1912VatPS...1B...1H

LA ROTATION DE LA TERRE

SES PREUVES MÉCANIQUES ANCIENNES ET NOUVELLES

AVEC DEUX APPENDICES

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

TABLE DES MATIÈRES

PAGE

PRÉFACE v

INTRODUCTION 1

I. Idées fondamentales 1

II. Esquisse historique des preuves mécaniques de la rotation de la terre 6

III. Bibliographie 13

Première Partie. Corps en mouvement libre 15

Chapitre I. Equations du mouvement relatif 15

» II. Mouvement des projectiles. 19

» III. Corps en chute libre. 22

Deuxième Partie. Le pendule. 41

Chapitre I. Le pendule simple de FOUCAULT 42

» II. Le pendule conique de BRAVAIS 65

» III. Formes diverses de pendule composé. 73

» IV. Le pendule horizontal de HENGLER. 80

Troisième Partie. Les différentes formes du gyroscope 83

Chapitre I. Le gyroscope libre de FOUCAULT 84

» II. Les gyroscopes gênés de FOUCAULT 85

» III. Les gyroscopes verticaux d'ARNOLD et de GILBERT. 87

» IV. Le gyroscope horizontal de FÖPPL. 89

» V. Esquisse de la théorie des gyroscopes 90

Quatrième Partie. Le principe de la constance des aires. 97

Chapitre I. Le ressort coudé de POINSOT. 97

» II. Les boules suspendues de BAUDRIMONT et BOILLOT. 101

» III. Les courants liquides de PERROT, COMBES et TUMLIRZ. 104

Cinquième Partie. Les nouveaux appareils. 113

Chapitre I. L'Isotoméographe 113

» II. La Poulie suspendue 117

Sixième Partie. Théorie des nouvelles expériences 121

Chapitre I. Le pendule de torsion comme appareil auxiliaire 121

» II. L'Isotoméographe 124

» III. La Poulie suspendue. 129

Septième Partie. Les expériences 135

Chapitre I. L'Isotoméographe 135

» II. La Poulie suspendue. 147

» III. Deux applications possibles de la machine d'ATWOOD à la chute des corps. 167

ADDITIONS ET CORRECTIONS 175

INDEX ALPHABÉTIQUE 181

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

SPECOLA ASTRONOMICA VATICANA

I.

LA ROTATION DE LA TERRE

SES PREUVES MÉCANIQUES ANCIENNES ET NOUVELLES

PAR

J. G. HAGEN S. J.

REDIGÉ EN FRANÇAIS

PAR

P. DE VREGILLE S. J.



ROMA

TIPOGRAFIA POLIGLOTTA VATICANA

1911

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

PRÉFACE

Ce volume inaugure une nouvelle série de publications de l'Observatoire du Vatican, série qui différera de la première surtout par l'exclusion systématique de travaux météorologiques. Depuis un demi-siècle, en effet, la Météorologie s'organise sous le contrôle des divers gouvernements; elle forme, à l'heure qu'il est, une science autonome, complétement émancipée de la tutelle de l'Astronomie, et une science quasi-officielle.

Le transfert de l'Observatoire, de la *Tour des Vents* au *Villino* des jardins du Vatican, le choix des nouveaux instruments, le montage des coupoles rendirent toute observation régulière impossible, jusqu'au printemps de 1909. Une série d'observations de latitude, d'après la méthode de Talcott, put cependant être menée à bien, à cette époque, par le P. Stein (voir *Rivista di Fisica, Matematica e Scienze Naturali*, Pavia, X, 1909, n. 110). D'autre part, un plan d'expériences sur la rotation terrestre, dès longtemps en germe, éclosait et se mûrissait en un lent travail de recherches. Ce sont les résultats de ces expériences que nous présentons dans ce premier volume de la seconde série.

A ceux qui, à des titres divers, ont bien voulu faciliter notre tâche, nous exprimerons ici nos sentiments de profonde gratitude.

Le P. Stein, après avoir suivi avec intérêt les expériences, a accepté de parcourir le manuscrit et les épreuves de l'ouvrage. Nous lui devons de fort utiles remarques, et nous sommes heureux de pouvoir insérer un Appendice, signé de lui, sur « *Les preuves de M. Kamerlingh Onnes* ». Un second Appendice suivra, si les circonstances s'y prêtent, et relatera les expériences exécutées avec un nouvel appareil.

