annahme des oberen Vorzeichens in den Formeln (4)–(8) läßt sich Übereinstimmung mit den Beobachtungen erreichen.

Wir haben zusammenfassend folgende 3 Bedingungen für die Richtigkeit der Lage des Eros Pols:

1. Amplitudenbedingung $d_B - d_R = 0$
2. Phasenbedingung $[a_m \cdot f]_B - [a_m \cdot f]_R = 0$
3. Positionsbedingung $p_B - p_R = 0$.

Als sich der Verdacht ergab, daß die Rotationsachse des Eros keine unveränderliche Lage im Raum besitzt, kam es darauf an, ein Verfahren zu finden, das es gestattet, für jede Opposition getrennt die wahrscheinlichsten Werte der Lage des Pols zu bestimmen und gleichzeitig auch ein Urteil über die Zuverlässigkeit der Werte zu gewinnen. Ich habe ein anschauliches und trotzdem der Beobachtungsgenauigkeit angemessenes graphisches Verfahren gewählt und bin nach mehrfachen Vorversuchen in folgender Weise vorgegangen.

Aus den beobachteten Amplituden wurde nach Gleichung (15) d_B bestimmt. Der Abstand des Eros Pols vom Erosort ist nach Definition $90^\circ - d$. Es wurden nun für geeignete Zeitpunkte auf einer Kugel um den jeweiligen Erosort (oder seinen Gegenpunkt) Kurven im Abstand $90^\circ - d_B$, sogenannte Polkurven, gezogen. Hätte der Pol während einer Opposition eine konstante Lage und wären die Beobachtungen genau genug, so sollten sich alle Polkurven in einem Punkt schneiden, der dann der gesuchte Polpunkt wäre. Dies ist selten der Fall. Es läßt sich aber meist ein gewisser Spielraum längs einer mittleren Kurve angeben, auf welcher der Eros pol liegen muß, um mit der Amplitudenbedingung verträgliche Werte zu erhalten.

Die mittlere Polkurve ist, wenn in der Opposition ein Äquatordurchgang stattfand, in der Regel mit der Polkurve identisch, deren Abstand vom Erosort 90° beträgt [Gleichung (12)]. Sie ist in den Abbildungen etwas stärker eingezeichnet. Die zugehörigen Zeitmomente sind bei allen Polkurven durch die letzten Ziffern des julianischen Tages gekennzeichnet.

¹⁾ On the rotation of Eros. The Observatory 60.289 (1937).

Für einige bezifferte Punkte der mittleren Polkurve wurde nach Gl. (1) eine Ephemeride der α und d gerechnet. Die berechneten Kurven für $a_m \cdot f$ und d geben dann durch Vergleich mit den beobachteten Normalwerten einen Hinweis auf die beste Lage des Eros spols für die einzelnen Oppositionen. Die entsprechenden Korrekturen $a_m \cdot f$ wurden nunmehr an die beobachteten Zeiten B angebracht und die restlichen Abweichungen

$$B - R_2 = (B - R_1) - a_m \cdot f \tag{23}$$

zunächst getrennt für gerade und ungerade Epochen ermittelt.

4. Übersicht über die Beobachtungen

Obwohl nach der Entdeckung des Lichtwechsels von Eros mehrfach darauf hingewiesen worden ist, wie notwendig es sei, die Helligkeitsschwankungen weiterhin zu verfolgen, so ist doch dieser Aufgabe von seiten der Beobachter nicht immer die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt worden. Es muß freilich zugegeben werden, daß visuelle Helligkeitsschätzungen eines solchen, verhältnismäßig schwachen Objektes eine große Kunst sind, die der Fachastronom heute im allgemeinen nicht mehr beherrscht, während dem Liebhaber die instrumentellen Hilfsmittel fehlen. Der photographisch-photometrische Anschluß eines bewegten Objekts an täglich wechselnde Anhaltsterne ist aber, wenn er sauber ausgeführt wird, eine sehr mühevoll e Arbeit.

In der Opposition 1907 war die Lage des Planeten derart, daß keine Schwankungen der Helligkeit auftreten konnten. Das entsprechende Beobachtungsergebnis von Guthnick, mit der heutigen Theorie durchaus im Einklang stehend, hat wohl auch dazu beigetragen, daß bis zur »großen Opposition« 1930-31 nur wenige Beobachtungen angestellt wurden. Namentlich die Sternwarten der südlichen Halbkugel haben mit einer Ausnahme (La Plata) versagt.

Einen Nachweis aller photometrischen Beobachtungen bis 1921 hat M. Harwood in Harvard Coll. Obs. Circ. Nr. 269 (Variations in the Light of Asteroids, 1924) gegeben. In der Arbeit von F. Watson¹⁾ findet man eine Zusammenstellung der Literatur bis einschließlich 1936. Welche Beobachtungen in dieser Untersuchung für die Ableitung von Amplituden und Phasen verwendet worden sind, habe ich bei den einzelnen Oppositionen mitgeteilt. Es folgt hier zunächst eine allgemeine Übersicht, wobei für den Fall fehlender Beobachtungen die maximale Amplitude angeführt ist, die bei mittlerer Lage des Eros spols zu erwarten gewesen wäre. Nur diejenigen Oppositionen, deren Jahreszahlen nicht eingeklammert sind, haben einen Beitrag zur Lösung unserer Aufgabe geliefert.

Tabelle 2
Helligkeitsbeobachtungen des Eros

Opposition	Zeitraum und Art der Beobachtungen	Max. Ampl.		Opposition	Zeitraum und Art der Beobachtungen	Max. Ampl.	
		B	R			B	R
1893-94	1 unsicheres Max. aus Strichspur		1 ^m .5	1916-17	1 Minimum	0 ^m .4	
1896	4 unsichere Max. aus Strichspur		1.0	(1919)	keine genauen Angaben ³⁾	1.0	
(1898)	keine Beobachtungen		0.4	(1921)	keine Schwankungen ⁴⁾	0	
1900-01	227 ^d , photom. brauchbar 63 ^d	1 ^m .5		(1923-24)	keine genauen Angaben ⁵⁾		1 ^m .5
1903	115 ^d gute Beobachtungen	0.8		(1926)	keine Beobachtungen		1.5
1905	1 Minimum	0.5		(1928)	keine Beobachtungen		0
(1907-08)	keine Schwankungen ¹⁾	0		1930-31	108 ^d gute Beobachtungen	1.5	
(1910)	keine Beobachtungen		0.5	1933	2 Minima	1.5	
(1912)	keine Beobachtungen		1.5	1935	60 ^d bei kleiner Amplitude	0.4	
(1914)	unbrauchbare Beobachtungen ²⁾	0.2		1937-38	172 ^d gute Beobachtungen	1.5	

Ann.: ¹⁾ »Photometrische Beobachtungen des Planeten 433 Eros während der Opposition 1907« sind von P. Guthnick (Astron. Nachr. 178.1, 1908) mit einem Zöllnerschen Photometer ausgeführt worden. Die Amplitude ist in der Zeit zwischen 1907 Sep. 24-1908 Jan. 10 mit Sicherheit kleiner als 0^m.25 gewesen.

²⁾ In Ann. Astron. Obs. Harvard Coll. 76.161 (1915) macht M. Harwood Mitteilungen über »The Light Curve of Eros in 1914«. Die photographischen Beobachtungen werden als Schwankungen von 0^m.6 Amplitude mit einer Periode von 0^d.3064 (richtiger Wert 0^d.2196) gedeutet. In Harvard Coll. Obs. Circ. Nr. 269 wird von derselben Verfasserin nur noch eine Amplitude von 0^m.3 angegeben und S. 15 gesagt: »The change in period of Eros in 1914 is a mistake«. Watson gibt in seiner Zusammenstellung die Amplitude mit 0^m.2 als irregulär an.

³⁾ In Bull. Harvard Coll. Obs. Nr. 766 (1922) teilt M. Harwood mit, daß die Erosbeobachtungen 1919 »showed a variation of at least a magnitude in a period of about five hours«.

⁴⁾ Photometrische Beobachtungen des Planeten Eros während der Opposition 1921 von E. Bernewitz, bearbeitet von G. Struve. Astron. Nachr. 218.41 (1922).

⁵⁾ Nach Pop. Astron. 34.556 (1926) hat M. Harwood »Variations in the Light of Eros in 1924« gefunden, die zwischen Jan. 4 und Feb. 10 mit einer Periode von 0^d.1988 erfolgten. Nach der Theorie müssen die Helligkeitsschwankungen 1923 Okt. ihr Maximum erreicht haben, zur Zeit der Beobachtungen von Miss Harwood aber sehr klein gewesen sein. Daher dürfte auch dieser ungewöhnliche Periodenwert nicht verbürgt sein.

¹⁾ loc. cit. Fußnote 10, S. 2.

5. Ableitung der Polkoordinaten

Opposition 1900-01

a) Amplituden. Wie in Abschnitt 1 bemerkt, sind einigermaßen brauchbare Beobachtungen erst ab 1901 Feb. 14 (JD 2415 430) zustande gekommen. Es ist deshalb schwierig, den Zeitpunkt des Äquatordurchgangs sicher festzulegen. Die Ungenauigkeit der Beobachtungen geht aus folgendem hervor: F. Deichmüller¹⁾ beobachtet JD 437 eine Schwankung von 1^m8, JD 438 eine solche von 2^m5, während andere Beobachter in der gleichen Zeit nur 1^m als Amplitude angeben. E. von Oppolzer²⁾ findet JD 424 1^m72, dagegen JD 428 in einer vierstündigen Reihe keine Schwankungen. Trotzdem dürfte JD 432 (1901 Feb. 16) als Tag des Maximums nur eine Unsicherheit von $\pm 8^d$ haben³⁾.

Für die Amplituden wurden in Übereinstimmung mit Watson die Werte der folgenden Tabelle zugrunde gelegt und mit ihnen d_B nach Gl. (15) und d_R mit Pol 2 (siehe unten) aus Gl. (1) berechnet.

JD	Ampl.	d_B	d_R (Pol 2)	JD	Ampl.	d_B	d_R (Pol 2)
2415 418	1 ^m 4:	5°	-19°	2415 460	1 ^m 0	19°	+19°
424	1.5:	0	-14	470	0.7	29	+29
441	1.5	0	+2	487	0.4	40	+44
456	1.1	15	+16				

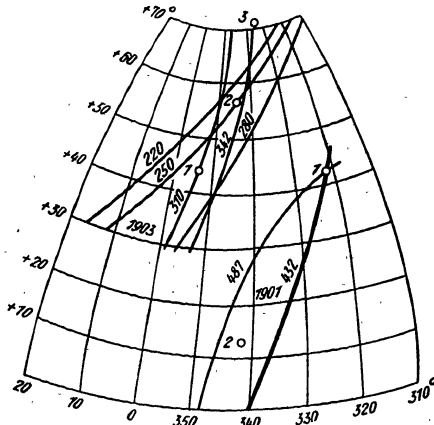


Abb. 2
Polkurven 1901 und 1903

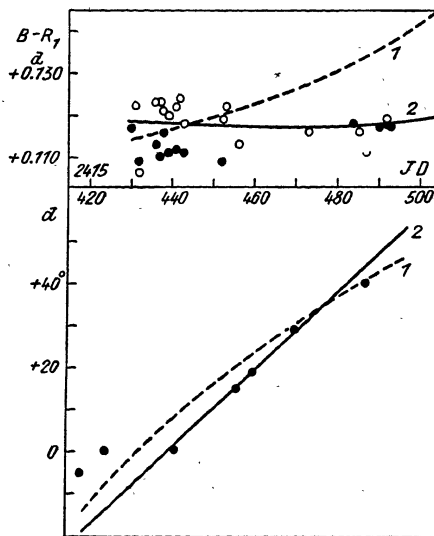


Abb. 3
Phasen und Amplitudengang 1901
B-R: ... gerade, ... ungerade Epochen,
Kurven = $a_m \cdot f$, d: ... = d_B , Kurven = d_R

b) Phasen. Die Werte beginnen mit 4 Beobachtungen von F. Rossard⁴⁾ in Toulouse 1901 Feb. 14-16. Ab Feb. 20 (JD 2415 436-493) liegt eine ausgezeichnete Beobachtungsreihe aus Lyon vor, die von Ch. André⁵⁾ mitgeteilt wird. Ferner sind gute Beobachtungen von E. Becker und H. Kobold⁶⁾, von F. Deichmüller¹⁾ und in Ann. Astron. Obs. Harvard Coll. 69.213 (1913) veröffentlicht worden. Ein von Deichmüller⁷⁾ angegebenes Minimum für JD 518 verdient kein Vertrauen, da die Amplitude äußerst gering gewesen sein muß. Zwischen den Zeitmomenten der geraden und ungeraden Minima besteht ein deutlicher systematischer Unterschied.

c) Lage des Pols. Abb. 2 enthält die Polkurven $d=0^\circ$ für JD 432 und $d=40^\circ$ für JD 487. Aus dem Schnittpunkt der Kurven folgt $\alpha_0 = 322^\circ$, $\delta_0 = +42^\circ$ (Pol 1). Jedoch geben die zugehörigen B-R, der Phasen eine Darstellung, die nur mit $\frac{1}{2}P = 0^d.10976$ vereinbar wäre. Mit Rücksicht auf die Unsicherheit der ersten Amplitudenwerte gibt $\alpha_0 = 342^\circ$, $\delta_0 = +13^\circ$ (Pol 2) eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem Phasen- und Amplitudengang (siehe Abb. 3). Kleiner als $+10^\circ$ kann δ_0 nicht gut sein, da sonst im Herbst 1900 die Schwankung sehr groß gewesen und nicht unbemerkt geblieben sein dürfte.