Nous sommes particulièrement reconnaissants au R. P. de Vregille d'avoir bien voulu traduire le texte manuscrit de cette publication et en surveiller l'impression.

Durant la construction et l'essai des divers appareils, MM. les Professeurs Pfaundler et Föppl nous ont donné, par lettres, avec la plus exquise amabilité, des indications sur le mode de suspension et d'amortissement à employer.

La maison Felten et Guilleaume, de Vienne, nous a fourni gracieusement les fils et câbles métalliques nécessaires à nos expériences. Nous l'en remercions, ainsi que la maison Leybold's Nachfolger, de Cologne, qui construit en ce moment pour nous un Isotoméographe de forme simplifiée.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Mr l'Ingénieur Mannucci s'étant aimablement chargé de l'aménagement des locaux et de la construction des appareils, nous ne pouvions mieux faire que de le prier d'en écrire la description; nous la donnons telle quelle dans la V^e Partie. Ajoutons enfin que, sans l'habileté et le savoir-faire de l'Aide Diadori, nous aurions été bien empêchés de manier les lourdes masses qui nous ont servi durant nos pénibles et parfois dangereuses expériences.

Observatoire du Vatican, 25 mars 1911.

J. G. HAGEN S. J.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

INTRODUCTION

Afin de permettre au lecteur de se rendre compte des divisions adoptées dans ce travail et de classer, en un coup d'œil d'ensemble, les nombreuses expériences qui vont être décrites, nous allons exposer successivement:

I. Les points fondamentaux de la question.
II. Les repères principaux de son histoire.
III. Les sources les meilleures permettant de la traiter.

I. – Idées fondamentales.

1. Benzenberg, dans son *Versuche über die Umdrehung der Erde* (p. 303), se réfère au passage du Dialogue de Galilée, où le savant italien nie formellement la possibilité de constater le mouvement de la terre par des expériences exécutées à la surface, et il insiste sur la nécessité de bien distinguer entre les deux mouvements de **translation** et de **rotation**. Benzenberg avait sans doute présente à l'esprit, en écrivant ces lignes, la comparaison faite par Galilée entre un navire et la terre [1] (*Opere di Galileo Galilei*, vol. VII, 1897, p. 170); aussi ajoute-t-il, avec raison, que semblables arguments valent contre toute démonstration mécanique de la translation terrestre, mais non pas contre une démonstration de la rotation axiale.

Toute expérience faite avec des instruments dure si peu de temps que le mouvement de la terre autour du soleil peut, sans difficulté, être considéré comme rectiligne pendant qu'on l'exécute. Par suite, durant cet intervalle, le mouvement des corps à la surface du sol, **relativement** au déplacement en question, est égal à zéro. Lehmann (*Astron. Nachr.*, Bd. 39, 1855, pp. 193, 265 et Bd. 40, p. 377) a donné une preuve mathématique de cette assertion.

Depuis que la théorie du mouvement relatif a été si nettement établie par Laplace, Gauss et Coriolis, il est au contraire bien connu que tout mouvement

[1] « Onde per esser la medesima ragione della Terra che della nave, dal cader la pietra sempre a perpendicolo al piè della terra, non si può inferir nulla del moto o della quiete della Terra ».

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

d'objet matériel terrestre, possédant une suffisante liberté, est en fonction de la rotation diurne. Dans toutes les représentations analytiques de ces mouvements se trouve un facteur, aujourd'hui communément noté ω, qui n'est autre que la vitesse angulaire de notre planète autour de son axe. C'est ce facteur qui va nous occuper dans les pages qui suivent; on peut le considérer comme le **symbole caractéristique** de la rotation terrestre.