Die Werte $a_m \cdot f$ und d sind für die erwähnten Annahmen über die Lage des wahren Pols nach Gl. (1) und (9) berechnet. Die Reduktion auf den mittleren Pol $\bar{a} = a_m - a$ ist nach Gl. (10) mit folgenden Koordinaten für die Lage des mittleren Pols gerechnet:

$$\alpha'_0 = 350^\circ \quad \delta'_0 = +38^\circ.$$

¹⁾ Der Lichtwechsel des Planeten 433 Eros. Astron. Nachr. 154.391 (1901).

²⁾ Zur Notiz über die Helligkeitsschwankungen von 433 Eros. Astron. Nachr. 154.311 (1901).

³⁾ Der Angabe von W. Krug und G. von Schrutka-Rechtenstamm (Z. Astrophys. 13.8), daß 1900 Dez. 18 die Amplitude 1^m5 betragen haben soll, kann ich nach erneuter Diskussion der Beobachtungen nicht zustimmen.

⁴⁾ Observations sur la variabilité de la planète Eros. C. R. Sci., Paris 132.396 (1901).

⁵⁾ Sur la variation lumineuse de la planète Eros. C. R. Sci., Paris 133.262 (1901).

⁶⁾ E. Becker: Helligkeitsbeobachtungen des Planeten Eros. Astron. Nachr. 154.437 (1901).

⁷⁾ Über die Veränderung der Amplitude des Lichtwechsels am Planeten Eros. Astron. Nachr. 155.309 (1901).

		JD 2415 436	456	476	496	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 322^\circ$ $\delta_0 = +42$	$a_m \cdot f = +0^d 11 55$ $d_R = +3^m 6$	$+0^d 12 11$ $+20^m 0$	$+0^d 12 88$ $+34^m 1$	$+0^d 13 94$ $+45^m 1$	$-0^d 01 11$
Pol 2	$\alpha_0 = 342$ $\delta_0 = +13$	$a_m \cdot f = +0^d 11 84$ $d_R = -2^m 2$	$+0^d 11 72$ $+16^m 6$	$+0^d 11 73$ $+34^m 6$	$+0^d 11 86$ $+51^m 7$	$-0^d 00 21$

Opposition 1903

a) Amplituden. Photographische und visuell-photometrische Beobachtungen von S. J. Bailey¹⁾ geben eine mittlere Amplitude von $0^m 6$. Die Schwankungen um diesen Wert sind nach Baileys Angabe nicht mit Sicherheit zu verbürgen. Die einzelnen Gruppenmittel sind:

JD	Ampl.	d_B	d_R (Pol 2)	JD	Ampl.	d_B	d_R (Pol 2)
2416 226	$0^m 59$	33°	$+28^\circ$	2416 296	$0^m 63$	32°	$+34^\circ$
236	0.51	36	$+29$	312	0.48	37	$+33$
254	0.48	37	$+30$	324	0.62	32	$+31$
265	0.64	31	$+33$	342	0.76	27	$+26$
280	0.83	24	$+34$				

b) Phasen. Der gleichen Quelle sind die Beobachtungszeiten der Minima entnommen. Ein systematischer Unterschied zwischen geraden und ungeraden Minima ist (wegen der hohen nördlichen Breite d) nicht nachweisbar.

c) Lage des Pols. Aus den d_B folgt, wenn JD 280 ausgeschlossen wird, die Lage des Pols etwa zu $\alpha_0 = 344^\circ$, $\delta_0 = +57^\circ$ (Pol 2). Die Lage ist jedoch sehr unbestimmt, sofern sie nur von den Kurven 220 und 280 eingeschlossen wird und nördlich von $+40^\circ$ liegt (Abb. 2).

		JD 2416 220	250	280	310	342	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 354^\circ$ $\delta_0 = +45$	$a_m \cdot f = +0^d 02 40$ $d_R = +24^m 6$	$+0^d 02 45$ $+27^m 3$	$+0^d 01 77$ $+34^m 4$	$+0^d 01 01$ $+35^m 4$	$+0^d 00 83$ $+30^m 0$	$+0^d 00 16$
Pol 2	$\alpha_0 = 344$ $\delta_0 = +57$	$a_m \cdot f = +0^d 02 05$ $d_R = +27^m 3$	$+0^d 02 03$ $+30^m 0$	$+0^d 01 25$ $+34^m 2$	$+0^d 00 52$ $+32^m 5$	$+0^d 00 44$ $+26^m 6$	$-0^d 00 27$
Pol 3	$\alpha_0 = 335$ $\delta_0 = +71$	$a_m \cdot f = +0^d 01 58$ $d_R = +32^m 6$	$+0^d 01 55$ $+35^m 0$	$+0^d 00 72$ $+36^m 1$	$+0^d 00 01$ $+31^m 5$	$+0^d 00 01$ $+25^m 3$	$-0^d 00 27$

Der regelmäßige Verlauf der Abweichungen im Phasen- und Amplitudengang (Abb. 4) deutet darauf hin, daß nicht Beobachtungsfehler, sondern kurzperiodische Polschwankungen die Ursache sind.

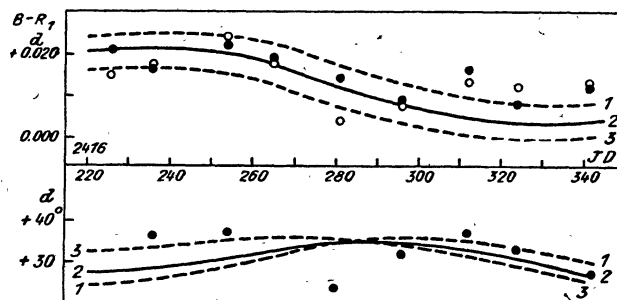


Abb. 4 Phasen- und Amplitudengang 1903

Opposition 1905

a) Amplituden. In Ann. Astron. Obs. Harvard Coll. 69.215 (1909) sind eine Anzahl photometrischer Einzelmessungen von Eros gegeben. Für 1905 Aug. 3 konnte eine Lichtkurve mit 2 Maxima und 1 Minimum gezeichnet werden. Danach ist

JD	Ampl.	d_B	d_R
2417 061	$0^m 5$	38°	-38°

¹⁾ Observations of Eros and other Asteroids. Ann. Astron. Obs. Harvard Coll. 72.165 (1913). Vgl. S. 179-181. — S. 178 Zeile 4 muß es im Einklang mit S. 168 heißen: JD 6090.778.

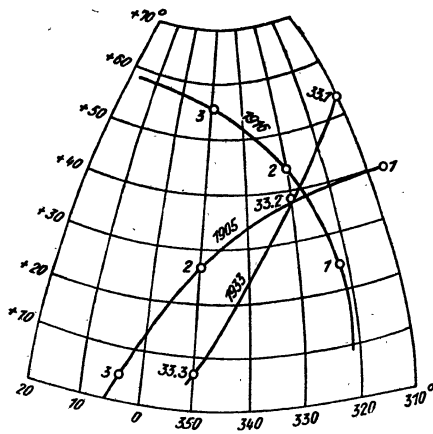


Abb. 5 Polkurven 1905, 1916 und 1933

b) Phasen. Die Zeit des Minimums ist wegen des großen Abstandes der Einzelbeobachtungen um $\pm 0^d005$ unsicher.

c) Lage des Pols. Die Polkurve (Abb. 5) führt auf folgende Werte:

		JD 2417 061	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 308^\circ$	$a_m \cdot f = +0^d0435$	-0^d0164
	$\delta_0 = +39$	$d_R = -37^\circ5$	
Pol 2	$\alpha_0 = 350$	$a_m \cdot f = +0^d0272$	$+0^d0035$
	$\delta_0 = +26$	$d_R = -37^\circ9$	
Pol 3	$\alpha_0 = 4$	$a_m \cdot f = +0^d0161$	$+0^d0033$
	$\delta_0 = +5$	$d_R = -37^\circ6$	

Pol 3 stellt die Beobachtung am besten dar.

Opposition 1916

a) Amplituden. Nach einer Mitteilung von Leon Campbell in Harvard Bulletin 623 (1917) folgt für 1916 Dez. 29:

JD	Ampl.	d_B	d_R
2421 227	0^m4	40°	$+40^\circ$

b) Phasen. Die Zeit des Minimums wird mit ungefähr 21^h MZGr angegeben.

c) Lage des Pols. Die Polkurve (Abb. 5) läßt folgende Werte zu:

		JD 2421 227	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 321^\circ$	$a_m \cdot f = +0^d2036$	-0^d0094
	$\delta_0 = +25$	$d_R = +40^\circ5$	
Pol 2	$\alpha_0 = 330$	$a_m \cdot f = +0^d1883$	-0^d0080
	$\delta_0 = +43$	$d_R = +40^\circ6$	
Pol 3	$\alpha_0 = 350$	$a_m \cdot f = +0^d1807$	0^d0000
	$\delta_0 = +56$	$d_R = +39^\circ9$	

Pol 1 gibt eine befriedigende Darstellung.

Opposition 1930-31

a) Amplituden. Aus der Zusammenstellung von Watson (Harvard Coll. Obs. Circ. Nr. 419) sind durch Mittelbildung folgende Werte erhalten worden:

JD	Ampl.	d_B	d_R (Pol 2)	JD	Ampl.	d_B	d_R (Pol 2)
2426 272	1^m0	19°	-27°	2426 339	1^m1	15°	$+15^\circ$
282	0.8	25	-21	351	0.9	22	+25
295	1.0	19	-13	354	0.7	29	+28
305	1.05	17	-7	359	0.7	29	+33
310	1.3	8	-4	364	0.6	33	+37
313	1.45	2	-3	372	0.4	40	+42
323	1.4	4	+4	380	0.25	45	+45
331	1.2	11	+10	411	0.2	47	+45

b) Phasen. Hier sind die gleichen Normalwerte verwendet, die Zessewitsch (Astron. Nachr. 246.447) aus den Messungen zahlreicher Beobachter gebildet hat. Die Werte sind kontrolliert und an einer Stelle (Minimum 99 776) ist eine Berichtigung von L. Jacchia¹⁾ berücksichtigt worden. Die systematische Differenz zwischen den geraden und ungeraden Epochen ist in dieser Opposition deutlich ausgeprägt.

JD	d_B
2426 281	-21°
307	-12
318	0
341	+16
358	+28
390	+47

c) Lage des Pols. Als Zeitpunkt des Durchgangs der Blickrichtung durch die Äquatorebene wurde 1900 Dez. 7 (JD 2426 318) angenommen. Die entsprechende Polkurve ist in Abb. 6 stärker eingezeichnet. Für die übrigen Polkurven sind die Werte der nebenstehenden Tabelle aus der geglätteten d_B -Kurve abgeleitet und verwandt worden.

¹⁾ Die Periode des Eros. Astron. Nachr. 241.215 (1931).

Der letzten Polkurve kann wegen der Unsicherheit der Beziehung zwischen kleinen Amplituden und hohen Breiten kein großes Gewicht beigelegt werden. Alle anderen Kurven laufen zwischen $\alpha = 320^\circ$ und $\alpha = 40^\circ$ nahe parallel. Dies erklärt die großen Unterschiede in den Polpunkten der verschiedenen Autoren (Tab. 1). Da der Amplitudengang für die Wahl des Polpunktes einen so großen Spielraum läßt, müssen andere Gesichtspunkte zur Entscheidung mit herangezogen werden. Der Phasengang (Abb. 7) zeigt sofort, daß Pol 1, der nahe mit Watsons Pol zusammenfällt, unmöglich ist, sofern man den benutzten Periodenwert ($\frac{1}{2}P = 0^d109797$) als richtig ansieht. Man kann allerdings mit $\frac{1}{2}P = 0^d109754$ eine mindestens ebenso gute Darstellung erreichen, allein die Beobachtungen aus anderen Oppositionen, namentlich 1937-38, sprechen, wie in Abschnitt 9 (siehe auch Tab. 7) gezeigt werden wird, gegen diesen, eine Zeit lang auch von mir¹⁾ als Arbeitshypothese angenommenen Wert. Legt man die Mikrometermessungen der beobachteten Positionswinkel zugrunde (Abschnitt 7), so wird man auf eine Lage des Pols in der Nähe von Punkt 3 geführt. Der Polwert von Zessewitsch ist so bedingt. Rosenhagen, sowie Krug und Schrutka-Rechtenstamm haben ihre Koordinaten im wesentlichen durch Hinzuziehung der Oppositionen 1901 und 1903 gewonnen. Als besten Mittelwert, der Amplituden- und Phasengang und die Mikrometermessungen gleichermaßen berücksichtigt, habe ich für die Opposition 1930-31 Pol 2 der nachfolgend gegebenen Tabelle angenommen.

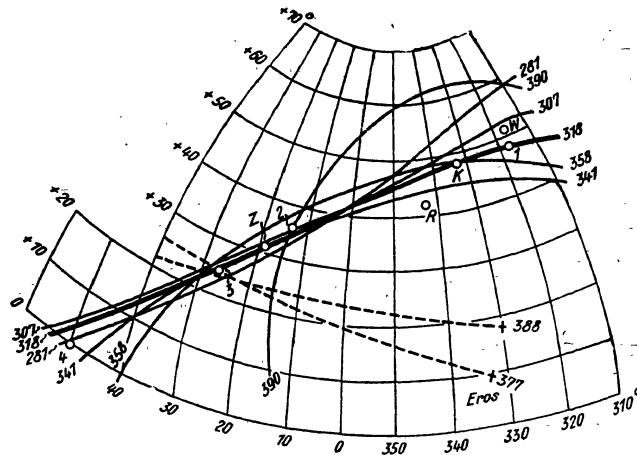


Abb. 6

Polkurven 1930-31

Bezeichnung der Pole: W=Watson, K=Krug und Schrutka-Rechtenstamm, R=Rosenhagen, Z=Zessewitsch, 1-4=Stobbe, 2=bester Wert. ---- Richtung der Rotationsachse des Eros nach beobachteten Positionswinkeln von van den Bos und Finsen.

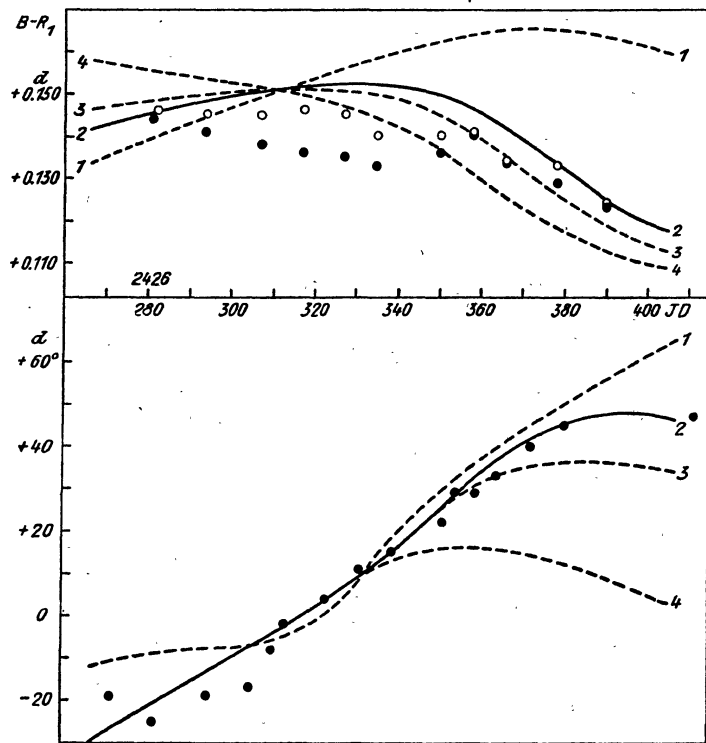


Abb. 7

Phasen- und Amplitudengang 1930-31

		JD 2426 266	286	306	326	346	366	386	406	$\bar{\alpha} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 318^\circ$ $\delta_0 = +49$	$am \cdot f = +0^d1334$ $\bar{\alpha}_R = -12^\circ6$	$+0^d1414$ $-8^\circ5$	$+0^d1490$ $-6^\circ5$	$+0^d1561$ $+2^\circ8$	$+0^d1616$ $+25^\circ0$	$+0^d1652$ $+41^\circ7$	$+0^d1642$ $+54^\circ3$	$+0^d1598$ $+64^\circ1$	-0^d0137
Pol 2	$\alpha_0 = 14$ $\delta_0 = +35$	$am \cdot f = +0^d1418$ $\bar{\alpha}_R = -30^\circ4$	$+0^d1465$ $-18^\circ8$	$+0^d1501$ $-7^\circ0$	$+0^d1525$ $+5^\circ8$	$+0^d1511$ $+21^\circ0$	$+0^d1430$ $+38^\circ0$	$+0^d1274$ $+47^\circ0$	$+0^d1179$ $+46^\circ6$	$+0^d0088$
Pol 3	$\alpha_0 = 27$ $\delta_0 = +25$	$am \cdot f = +0^d1468$ $\bar{\alpha}_R = -32^\circ9$	$+0^d1491$ $-19^\circ7$	$+0^d1507$ $-6^\circ7$	$+0^d1508$ $+6^\circ6$	$+0^d1471$ $+20^\circ7$	$+0^d1360$ $+33^\circ4$	$+0^d1207$ $+36^\circ8$	$+0^d1130$ $+34^\circ0$	$+0^d0122$
Pol 4	$\alpha_0 = 50$ $\delta_0 = 0$	$am \cdot f = +0^d1578$ $\bar{\alpha}_R = -29^\circ3$	$+0^d1544$ $-16^\circ7$	$+0^d1511$ $-4^\circ6$	$+0^d1468$ $+6^\circ7$	$+0^d1388$ $+15^\circ0$	$+0^d1258$ $+16^\circ6$	$+0^d1134$ $+10^\circ1$	$+0^d1080$ $+4^\circ1$	$+0^d0137$

¹⁾ J. Stobbe: Beob.-Zirk. Astron. Nachr. 19.72 (1937).

Opposition 1933

a) Amplituden. Photographische Beobachtungen von J. Hartmann und M. Dartayet¹⁾ an 2 Tagen (1933 Jul. 27 und Aug. 13) geben als Amplituden die nicht sehr sicheren Werte:

JD	Ampl.	d_B	d_R
2427 281	1 ^m 0	18°	-0°6
298	1.5	0	0.0

b) Phasen. Den gleichen Beobachtungen lassen sich 2 Minima, davon das letzte sehr unsicher, und 2 Maxima entnehmen. Die Genauigkeit der Phasen ist durch die Länge jeder einzelnen Belichtung (0°010–0°014) beeinträchtigt. Infolgedessen lassen sich die Minima nicht eindeutig geraden oder ungeraden Epochen zuordnen.

c) Lage des Pols. Nimmt man an, daß die Beobachtung JD 298 zur Zeit des Amplitudenmaximums erfolgte, so muß der Pol auf dem eingezeichneten (Abb. 5) größten Kreis liegen. Es besteht aber keine Möglichkeit, zugleich auch die Amplitude der ersten Beobachtung zu befriedigen. Der wahre Pol mag bis zu $\pm 20^\circ$ seitlich der gezeichneten Kurve liegen.

Die Unterschiede sind gering. Pol 3 gibt die beste Darstellung der Phasen.

		JD 2427 281	298	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 310^\circ$	$a_m \cdot f = +0^d0139$	$+0^d0125$	-0^d0181
	$\delta_0 = +54$	$d_R = +2^s4$	0°0	
Pol 2	$\alpha_0 = 330$	$a_m \cdot f = +0^d0157$	$+0^d0140$	-0^d0077
	$\delta_0 = +39$	$d_R = +1^s4$	0°0	
Pol 3	$\alpha_0 = 350$	$a_m \cdot f = +0^d0187$	$+0^d0166$	0^d0000
	$\delta_0 = +8$	$d_R = -0^s6$	0°0	

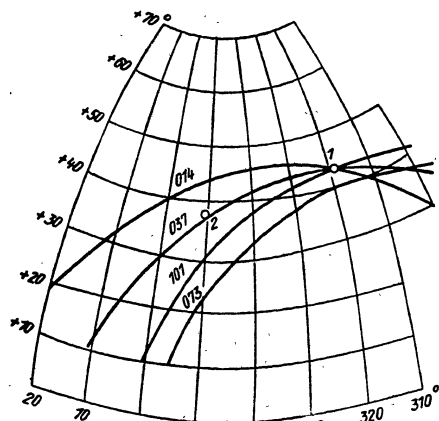


Abb. 8
Polkurven 1935

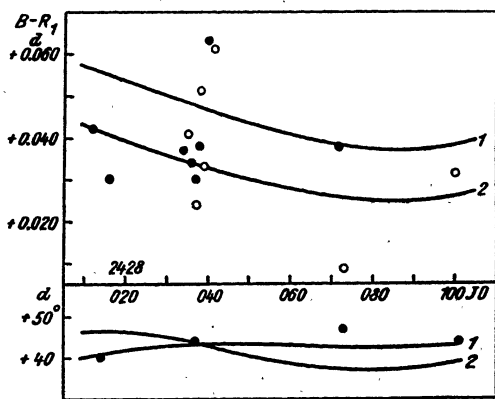


Abb. 9
Phasen- und Amplitudengang 1935

Opposition 1935

a) Amplituden. S. Kanda²⁾ veröffentlichte Beobachtungen aus der Zeit zwischen 1935 Jul. 28 und Okt. 25. Die wenig veränderte Amplitude betrug in Mittelwerten:

JD	Ampl.	d_B	d_R
2428 014	0 ^m 4	40°	-40°
037	0.3	44	-43
073	0.2	47	-42
101	0.3	44	-43

b) Phasen. Die von Kanda mitgeteilten Phasen sind infolge der kleinen Amplitude namentlich am Ende der Beobachtungsreihe von geringer Genauigkeit. Eine Zuordnung zu geraden und ungeraden Epochen ist daher nicht mit völliger Sicherheit möglich. (Die Zeit des letzten Minimums JD 8100.965 ist in .985 geändert worden, um Übereinstimmung mit der Spalte O – C zu erzielen.)

c) Lage des Pols. Der beste Vereinigungspunkt der Polkurven liegt bei Pol 1 (Abb. 8), während bei Pol 2 die Abweichungen der Phasen im Mittel null werden (Abb. 9).

		JD 2428 009	041	073	105	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 319^\circ$	$a_m \cdot f = +0^d0563$	$+0^d0464$	$+0^d0381$	$+0^d0401$	-0^d0126
	$\delta_0 = +44$	$d_R = -39^s9$	-43°6	-42°4	-43°5	
Pol 2	$\alpha_0 = 350$	$a_m \cdot f = +0^d0430$	$+0^d0325$	$+0^d0259$	$+0^d0273$	0^d0000
	$\delta_0 = +38$	$d_R = -46^s3$	-43°2	-37°0	-39°1	

¹⁾ Photographische Helligkeitsbeobachtungen des Eros. Astron. Nachr. 251.33 (1934).

²⁾ Light variation of Eros in 1935. Astron. Nachr. 259.241 (1936).

Opposition 1937-38

a) Amplituden. Dank der vorzüglichen Beobachtungsreihe von M. Beyer¹⁾ liegen für diese Opposition die weitaus besten und systematisch einwandfreiesten Beobachtungen vor. Sie werden ergänzt durch Mitteilungen von Gadowski, Haarwood, Hartwig, Lause, Loreta, R. Müller, Roach und Stodard, Schürer, Stein und Tibor, Stobbe und anderen. Aus den Monaten September und Oktober und der Zeit Ende Dezember 1937 waren wegen schlechten Wetters nur unsichere Beobachtungen zu erhalten. Am zuverlässigsten sind die Werte für Februar und März 1938. Es wurden folgende Mittelwerte zugrunde gelegt:

JD	Ampl.	d_B	d_R	JD	Ampl.	d_B	d_R
2428 806	0 ^m .15:	49°	-36°	2428 931	1 ^m .2	11°	-15°
819	0.17:	48	-33	940	1.4	4	-7
832	0.20:	47	-31	948	1.5	0	0
854	0.5	36	-31	960	1.3	7	+11
876	0.5	36	-34	970	1.1	16	+19
893	0.6:	33	-35	980	0.8	25	+27
924	1.1	15	-22	991	0.5	36	+35

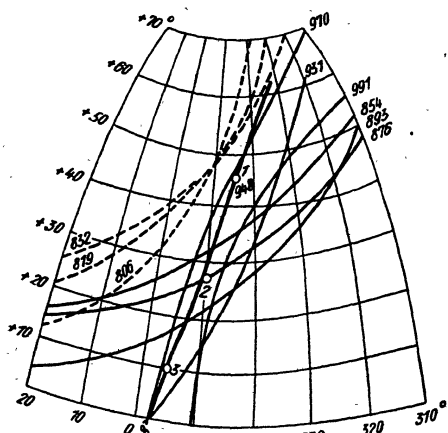


Abb. 10
Polkurven 1937-38

b) Phasen. Die Phasen sind aus dem gleichen Material abgeleitet wie die Amplituden. Die Beobachtungen von M. Beyer geben anfangs eine kleinere Amplitudenschwankung, als nach früheren Voraussagen erwartet wurde. Wegen der Unsicherheit dieser Beobachtungen gibt Beyer PhasenePOCHen erst ab JD 840. Ich bin jedoch nicht der Ansicht, daß seine ersten Beobachtungen völlig zu verwerfen sind, und habe sie deshalb mit angeführt. Der systematische Unterschied zwischen geraden und ungeraden Epochen tritt sehr stark in Erscheinung.

c) Lage des Pols. Eine eindeutige Festlegung der Lage des Pols für den gesamten Beobachtungszeitraum ist nach den eingetragenen Polkurven (Abb. 10) nicht möglich. Läßt man die drei ersten, verhältnismäßig unsicheren Kurven außer Betracht, so gibt Pol 2 eine Darstellung (Abb. 11), die von JD 875 ab befriedigend genannt werden kann. Jedoch weisen die systematischen Abweichungen zwischen JD 850 und 870

darauf hin, daß auch die übrigen Reste ihren Ursprung in einer veränderlichen Lage des Pols haben.

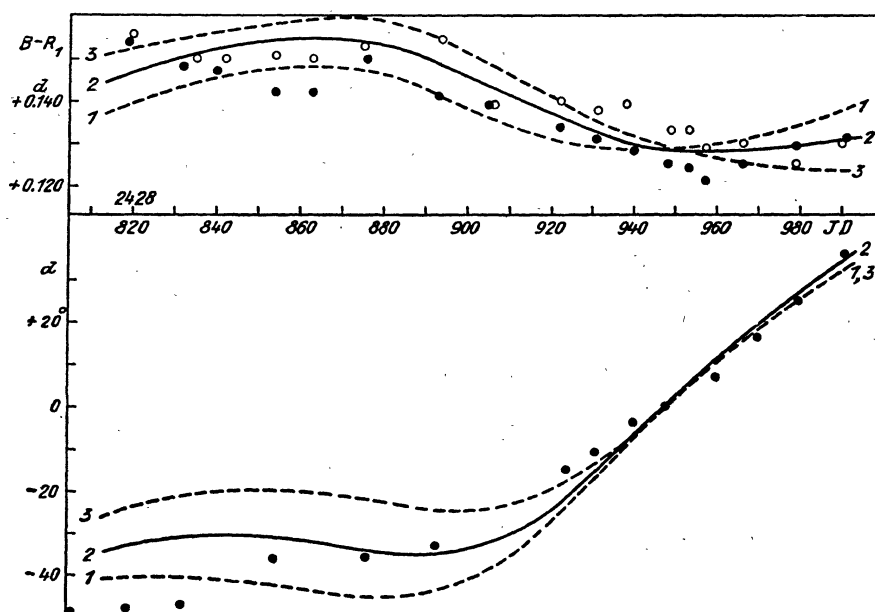


Abb. 11
Phasen- und Amplitudengang 1937-38

¹⁾ Visuelle Beobachtungen des Eros-Lichtwechsels in der Opposition 1937-38. Astron. Nachr. 267.27 (1938).

		JD 2428813	843	873	903	933	963	993	$\bar{a} \cdot f$
Pol 1	$\alpha_0 = 345^\circ$ $\delta_0 = +45$	$a_m \cdot f = +0^d 1266$ $d_R = -41^s 1$	$+0^d 1359$ $-41^s 4$	$+0^d 1379$ $-45^s 2$	$+0^d 1270$ $-40^s 6$	$+0^d 1185$ $-15^s 0$	$+0^d 1205$ $+12^s 4$	$+0^d 1283$ $+33^s 0$	$-0^d 0020$
Pol 2	$\alpha_0 = 350$ $\delta_0 = +28$	$a_m \cdot f = +0^d 1345$ $d_R = -34^s 3$	$+0^d 1424$ $-30^s 4$	$+0^d 1449$ $-33^s 4$	$+0^d 1346$ $-34^s 0$	$+0^d 1215$ $-13^s 4$	$+0^d 1182$ $+13^s 4$	$+0^d 1212$ $+36^s 8$	$0^d 0000$
Pol 3	$\alpha_0 = 356$ $\delta_0 = +10$	$a_m \cdot f = +0^d 1408$ $d_R = -25^s 7$	$+0^d 1469$ $-19^s 2$	$+0^d 1496$ $-21^s 0$	$+0^d 1408$ $-25^s 2$	$+0^d 1245$ $-12^s 6$	$+0^d 1160$ $+11^s 3$	$+0^d 1132$ $+34^s 6$	$+0^d 0015$

6. Darstellung der Phasen

In Spalte 1 der Tab. 3 sind die Epochen, die mit der halben Periode fortschreiten, getrennt für gerade und ungerade Epochen angegeben. Spalte 2 enthält die Zahl n der Beobachtungen für die mittlere Epoche E . Die planetozentrischen Beobachtungszeiten B (Spalte 3) sind den in Abschnitt 5 mitgeteilten Quellen entnommen und zunächst mit den berechneten Zeiten R_1 (Spalte 4) verglichen worden, die sich aus einer linearen Phasenformel ohne Berücksichtigung der Lagekorrekturen $a_m \cdot f$ und sonstiger systematischer Einflüsse ergeben. Nach mehrfachen Näherungsrechnungen wurde zugrunde gelegt:

$$R_1 = \text{JD } 2415326.358_{413} + 0^d 10979685 E \begin{matrix} \text{Maxima} \\ \text{Minima} \end{matrix} \quad (24)$$

In Spalte 5 steht

$$B - R_1 = \text{Lagekorrektur} + \text{systematische Reste} + \text{individuelle Fehler.}$$

Die Lagekorrektur ist mit den Koordinaten α_0, δ_0 , die in Abschnitt 5 für die einzelnen Oppositionen abgeleitet wurden, oder, wo dies nicht möglich war, mit den mittleren Koordinaten α'_0, δ'_0 für den Erosplan berechnet worden. Die Korrekturen $a_m \cdot f$, bzw. $a' \cdot f$ sind in Spalte 6 angeführt. Spalte 7 enthält:

$$B - R_2 = (B - R_1) - \text{Lagekorrektur} = \text{systematische Reste} + \text{individuelle Fehler.}$$

Es zeigt sich sofort, daß in den $B - R_2$ systematische Reste stecken, die als Differenz zwischen geraden und ungeraden Epochen zu erklären sind. Und zwar ist diese Epochenkorrektur von der erozentrischen Breite d abhängig. Die Differenzen D zwischen geraden und ungeraden Epochen gibt Tab. 4. Aus ihnen wurde eine Epochenkorrektur bestimmt, indem die Differenz je zur Hälfte der geraden und der ungeraden Epoche zugeschrieben wurde. Die Epochenkorrektur K der Tab. 9 ist an die $B - R_2$ nach Spalte 8 angebracht. In Spalte 9 hat man nunmehr:

$$B - R_3 = (B - R_1) - \text{Lagekorrektur} - \text{Epochenkorrektur} = \text{systematische Reste} + \text{individuelle Fehler.}$$

Tabelle 3
Einh. Spalte 5-9: 0^d001

E	n	B 24.....	R_1	$B - R_1$	$-a' \cdot f$ $-a_m \cdot f$	$B - R_2$	$-K$	$B - R_3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Maximum 1894 $\alpha'_0 = 350^\circ$ $\delta'_0 = +38^\circ$								
-22 413	1	12865.618	1281	+137	-127	+10		
Maxima 1896 $\alpha'_0 = 350^\circ$ $\delta'_0 = +38^\circ$								
-15 205	1	13656.886	1367	-11	-25	-36		
-14 670	1	715.698	638	+60	-25	+35		
-14 441	1	740.799	782	+17	-20	-3		
-14 434	1	741.557	550	+7	-19	-12		
Minima 1901 $\alpha_0 = 342^\circ$ $\delta_0 = +13^\circ$								
946	1	15430.398	15281	+117	-119	-2	+4	+2
964	1	432.366	257	+109	-10	+4	-6	
1 000	3	436.323	210	+113	-118	-5	+4	-1
1 010	3	437.418	308	+110	-8	+5	-3	
1 018	3	438.302	186	+116	-2	+5	+3	
1 028	3	439.395	284	+111	-7	+5	-2	
1 046	3	441.373	261	+112	-6	+5	-1	
1 064	2	443.348	237	+111	-7	+4	-3	
1 146	3	452.349	240	+109	-117	-8	+3	-5
1 438	2	484.419	301	+118	-118	0	0	0
1 492	3	490.347	230	+117	-1	0	-1	
1 510	2	492.324	206	+118	0	0	0	
1 520	2	493.421	304	+117	-1	0	-1	
Minima 1903 $\alpha_0 = 344^\circ$ $\delta_0 = +57^\circ$								
8 200	2	16226.768	16274	+21	-21	0	0	0
290	1	236.645	629	+16	-21	-5		-5
454	3	254.658	636	+22	-20	+2		+2
554	3	265.634	615	+19	-17	+2		+2
700	2	281.660	646	+14	-12	+2		+2
836	2	296.587	578	+9	-8	+1		+1

E	n	B 24.....	R ₁	B-R ₁	-a·f	B-R ₂	-K	B-R ₃
1	2	3	4	5	6	7	8	9
8 982	3	312.624	.608	+ 16	- 5	+ 11		+ 11
9 090	1	324.475	.467	+ 8	- 4	+ 4		+ 4
246	2	341.607	.595	+ 12	- 4	+ 8	+ 1	+ 9
8 201	1	16226.872	.857	+ 15	- 21	- 6	0	- 6
291	2	236.756	.739	+ 17	- 21	- 4		- 4
455	4	254.769	.745	+ 24	- 20	+ 4		+ 4
555	1	265.743	.725	+ 18	- 17	+ 1		+ 1
701	1	281.759	.755	+ 4	- 12	- 8		- 8
837	3	296.696	.688	+ 8	- 8	0		0
983	4	312.731	.718	+ 13	- 5	+ 8		+ 8
9 091	1	324.588	.576	+ 12	- 4	+ 8		+ 8
247	4	341.717	.704	+ 13	- 4	+ 9	- 1	+ 8

Minimum 1905 $\alpha_0 = 4^\circ$ $\delta_0 = +5^\circ$

15 804 | 1 | 17061.658 | .642 | + 16 | - 16 | 0 | |

Minimum 1916 $\alpha_0 = 321^\circ$ $\delta_0 = +25^\circ$

53 747 | 1 | 21227.871 | .664 | + 207 | - 204 | + 3 | 0 | + 3

Minima 1930-31 $\alpha_0 = 14^\circ$ $\delta_0 = +35^\circ$

99 776	4	26281.648	.504	+ 144	- 145	- 1	+ 2	+ 1
892	5	294.381	.240	+ 141	- 148	- 7	+ 3	- 4
100 012	5	307.554	.416	+ 138	- 150	- 12	+ 4	- 8
104	4	317.653	.517	+ 136	- 152	- 16	+ 5	- 11
194	3	327.534	.399	+ 135	- 153	- 18	+ 4	- 14
268	3	335.657	.524	+ 133	- 153	- 20	+ 3	- 17
404	4	350.592	.456	+ 136	- 150	- 14	+ 1	- 13
476	4	358.501	.361	+ 140	- 147	- 7	0	- 7
550	6	366.619	.486	+ 133	- 142	- 9		- 9
660	1	378.693	.564	+ 129	- 134	- 5		- 5
768	1	390.545	.422	+ 123	- 124	- 1		- 1
99 781	4	26282.198	.052	+ 146	- 146	0	- 2	- 2
891	6	294.275	.130	+ 145	- 148	- 3	- 3	- 6
100 011	3	307.451	.306	+ 145	- 150	- 5	- 4	- 9
103	5	317.553	.407	+ 146	- 152	- 6	- 5	- 11
193	1	327.434	.289	+ 145	- 153	- 8	- 4	- 12
267	2	335.554	.414	+ 140	- 153	- 13	- 3	- 16
403	1	350.486	.346	+ 140	- 150	- 10	- 1	- 11
475	7	358.393	.252	+ 141	- 147	- 6	0	- 6
549	5	366.510	.376	+ 134	- 142	- 8		- 8
659	3	378.587	.454	+ 133	- 134	- 1		- 1
767	1	390.436	.312	+ 124	- 124	0		0

Minima 1933 $\alpha_0 = 350^\circ$ $\delta_0 = +8^\circ$

108 884 | 1 | 27281.562 | .533 | + 29 | - 19 | + 10 | + 4 | + 14
109 038 | 1 | 298.458 | .442 | + 16 | - 17 | - 1 | + 5 | + 4
+ 9

E	n	B 24.....	R ₁	B-R ₁	-a·f	B-R ₂	-K	B-R ₃
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Minima 1935 $\alpha_0 = 319^\circ$ $\delta_0 = +44^\circ$

115 538	1	28012.163	.121	+ 42	- 55	- 13		0
574	1	016.104	.074	+ 30	- 54	- 24		
738	1	034.118	.081	+ 37	- 49	- 12		
756	2	036.091	.057	+ 34	- 48	- 14		
766	1	037.185	.155	+ 30	- 48	- 18		
774	1	038.072	.034	+ 38	- 48	- 10		
800	1	040.951	.888	+ 63	- 47	+ 16		
116 092	1	072.987	.949	+ 38	- 38	0		
115 755	1	28035.988	.947	+ 41	- 48	- 7		0
765	1	037.069	.045	+ 24	- 48	- 24		
775	1	038.194	.143	+ 51	- 48	+ 3		
783	1	039.055	.022	+ 33	- 47	- 14		
801	1	041.059	.998	+ 61	- 46	+ 15		
116 093	1	073.068	.059	+ 9	- 38	- 29		
347	1	100.979	.947	+ 32	- 39	- 7		

Minima 1937-38 $\alpha_0 = 350^\circ$ $\delta_0 = +28^\circ$

122 890	4	28819.502	.348	+ 154	- 137	+ 17	+ 3	+ 20
123 008	2	832.452	.304	+ 148	- 140	+ 8	+ 3	+ 11
080	4	840.356	.209	+ 147	- 142	+ 5	+ 3	+ 8
206	3	854.186	.044	+ 142	- 144	- 2	+ 3	+ 1
294	8	863.848	.706	+ 142	- 145	- 3	+ 3	0
408	1	876.373	.223	+ 150	- 145	+ 5	+ 3	+ 8
564	3	893.492	.351	+ 141	- 139	+ 2	+ 3	+ 5
672	1	905.348	.209	+ 139	- 134	+ 5	+ 3	+ 8
828	3	922.471	.337	+ 134	- 126	+ 8	+ 2	+ 10
912	10	931.691	.560	+ 131	- 122	+ 9	+ 3	+ 12
988	5	940.033	.905	+ 128	- 120	+ 8	+ 4	+ 12
124 068	11	948.814	.689	+ 125	- 118	+ 7	+ 5	+ 12
110	5	953.424	.300	+ 124	- 118	+ 6	+ 4	+ 10
148	4	957.593	.472	+ 121	- 118	+ 3	+ 4	+ 7
232	4	966.820	.695	+ 125	- 118	+ 7	+ 3	+ 10
346	1	979.341	.212	+ 129	- 119	+ 10	+ 1	+ 11
460	2	991.860	.729	+ 131	- 121	+ 10	0	+ 10
122 895	6	28820.053	.897	+ 156	- 137	+ 19	- 3	+ 16
123 035	3	835.418	.268	+ 150	- 141	+ 9	- 3	+ 6
095	6	842.006	.856	+ 150	- 142	+ 8	- 3	+ 5
213	4	854.963	.812	+ 151	- 144	+ 7	- 3	+ 4
293	8	863.746	.596	+ 150	- 145	+ 5	- 3	+ 2
401	3	875.607	.454	+ 153	- 145	+ 8	- 3	+ 5
573	1	894.494	.339	+ 155	- 139	+ 16	- 3	+ 13
683	2	906.556	.417	+ 139	- 133	+ 6	- 3	+ 3
827	2	922.368	.228	+ 140	- 126	+ 14	- 2	+ 12
913	11	931.808	.670	+ 138	- 122	+ 16	- 3	+ 13
971	4	938.177	.038	+ 139	- 120	+ 19	- 4	+ 15
124 071	9	949.151	.018	+ 133	- 119	+ 14	- 5	+ 9
113	10	953.762	.629	+ 133	- 118	+ 15	- 4	+ 11
147	4	957.492	.363	+ 129	- 118	+ 11	- 4	+ 7
225	5	966.057	.927	+ 130	- 118	+ 12	- 3	+ 9
345	4	979.228	.103	+ 125	- 119	+ 6	- 1	+ 5
447	1	990.432	.302	+ 130	- 121	+ 9	0	+ 9

Es wurde bisher für jede Opposition eine konstante Lage des Eros spols angenommen und zur Berechnung der Korrekturen $a \cdot f$ verwendet. Wenn diese Voraussetzung nicht zutrifft, und die verschiedenen Werte in den einzelnen Oppositionen deuten eindeutig darauf hin, so werden die $B - R_3$ noch weitere systematische Reste enthalten. Um sie zu erkennen, sind für die vier Oppositionen mit längerem Beobachtungszeitraum in Tab. 4 die Mittel der $B - R_3$ für gerade und ungerade Epochen wiedergegeben. Spalte 5 enthält unter $B - R$ die restlichen Abweichungen nach Abzug einer Konstanten.

Tabelle 4

JD	n	D	d _R	B-R	JD	n	D	d _R	B-R
Opposition 1901					Opposition 1930-31				
				-0 ^d .002+					-0 ^d .011+
2415 431	2	-0 ^d .005	- 7°	+0 ^d .002:	2426 281	8	-0 ^d .001	-22°	+0.011
432	2	+0.003	- 6	-0.009:	294	11	-0.004	-14	+0.006
436	6	0.000	- 2	-0.003	308	8	-0.007	- 6	+0.002
437	6	-0.013	- 1	0.000	318	9	-0.010	0	0.000
438	6	-0.005	0	+0.002	327	4	-0.010	+ 6	-0.002
439	6	-0.009	+ 1	0.000	336	5	-0.007	+12	-0.005
441	6	-0.010	+ 2	+0.001	351	5	-0.004	+25	-0.001
443	5	-0.007	+ 5	0.000	358	11	-0.001	+32	+0.004
452	5	-0.010	+12	-0.001	367	11	-0.001	+38	+0.003
484	4	+0.002	+41	+0.001	379	4	-0.004	+45	+0.008
489	4	+0.005	+47	-0.001	390	2	-0.001	+48	+0.010
493	6	0.000	+48	+0.002	Opposition 1937-38				
Opposition 1903									+0 ^d .010+
				+0 ^d .002+	2428 820	10	-0.002	-33	+0.008:
2416 227	3	+0.006	+28	-0.005	834	5	-0.001	-32	-0.002
237	3	-0.001	+29	-0.006	841	10	-0.003	-31	-0.003
255	7	-0.002	+31	+0.001	855	7	-0.009	-31	-0.008
266	4	+0.001	+33	0.000	864	16	-0.008	-32	-0.009
282	3	+0.010	+35	-0.005	876	4	-0.003	-35	-0.003
297	5	+0.001	+34	-0.001	894	4	-0.014	-36	-0.001
313	7	+0.003	+33	+0.007	906	3	-0.001	-33	-0.004
325	2	-0.004	+31	+0.004	922	5	-0.006	-23	+0.001
342	6	-0.001	+27	+0.006	932	21	-0.007	-15	+0.003
					939	9	-0.011	- 8	+0.003
					949	20	-0.007	+ 1	0.000
					954	15	-0.009	+ 5	0.000
					958	8	-0.008	+ 8	-0.003
					966	9	-0.005	+17	0.000
					979	5	+0.004	+27	-0.002
					991	3	+0.001	+35	0.000

In der Opposition 1901 ist in den B-R kein systematischer Gang zu erkennen, wohl aber ist ein solcher in den übrigen 3 Oppositionen vorhanden. Natürlich kann man diese Restwellen durch eine veränderliche Lage des Pols zum Verschwinden bringen. Um zu erkennen, ob ein derartiges Verfahren den wirklichen Verhältnissen entspricht oder als reine Willkür anzusehen ist, müssen alle Ursachen untersucht werden, die möglicherweise Restgänge hervorrufen können. Dies wird in Abschnitt 10 erfolgen.

7. Darstellung der Amplituden

In Abschnitt 5 sind neben den beobachteten Amplituden auch die erozentrischen Breiten d_R mitgeteilt, die für die betreffende Opposition mit der angenommenen Lage des Pols berechnet sind.

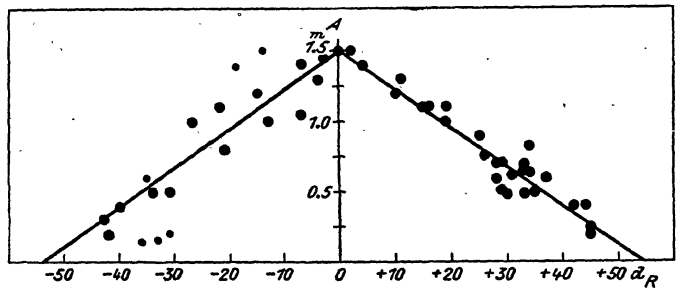


Abb. 12
Amplituden und erozentrische Breiten

Da die Amplituden unter der Annahme der Beziehung (15) $A = 1.50 - 0.0278 |d_B|$ dazu benutzt worden sind, auf dem Wege über die Polkurven die Lage des Erosols zu bestimmen, so kann man die Zuordnung der Amplituden zu den berechneten Breiten nicht als Beweis für die Richtigkeit der Polwerte ansehen. Der Vergleich (Abb. 12) zeigt nur, in welchen Fehlergrenzen es gelungen ist, die angenommene Helligkeitsverteilung auf dem Eros und die berechneten erozentrischen Breiten durch obige lineare Beziehung darzustellen.

Die Abweichung eines vollwertigen Normalpunktes ist selten größer als 0^m.1. Zwischen den Breiten -22° und -4° liegen die Punkte aus dem Jahr 1930 unterhalb, aus 1937 oberhalb der Amplitudenkurve. Im allgemeinen sind die ersten Beobachtungen während einer Opposition nicht von der gleichen Sicherheit wie die späteren. Eros bewegte sich immer so, daß die Blickrichtung von südlichen zu nördlichen Breiten wanderte. Hierdurch mag die größere Streuung der negativen Breiten zum Teil

erklärt werden. Abgesehen von den Beobachtungsfehlern sind die Ursachen der Abweichungen aber wohl hauptsächlich in systematischen Fehlern der Polwerte (d_R) infolge Polverlagerungen innerhalb einer Opposition zu suchen.

Irgendein Hinweis darauf, daß innerhalb sehr kurzer Zeit reelle Schwankungen in der Größe der Amplitude von mehr als 0^m.2 auftreten, wurde nicht gefunden. Ich möchte glauben, daß die wenigen Beobachtungen dieser Art¹⁾ durch atmosphärische oder sonstige Einflüsse verfälscht sind.

Aus der guten Darstellung der Amplituden durch eine linear von den Breiten abhängige Beziehung folgt, daß die Gestalt des Eros ziemlich regelmäßig symmetrisch zur Äquatorebene angeordnet sein muß und auch das Reflexionsvermögen keine größeren Unterschiede zwischen Nord- und Südhalbküste aufweisen kann. Da die Amplitude bereits bei $\pm 54^\circ$ null wird, ist ein Ellipsoid nicht geeignet, den Amplitudengang zu erklären.

8. Darstellung der Positionswinkel

Opposition 1931

W. H. van den Bos und W. S. Finsen²⁾ haben während der günstigen Annäherung 1931 zwischen Feb. 4 und 16 am großen Refraktor des Union Observatory in Johannesburg Eros als länglichen, zeitweise deutlich eingekerbten oder 8förmigen Körper gesehen. Die geschätzte Distanz lag zwischen 0^m.20 und 0^m.15. Der Positionswinkel nahm mit der Zeit zu und vollendete einen Umlauf in der Dauer der Rotationsperiode. Die Lage des Eros war so, daß unser Blick auf die nördliche Hälfte fiel. Folglich war der Drehungssinn der Rotation direkt.

Da der beobachtete Positionswinkel p_B sich mit der Zeit änderte, kann man sich nicht ein Modell vorstellen, bei dem die größte Achse gleich der Rotationsachse ist. Wir müssen vielmehr annehmen, daß die größte Achse senkrecht zur Rotationsachse steht oder daß sich zwei Körper um ihren Schwerpunkt bewegen. Der Positionswinkel entspricht dann im Helligkeitsminimum der Richtung der Projektion der Rotationsachse an die Sphäre, während im Maximum die Projektion der größten Achse an die Sphäre ihre größte Ausdehnung hat und senkrecht zur Rotationsachse liegt (wie in Abb. 6 gezeichnet).

Der Positionswinkel im Minimum $p = \Pi$ ist aus dem Erosort α , δ und den Polkoordinaten α_0 , δ_0 nach (2) zu berechnen. Er kann aber auch, wie es hier zunächst geschehen soll, den Beobachtungen entnommen werden. Zu beliebigen Zeiten ist der berechnete Positionswinkel

$$p_R = \Pi_R + \pi \quad \text{oder} \quad p_R = \Pi_B + \pi, \quad (25)$$

wobei π eine Funktion der erozentrischen Koordinaten a und d ist. Wir haben nach (4)

$$\operatorname{tg} \pi = \operatorname{tg} (\Theta - a) \operatorname{cosec} d. \quad (26)$$

Im Helligkeitsminimum sind $\pi = 0$ und $\Theta - a = 0$, wodurch Θ bei Kenntnis von a und der Epoche des Minimums bestimmt ist. Für die Rechnung genügt es jedoch bei $\Theta - a$ stehen zu bleiben.

Da van den Bos und Finsen die Lage des Eros spols nicht kannten, haben sie zum Vergleich ihrer beobachteten Positionswinkel einen berechneten Näherungswert des Positionswinkels in folgender Weise gebildet:

$$p_{\text{comp}} = \text{const} + 360^\circ \cdot \text{Phase}. \quad (27)$$

Dieser Wert soll hier mit φ bezeichnet werden. Man hat dann als Näherungswert für (25) in unserer Schreibweise

$$\varphi = \Pi + (\Theta - a). \quad (28)$$

Der Winkel φ nimmt linear mit der Zeit zu und ist in den Momenten der Minima und Maxima mit p identisch. Zum graphischen Vergleich der Beobachtungen mit der Theorie ist es zweckmäßig, als Abszisse die Zeit, die Phase oder φ aufzutragen und als Ordinaten die Differenz $p - \varphi$ zu verwenden. Die Zeit des Minimums möge t_m genannt werden.

Da Mikrometermessungen des Eros äußerst schwierig sind und ihre Güte in hohem Grade von den atmosphärischen Verhältnissen abhängt, schien es angemessen, die Beobachtungen der Nacht mit den besten Bildern für sich zu betrachten. Es ist dies 1931 Feb. 4–5 = JD 2426 377. Ferner sind die Beobachtungen von JD 379 wegen der längeren Ausdehnung der Reihe und von JD 388 als der letzten Beobachtungsnacht getrennt untersucht worden.

¹⁾ G. Hartwig: Photographisch-photometrische Beobachtungen des Kleinen Planeten 433 Eros. Astron. Nachr. 269.92 (1939).

²⁾ Physical observations of Eros. Astron. Nachr. 241.329 (1931).

Die Epochen der Minima wurden im Anschluß an die Helligkeitsbeobachtungen bestimmt, indem $B - R_1$ der Tab. 3 entnommen und nach (24) t_m erhalten wurde (s. nebenstehende Tabelle).

Epoche	R_1	$B - R_1$	$B = t_m$
100 648	2426 377.246	+0.131	377.377
666	379.223	+0.131	379.354
748	388.226	+0.123	388.349

Dann ist

$$\Theta - a = \frac{360^\circ}{P} (t - t_m) = 1639.3913 (t - t_m). \quad (29)$$

π wurde aus (26) zunächst mit der Breite $d_R = +45^\circ$, die aus der Lage Pol 2 folgt, berechnet. Es zeigte sich aber, daß $d = +40.5^\circ$, Pol 3 entsprechend, eine bessere Darstellung der Beobachtungen ergibt. Daher wurde dieser Wert gewählt. Von d , der Neigung der Erosachse gegen die Tangentialebene, hängt die Amplitude der Kurve $p - \varphi$ ab.

Man kann nun Π_B als (gewichtetes) Mittel der $p_B - \pi$ bestimmen. Die so abgeleiteten Positionswinkel der Rotationsachse des Eros sind für das Mittel von JD 377 und 379: 295° und für JD 388: 286° . Der Wert des letzten Tages ist unsicherer, da er nur auf den 5 Einstellungen der Epoche 100 748 beruht, denen die Beobachter das Gewicht 1 und $\frac{1}{2}$ gegeben haben (Tab. 5).

Tabelle 5

Epoche	$t-t_m$	φ	p_B	p_R	p_B-p_R	Epoche	$t-t_m$	φ	p_B	p_R	p_B-p_R	Gewicht	
JD 2426 377						JD 2426 388							
100 648	0.012	315°	292°	324°	-32°	100 666	0.103	104°	114°	98°	+16°		
	0.014	318	300:	328	-28	667	0.006	125	129:	130	-1		
	0.098	96	105	87	+18		0.008	128	120:	135	-15		
	0.100	99	107	91	+16		0.023	153	136	165	-29		
	0.016	141	153	152	+1		0.029	163	147:	175	-28		
	0.018	145	161	157	+4		0.071	231	217	223	-6		
	0.033	169	185	180	+5		0.075	238	232	228	+4		
	0.035	172	181	182	-1		0.080	246	249	234	+15		
	0.045	189	193	194	-1		0.084	253	252	241	+11		
	0.054	204	201	204	-3		0.105	287	287	283	+4		
649	0.071	231	222	223	-1	668	0.108	292	295	290	+5		
	0.077	241	235	230	+5		0.033	349	336:	0	-24		
	0.090	263	254	251	+3		0.037	356	14	5	+9		
	0.092	266	251	255	-4		0.041	2	10	10	0		
	0.016	321	296	332	-36	JD 2426 388							
	0.018	325	305	337	-32	100 747	0.064	211	239	206	+33	$\frac{1}{2}$	
	JD 2426 379						0.067	216	236:	209	+27	$\frac{1}{2}$	
	0.071	231	237	223	+14		0.102	273	295:	267	+28	$\frac{1}{4}$	
	0.077	241	238:	230	+8	748	0.105	278	303:	274	+29	$\frac{1}{4}$	
	0.082	249	248	237	+11		0.003	291	343:	294	+49	$\frac{1}{4}$	
0.084	253	243	241	+2	0.054		15	11	15	-4	1		
666	0.001	297	266	298	-32		0.058	21	18	19	-1	1	
	0.004	302	275	306	-31		0.071	42	32	34	-2	1	
	0.043	5	8:	12	-4		0.075	49	45	39	+6	$\frac{1}{2}$	
	0.046	10	9	15	-6		0.079	56	44	44	0	1	
	0.058	30	10	28	-18		749	0.103	275	339?	270	+69	0
	0.063	38	19	34	-15		0.109	285	309?	285	+24	0	
	0.099	97	103	89	+14		750	0.002	289	302?	291	+11	0

In Abb. 6 sind die Erosorte (genauer ihre Gegenpunkte an der Sphäre) und die größten Kreise eingetragen, die den Positionswinkeln der Rotationsachse entsprechen. Auf den beiden gestrichelten Kurven muß der Eros pol liegen, damit die beobachteten Positionswinkel dargestellt werden. Der Schnittpunkt (M in Abb. 15) beider Kurven befriedigt sämtliche Beobachtungen. Er liegt dicht bei Pol 3. Die Tab. 6 enthält die aus den Polkoordinaten berechneten Positionswinkel, wenn Pol 3 und Pol Watson zugrunde gelegt werden. Man erkennt folgendes: Pol Watson weicht gegenüber den Beobachtungen um 81° , bzw. 87° ab und kann also die Mikromettermessungen in keiner Weise darstellen. Pol Zessewitsch ist ein Mittel zwischen dem besten Pol für die Positionswinkel (M nahe Pol 3) und Pol 2, der die beste Darstellung des Amplituden- und Phasenganges aufweist.

Tabelle 6

JD	Π_B	Π_R	
2426 378	295°	Pol 3	Pol W
388	286	295°	16°
		289	13

Die Güte der Darstellung der Positionswinkel ist in den einzelnen Nächten sehr verschieden und, wie zu erwarten war, von den Beobachtungsbedingungen stark abhängig. Eine ganz erstaunlich gute Übereinstimmung zeigt die bei bester Bildbeschaffenheit beobachtete Epoche 100 649 (ungerades Minimum – gerades Minimum, 00 im oberen Teil der Abb. 13). Die Differenzen $p_B - p_R$ (Tab. 5)

zeigen eine mittlere Abweichung von weniger als 3° . Das ist für ein Objekt von $0''.2$ Längsausdehnung eine ganz verblüffende Übereinstimmung. Erheblich sind dagegen die Abweichungen bei $\varphi = 315^\circ - 325^\circ$, und zwar in den beiden Epochen 100648 und 100650.

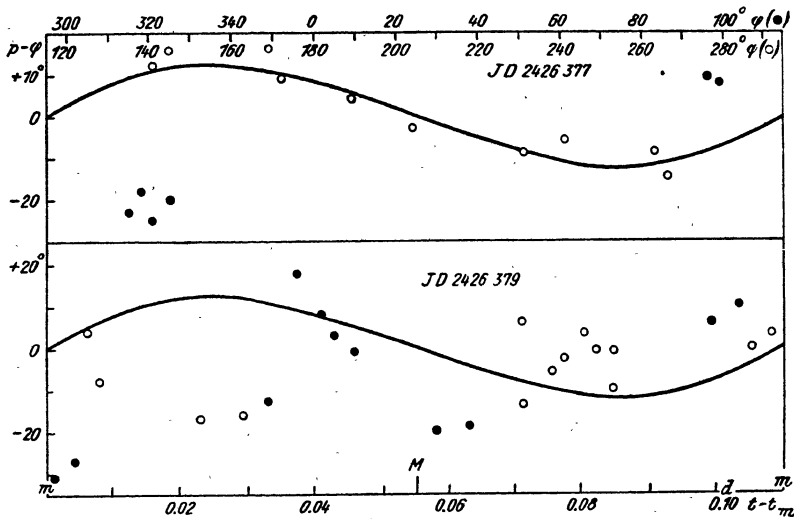


Abb. 13

Darstellung der 1931 Feb. 4-5 und 6-7 beobachteten Positionswinkel.
 ... gerade, ooo ungerade Epochen: $p_B - \varphi$. Kurven: $p_R - \varphi$

Weniger gut ist die Darstellung für JD 379. Dies ist durch die atmosphärischen Verhältnisse hinreichend erklärt. Um das gesamte Beobachtungsmaterial zu erschöpfen, ist schließlich noch in der graphischen Darstellung, die van den Bos und Finsen selbst von ihren Beobachtungen gegeben haben (Astron. Nachr. 241.333), die neu berechnete Kurve $p_R - \varphi$ eingetragen worden. In aller Strenge hätten hierbei sich von Tag zu Tag etwas verschiebende Kurven eingezeichnet werden müssen, da sich der Positionswinkel, der zur gleichen Phase gehört, mit der Zeit ändert. Infolgedessen fällt in Abb. 14 das Helligkeitsminimum für JD 377 auf $\varphi = 294.5^\circ$ und für JD 388 auf $\varphi = 289.5^\circ$. Die eingezeichnete mittlere Kurve geht bei $\varphi = 292^\circ$ durch die Nullachse.

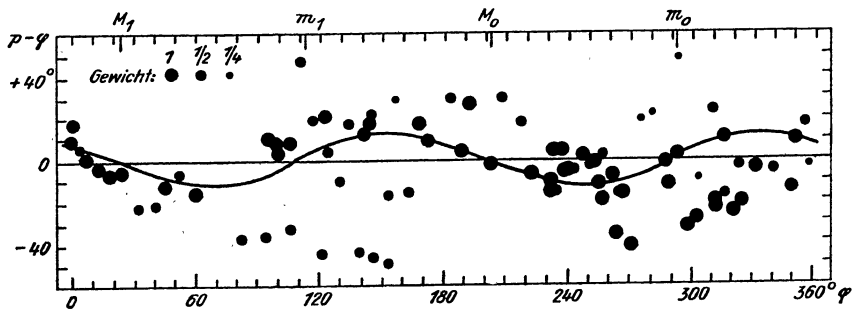


Abb. 14

Darstellung aller 1931 Feb. 4-16 beobachteten Positionswinkel. . . : $p_B - \varphi$, Kurve: $p_R - \varphi$

Es besteht kein Zweifel, daß die unter der Annahme von Pol 3 berechnete Kurve zwischen $\varphi = 0^\circ$ und 290° eine verbesserte Darstellung ergibt. Die Abweichungen um 320° , die ja bereits in der Darstellung von JD 377 auftauchen, mögen vielleicht in wirklichen Unregelmäßigkeiten der Figur oder des Reflexionsvermögens längs der größten Achse des Eros ihren Ursprung haben.

Das Ergebnis, daß die Neubestimmte und mit dem Amplituden- und Phasengang durchaus verträgliche Lage des Eros Pols die beobachteten Positionswinkel so über Erwarten gut darstellt, bedeutet eine glänzende Rechtfertigung der vielfach mit großer Skepsis aufgenommenen Beobachtungsergebnisse von van den Bos und Finsen.

Opposition 1937-38

Die Beobachtungen 1931 hatten bei einer Entfernung des Eros von 0.18 AE eine mittlere »Distanz« von 0.17 ergeben. Irgendeine Aussicht, den Eros länglich zu sehen, besteht daher nur in den Oppositionen mit besonders großer Annäherung des Eros. 1938 Januar betrug die kleinste Entfernung des

Eros von der Erde 0.21 AE. Die einzigen Beobachtungen, die mir bekannt geworden sind, wurden etwas früher in Babelsberg erhalten.

Nach einer persönlichen Mitteilung von Herrn J. Dick wurde Eros 1937 Okt. 29, Nov. 22 und Dez. 15 mit einiger Wahrscheinlichkeit länglich gesehen. Die beiden ersten Beobachtungen sind unsicher, dagegen ist Dez. 15 die im Laufe von Anschluß-Messungen erkannte Länglichkeit auch von E. Wahl bestätigt worden. Da genaue Zeitangaben fehlen, lassen sich die gemessenen Positionswinkel nicht mit den berechneten Werten vergleichen. Auf Grund der Entfernungen hätte man folgende Längen für Eros erwarten sollen: 0°07, 0°10 und 0°12. Die Kleinheit dieser Werte läßt den geringen Erfolg der Beobachtungen verständlich erscheinen.

9. Ableitung der Rotationsperiode

In den vorhergehenden Abschnitten ist ohne nähere Begründung mit einem bestimmten Wert für die Rotationsperiode gerechnet worden. Man kann die Darstellung der Phasen und Positionswinkel zwar als einen Beweis für die Richtigkeit der Periode betrachten — und in der Tat ist der Periodenwert ja auch durch mehrfache Näherungen so bestimmt worden, daß die Darstellung der Phasen möglichst gut wird — aber es bleibt noch zu prüfen, welche Zuverlässigkeit dieser Wert beanspruchen kann.

Die Schwierigkeit in der Ableitung der Rotationsperiode besteht darin, daß die Lagekorrekturen von der Kenntnis der Polkoordinaten in so hohem Grade abhängen, daß die Periode aus einer Opposition nicht mit der Sicherheit bestimmt werden kann, die zur Überbrückung der Zeit zwischen den Oppositionen notwendig ist. Natürlich wird man zunächst versuchen, zwei aufeinanderfolgende Oppositionen zu verbinden. Wir haben folgende Differenzen:

1901–1903: 7500 Epochen; 1931–1933 8700 Epochen; 1935–1937 8300 Epochen.

Da $\frac{1}{2}P = 0^d110$ ist, darf ein extrapolierte Wert keine größere Abweichung als etwa $\pm 0^d040$ von der wahren Epoche ergeben, wenn die Zuordnung sicher sein soll. Das heißt, $\frac{1}{2}P$ muß eine Genauigkeit von $0^d040 : 8000 = \pm 0^d000005$ erreichen. Läßt sich ein Kriterium finden, das eine Unterscheidung zwischen geraden und ungeraden Perioden ermöglicht, so ist die erforderliche Genauigkeit zur Verbindung von zwei Oppositionen $\pm 0^d000010$ der Periode. Leider ist eine solche Unterscheidung weder in der Opposition 1903, noch 1933 und 1935 möglich.

Tabelle 7

$\frac{1}{2}P = 0^d109$ Pol	797 2	754 Watson
B – R		
2426 281	+0 ^d 010	+0 ^d 003
294	+0.006	+0.001
308	+0.002	0.000
318	0.000	0.000
327	–0.002	–0.001
336	–0.005	–0.003
351	–0.001	0.000
358	+0.004	+0.003
367	+0.003	–0.001
379	+0.008	+0.001
390	+0.010	0.000

Die Darstellung der Phasen in den Jahren 1901 und 1930–31* ist je nach den gewählten Polkoordinaten gleich gut bei Werten von $\frac{1}{2}P$ zwischen 0^d10975 und 0^d10980. Die Differenz 0^d000050 beträgt mithin das Zehnfache des zulässigen Betrages. Als Beispiel seien für 1930–31 neben die frühere Darstellung (Tab. 4) die B – R gestellt, die mit Pol Watson ($\alpha_0 = 316^\circ$, $\delta_0 = +51^\circ$) und der Epochenformel

$$B = JD\ 2426\ 266.456 + 0^d109754 E$$

erhalten werden (siehe Tab. 7).

Man wäre nach einem Vergleich der Darstellungen geneigt, den kleineren Periodenwert vorzuziehen, wenn nicht gewichtige Gründe gegen diese Wahl sprechen würden. Es sind dies weniger der Amplitudengang als vielmehr die beobachteten Positionswinkel und die Unmöglichkeit einer Verbindung mit anderen Oppositionen¹⁾.

Glücklicherweise zeigt die Opposition 1937–38 einen bedeutend geringeren Einfluß der Polkoordinaten, so daß sich der Wert von $\frac{1}{2}P$ zwischen die Grenzen 0^d10978 und 0^d10981 einengen läßt. Da bei gleichem Ort des Eros an der Sphäre (Schleifenpunkt der Bahn) und konstantem Pol die Lagekorrektur dieselbe ist, gibt die Verbindung 1937 Okt. 8 und 1938 Jan. 3 die Periode unabhängig von den angenommenen Polkoordinaten. Leider sind gerade aus diesen Zeiten wenig Beobachtungen vorhanden. Sie würden für $\frac{1}{2}P = 0^d109785$ ergeben. Allerdings steckt hierin der Einfluß einer möglichen Verlagerung des Erosplans, der aber nicht so groß ist, als daß man nicht

$$\frac{1}{2}P = 0^d10979 \pm 0^d00001$$

als brauchbaren Näherungswert ansehen könnte.

Bevor an die Verbindung der Oppositionen gegangen wurde, war es erwünscht, ein geeignetes Kriterium zur Unterscheidung gerader und ungerader Epochen zu bekommen. Die Verschiedenheit

¹⁾ Siehe auch W. Zessewitsch: On the rotation of Eros. The Observatory 60.291 (1937).

in der Tiefe der Minima ließ sich nicht verwenden. Vielmehr zeigte es sich, daß dieser Unterschied nicht besonders sicher beobachtbar ist, ferner daß er nur in bestimmten Breiten und mit verschiedenem Vorzeichen auftritt¹⁾.

Ein sehr gutes Kriterium ist für Breiten zwischen -35° und $+20^\circ$ die Differenz in den Zeiten der Minima gegenüber einer mit $\frac{1}{2}P$ fortschreitenden Formel. Durchweg werden die geraden Epochen etwas früher, die ungeraden Epochen etwas später beobachtet (Korrektion K , Tab. 9). Hiernach ließen sich die Minima der Oppositionen 1901, 1930-31 und 1937-38 mit Sicherheit geraden und ungeraden Epochen zuordnen.

Nunmehr wurde versucht, die Oppositionen 1930 und 1938 so zu verbinden, daß auch die B-R der zwischenliegenden Oppositionen 1933 und 1935, denen hier entscheidende Bedeutung zukommt, dargestellt werden. Es gelingt dies innerhalb der Grenzen von ± 0.000003 um den obigen Näherungswert nur durch $\frac{1}{2}P = 0.10979774$ (Tab. 8). Der Versuch, mit dieser Periode nun auch den Zeitraum 1901-30 darzustellen, hat aber keinen Erfolg. Jedoch kann man mit einiger Sicherheit annehmen, daß die richtige Numerierung der Epochen nunmehr erreicht ist. Voraussetzungen sind allerdings, daß die Periode näherungsweise konstant und die Anwendung des Kriteriums zur Unterscheidung zwischen geraden und ungeraden Epochen berechtigt ist. Beides ist wahrscheinlich.

In Tab. 8 sind für die einzelnen Oppositionen Normalwerte der Phasen aufgestellt, denen natürlich ein recht unterschiedliches Gewicht zukommt. Die Normalwerte sind auf die Normallage und auf das Mittel von geraden und ungeraden Epochen bezogen. Die B-R hängen von der Reduktion auf den mittleren Pol und von der Wahl der Polkoordinaten ab. Der Einfluß der Reduktionen läßt sich aus den Differenzen der Werte $a \cdot f$, die in Abschnitt 5 mitgeteilt sind, abschätzen. Zu den Zeiten, in denen $d=0$ ist, hängt die Größe $a_m \cdot f$ nicht von den besonderen Annahmen über die Lage des Pols ab; alle berechneten Phasenkurven schneiden sich beim Durchgang der Erde durch die Äquatorebene des Eros in einem Punkt (Abb. 3, 7 und 11). Dies ist bei der Aufstellung der Normalwerte berücksichtigt worden.

Tabelle 8

Jahr	Epoche	Normalwert JD	B-R $\frac{1}{2}P = 0.10979774$			
			79774	79675	79685	79695
1894	-22 413				$+0.010$	
1896	-14 688				-0.004	
1901	+ 1 046	2415 441.259	$+0.097$	0.000	-0.002 (-5 bis 0)	0.000
1903	8 554	16 265.617	$+0.094$	$+0.004$	$+0.002$ (-4 bis +9)	$+0.003$
1905	15 804	17 061.645	$+0.088$	$+0.006$	$+0.003$	$+0.003$
1916	53 747	21 227.668	$+0.055$	$+0.009$	$+0.003$	-0.001
1930	100 104	26 317.506	0.000	0.000	-0.011 (-16 bis 0)	-0.019
1933	108 884	27 281.541	$+0.011$	$+0.020$	$+0.008$	-0.001
1935	115 756	28 036.046	-0.014	$+0.001$	-0.011 (Pol 2: 0)	-0.023
1938	124 068	28 948.699	0.000	$+0.024$	$+0.010$ (+1 bis +13)	0.000

In den drei letzten Darstellungen der Tab. 8 ist $\frac{1}{2}P$ so gewählt, daß zunächst 1901 und 1930, dann $\frac{1}{2}(1901 + 1903)$ und $\frac{1}{2}(1930 + 1938)$ und schließlich 1901 und 1938 streng dargestellt werden. Die mittlere Darstellung enthält in Klammern die Grenzen, innerhalb deren die B-R in der betreffenden Opposition schwanken. Der zugehörige Wert von $\frac{1}{2}P$ ist der wahrscheinlichste, doch wird man eine Unsicherheit von einer Einheit der 7. Dezimale zulassen müssen. Man hat also für die siderische Rotationsperiode des Eros:

$$\frac{1}{2}P = 0.10979685 \pm 0.00000010 \quad P = 0.2195937 \pm 0.0000002, \quad \text{oder} \quad P = 5^h 16^m 12.896 \pm 0.017.$$

Daß der bisher häufig verwendete Wert von K. Graff²⁾ $\frac{1}{2}P = 0.109796$ mit dem hier abgeleiteten so nahe übereinstimmt, ist dem geringen Gang der Lagekorrektur während seines Beobachtungszeitraumes 1930-31 zu verdanken. Der einzige Periodenwert, der mit Berücksichtigung der Lagekorrektur aus der gleichen Opposition bestimmt wurde, stammt von Zessewitsch³⁾ und ergab in befriedigender Übereinstimmung $\frac{1}{2}P = 0.1097971$.

Der Einfluß der Änderungen in der Richtung Erde-Eros kann, wie man am Gang der Phasenkurven sieht, besonders einige Monate vor und nach dem Oppositionsdatum beträchtlich werden und den Unterschied zwischen der siderischen und der momentan beobachteten Periode auf 10^s oder 0.0001 ansteigen lassen.

1) Aus Abb. 4 der Untersuchung von M. Beyer ersichtlich. Astron. Nachr. **267**.49 (1938).

2) Photometrische Beobachtungen des Eros auf Mallorca. Mitt. Wiener Sternw. Nr. 1 (1931).

3) Die Bestimmung der Winkелеlemente der inneren Bewegung von Eros. Astron. Nachr. **246**.447 (1932).

10. Bewegungen der Rotationsachse

In Abb. 15 sind die Lagen des Eros Pols eingetragen, die für die verschiedenen Oppositionen auf Grund der beobachteten Amplituden, Phasen und Positionswinkel abgeleitet worden sind. Für einige Oppositionen geben die eingezeichneten Kurvenstücke Richtung und Größe der möglichen Unsicherheit in der Lagebestimmung des Eros Pols an. In den übrigen Oppositionen ist der einzelne Punkt zwar der wahrscheinlichste Ort für den Pol, jedoch genügen die Beobachtungen nicht für eine sichere Festlegung. Näheres über die Grenzen der Verschiebungsmöglichkeit ist in Abschnitt 5 erwähnt. Als die beste mittlere Lage des Eros Pols hat man den Punkt St mit den Koordinaten

$$\alpha_0' = 350^\circ \quad \delta_0' = +38^\circ.$$

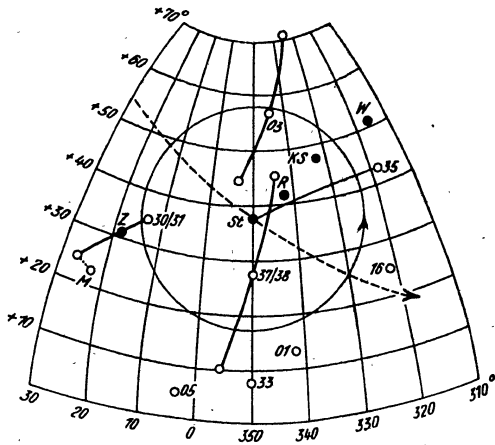


Abb. 15

Lage des Eros Pols zwischen 1901 und 1938. Wahre Pole: $\circ$ und Jahreszahl. Mittlere Pole: W = Watson, KS = Krug und Schrutka-Rechtenstamm, R = Rosenhagen, St = Stobbe. Pol 1930-31: Z = Zessewitsch, M = Mikrometermessungen. ---->: Präzessionsbewegung um den Pol der Bahnebene. Kreis: Nutationsbewegung um den mittleren Pol.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß dieser mittlere Pol die einzelnen Oppositionen nicht befriedigend darstellen kann. Ebenso wenig sind hierfür die Pole von Rosenhagen, Krug und Schrutka-Rechtenstamm und am wenigsten der Pol von Watson geeignet. Man muß also eine Verlagerung der Rotationsachse von Opposition zu Opposition annehmen. Außerdem weisen die Restabweichungen in den Amplituden und Phasen während der längeren Beobachtungszeiträume der Oppositionen 1903, 1930-31 und 1937-38 darauf hin, daß auch in diesen Zeiten die Bewegung des Eros Pols merklich gewesen ist.

Man wird bei einem rotierenden Körper zunächst an eine Präzessionsbewegung der Achse denken. Die Koordinaten des Pols der Bahnebene sind nach den Elementen des Planetenhefts (Kleine Planeten, Jahrgang 1939):

$$\alpha_p = 252^\circ.3 \quad \delta_p = +59^\circ.3.$$

Eine Präzessionsbewegung um den Pol der Bahnebene würde längs der gestrichelten Kurve der Abb. 15 verlaufen. In den beobachteten Lagen der Pole ist keine solche Bewegung angedeutet. Das stimmt mit den Abschätzungen von Krug und Schrutka-Rechtenstamm¹⁾ überein, nach denen eine Präzession mit einer Periode von weniger als 2000 Jahren nicht zu erwarten ist. Denn im Verhältnis zur Erde steht bei Eros einer sehr viel größeren Massenanhäufung in der Äquatorebene eine größere Entfernung von der Sonne und eine kleinere Rotationsperiode gegenüber. Auch ist zu bedenken, daß der größte Anteil der Präzession und Nutation der Erde vom Mond herrührt.

Eine Nutationsbewegung müßte im Sinn des Kreises erfolgen, der mit 20° Radius um den mittleren Pol beschrieben ist. Die Verteilung der Pole würde auch einen Radius von 30° und mehr zulassen. Leider sind die sicheren Beobachtungen zu spärlich verteilt, als daß man die Natur der Polbewegung erkennen könnte. Wahrscheinlich ist eine reine Nutationsbewegung nicht vorhanden; denn wäre sie es, so müßte sie sich bereits innerhalb der Oppositionen 1930-31 und 1937-38 widerspiegeln. Wenn man aber den Versuch macht, die Restabweichungen der Phasen und Amplituden zum Verschwinden zu bringen, wird man auf oszillatorische Schwankungen des Pols mit einer Periode von 60^d – 80^d und einem Radius von 10° – 20° um den jeweiligen besten Pol geführt.

Es sieht also so aus, als ob die Bewegungen der Rotationsachse einen sehr komplizierten Charakter besitzen. Angesichts der unsymmetrischen Figur und der großen Neigung der Achse ist ein solches Verhalten auch nicht unwahrscheinlich.

Der mittlere Eros pol hat vom Pol der Bahnebene einen Abstand von 61° . Die Neigung des Eros äquators gegen die Bahnebene kann aber sogar 90° erreichen. So dürfte 1905, 1933 und 1931 in der Nähe von Pol M die Rotationsachse nahe in der Bahnebene gelegen haben.

Man kann sich weiterhin vorstellen, daß die Rotationsachse nicht mit einer Hauptträgheitsachse zusammenfällt. Dann werden, wie es bei der Erde durch die Polhöhenchwankungen angezeigt wird, die instantanen Drehungsachsen im Eroskörper wandern. Der Untersuchung der Drehmomente, die bei einem derartigen dreiachsigen Körper auftreten, soll eine spätere Arbeit gewidmet werden²⁾.

¹⁾ loc. cit. S. 12, siehe Fußnote 9, S.2.

²⁾ Harvard Coll. Obs. Circ. Nr. 419, S. 9: Hinweis auf unveröffentlichte Untersuchungen von E. W. Brown.

Hier sei nur darauf hingewiesen, daß wir stets die Rotation um die instantane Drehungsachse beobachten. Die so bestimmte Rotationsgeschwindigkeit braucht aber keine Konstante zu sein, da nur das Gesamtdrehmoment konstant ist. Die Bewegungen der Drehungsachse relativ zu den Hauptträgheitsachsen können wohl kaum aus den Beobachtungen abgeleitet werden. Sie können aber in gewissem Grad bei angenommener Massenverteilung theoretisch erschlossen werden.

11. Ursachen der Restfehler

Eine Folge unserer Unkenntnis der Bewegungen der Rotationsachse ist die Schwierigkeit der richtigen Reduktion der Rotationsphasen, die ja (Abschn. 2) auf eine die Achse enthaltende Ebene bezogen werden. Bewegungen der Achse verlagern die Bezugsebene und enthalten im allgemeinen eine Komponente, die eine Drehung bedeutet und entsprechend berücksichtigt werden müßte. Die Abweichungen der Phasenmittel der einzelnen Oppositionen sind daher wahrscheinlich mindestens zum Teil durch die Anwendung der Näherungsformeln (9) und (10) bedingt. Die Zuordnung der Epochen würde sich übrigens nicht ändern, wenn die Lagekorrektur stets mit den Koordinaten des mittleren Pols berechnet worden wäre.

Ein Teil der restlichen $B - R$ der Phasen kann seine Ursache in Abweichungen der Gestalt des Eros von dem vorausgesetzten Modell haben. Es wurde eine Symmetrie zur Äquatorebene in der Form angenommen, daß längs eines Erosmeridians die gleiche Rotationsphase beobachtet werden sollte. Ist dies in Wirklichkeit nicht der Fall, so müssen die $B - R$ eine Abhängigkeit von d aufweisen. Die Restfehler der Tab. 4 zeigen etwas Derartiges, da fast alle $B - R$ zwischen $d = -5^\circ$ und -25° positiv und zwischen $d = -30^\circ$ und -36° negativ sind. Das Material erstreckt sich aber über zu wenige Oppositionen, als daß man mit Sicherheit behaupten könnte, die Ursache liege in der Beziehung zur erozentrischen Breite.

Schließlich ist ein Einfluß des Beleuchtungs-Phasenwinkels in Verbindung mit einer Unsymmetrie des Eros längs den Äquatorachsen denkbar. Je nach der Stellung des Eros in bezug auf Erde und Sonne bleibt ein gewisser Teil der uns zugewandten Seite unbeleuchtet. Unsymmetrien der Oberfläche, z. B. Verdickungen der Achsenenden, tragen zum Lichtwechsel in dem Grade bei, wie sie durch den Phasenwinkel bedingt Sonnenstrahlung erhalten und reflektieren können. Die Lichtkurve wird also bei gleichen erozentrischen Koordinaten a und d eine Abhängigkeit vom Phasenwinkel aufweisen. Dies mag sich sowohl in den Amplituden wie in den Phasen auswirken. Auch hier ist das Beobachtungsmaterial zu dürftig, um den Effekt nachweisen zu können.

12. Rotations- und Lichtwechselelemente

Bezeichnet man den Winkel, den die Richtung der größten Achse des Eros (oder die Verbindungslinie zweier Komponenten) mit einer Bezugsebene bildet, mit Θ und definiert die Bezugsebene dadurch, daß sie die Rotationsachse des Eros (oder die Senkrechte auf der Bahnebene) und den Punkt T , d. h. den Schnittpunkt von Erd- und Erosäquator enthalten soll, so ist

$$\Theta = (t - t_0) \frac{360^\circ}{P}$$

$$t_0 = \text{JD } 2415\,326.413 + nP \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$P = 0^d 2195937.$$

Sind a und d die erozentrischen Koordinaten der Erde, so erscheint Eros im Minimum, wenn

$$\Theta - a = 0^\circ \text{ gerade Epoche} \quad \Theta - a = 180^\circ \text{ ungerade Epoche.}$$

Für die Beobachtungszeit t_m des Minimums hat man

$$t_m = E_0 + \frac{1}{2}P \cdot E + \text{Lichtzeit} + \text{Lagekorrektur } (a \cdot f) + \text{system. Korrektur } K$$

$$t_m = \text{JD } 2415\,326.413 + 0^d 10979685 E + 0^d 00577 \Delta + 0.00061^{d/10} a + K.$$

Die Korrektur K ist in Tab. 9 der folgenden Seite gegeben.

Die mittlere Lage des Eros Pols ist

$$\alpha_0' = 35^\circ \quad \delta_0' = +38^\circ.$$

a und d erhält man aus den Gleichungen (1), in denen α, δ die Koordinaten des Erosortes und α_0, δ_0 die Koordinaten des mittleren oder wahren Eros Pols bedeuten. Bei Kenntnis der wahren Lage des Eros Pols ist die Drehung der wahren Bezugsebene relativ zur mittleren zu berücksichtigen, indem

der Lagekorrektur eine Reduktion $\bar{a} \cdot f$ z. B. nach Formel (10) hinzugefügt wird. Man hat dann für die Lagekorrektur

$$a_m \cdot f = (a + \bar{a}) \cdot f.$$

Tabelle 9

Korrektur K + ungerade Epoche
- gerade Epoche

d	K	d	K	d	K
-35°	±0.0035	-10°	±0.0036	+15°	±0.0029
-30	0.0026	- 5	0.0044	+20	0.0018
-25	0.0020	0	0.0046	+25	0.0009
-20	0.0019	+ 5	0.0042	+30	0.0000
-15	0.0026	+10	0.0038	+35	0.0000

Für die Opposition 1940 ist eine Vorausberechnung der Zeiten der Minima und aller für die Beobachtung notwendigen Daten in den Astron. Nachr. **269.99** (1939) gegeben worden.