2. Il faut, dès maintenant, établir une distinction nette entre **expériences**, **observations** et **représentations.**

a) Certains instruments servent simplement à **représenter** la rotation de la terre et n'ont pas pour but d'en prouver l'existence. Par exemple, les appareils servant à montrer l'indépendance de mouvements superposés les uns aux autres, sont de ce nombre. Citons également les verges élastiques de FOUCAULT (*Recueil,* p. 392), l'appareil de WHEATSTONE avec ressorts dans un cadre tournant (*Phil. Mag.,* I, 1851, p. 572), construit également par GARTHE (*Foucault's Versuch,* Köln. 1852, p. 30 et Planche VIII), le polytrope de SIRE (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 431) dont parle GILBERT (*Annales de la Soc. Scient.*, Bruxelles, vol. 6, 1882, p. 320), l'appareil de BLUM reproduisant les particularités de l'expérience de FOUCAULT, y compris la loi du sinus (*C. R.,* t. 144, 1907, p. 364), d'autres encore. Ces instruments sont étrangers à notre sujet.

b) Nous passerons de même sous silence les **observations** de phénomènes naturels, marées, aplatissement du globe déduit des mesures géodésiques ou de la variation du pendule à seconde, précession et nutation, etc. Quelles que soient les conclusions qu'elles permettent de tirer en faveur de la rotation terrestre, elles ne constituent pas des preuves **mécaniques directes.**

c) Par contre, nous nous arrêterons aux **expériences**. Toutes celles que nous avons à décrire consistent essentiellement en ceci: mise en mouvement d'un corps à la surface du sol, par des moyens mécaniques tels et dans de telles conditions que la vitesse angulaire ω de la terre devienne sensible **directement.**

3. Les moyens mécaniques employés auront évidemment une influence sur la manière dont la rotation diurne se manifestera dans le mouvement relatif des corps en expérience, et sur la forme que prendra le facteur ω dans les équations analytiques. De là, distinction nécessaire entre les **appareils principaux** et les **appareils secondaires**. Une expérience repose-t-elle essentiellement sur la théorie de tel instrument; cette théorie doit être étudiée à fond. Au contraire, voici un appareil qui ne sert qu'à faciliter les observations, à rendre plus aisés les déplacements; sa théorie n'ayant qu'un rôle secondaire peut être étudiée superficiellement ou même pas du tout.

a) Exemples d'appareils secondaires: le plan incliné, la machine d'ATWOOD, employés dans l'étude des lois de la chute des corps. Exemple d'appareil principal: le pendule, employé pour l'étude des mêmes lois. La théorie du pendule forme, dans ce cas, partie essentielle de l'expérience.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

FOUCAULT considérait son pendule comme un appareil auxiliaire destiné à réduire la vitesse horizontale des projectiles (cf. 2e Partie, rem. prélim.); il n'en est pas moins vrai que, dès que l'expérience fut perfectionnée par l'emploi du pendule composé, la théorie du pendule devint de première importance.

b) En règle générale, une démonstration mécanique de la rotation de la terre est d'autant plus facile d'exécution et d'autant plus claire, qu'elle se fait avec moins d'appareils principaux et plus d'appareils auxiliaires.

Plus on laisse de liberté dans son mouvement, au corps en expérience, et plus ce mouvement devient difficile à observer et à contrôler. En obligeant les projectiles et les corps en chute à décrire leur trajectoire dans les limites étroites d'un laboratoire, on pourrait les soumettre à des mesures de précision. Le gyroscope de FOUCAULT devint plus maniable quand on rendit fixe l'un des anneaux de suspension; en restreignant davantage encore la liberté de mouvement, avec un contrepoids, comme l'a fait GILBERT, ou une suspension trifilaire, comme l'a fait FÖPPL, ils pourraient devenir des instruments de précision.

D'un autre côté, lorsque ces appareils auxiliaires **sont vraiment tels,** le phénomène à mettre en évidence, la rotation diurne, loin d'être obscurci par la théorie dynamique de l'instrument, apparaît plus nettement, par l'effet de la loi de l'inertie, revêtant la forme de quelque principe fondamental de mécanique.

4. Un certain nombre de ce qu'on est convenu d'appeler **les principes de mécanique** peuvent être exprimés sous la forme mathématique; c'est sur ces principes que toutes les machines sont basées, et d'autant plus directement qu'elles sont plus simples.

a) Les trois principes fondamentaux qui servent de base à toutes les expériences décrites dans ce travail, sont les suivants: **principe du mouvement du centre de gravité, principe de la constance des aires, et principe de la force-vive.**

Le premier trouve une application prédominante dans les expériences sur le mouvement horizontal des projectiles et dans la forme la plus simple du pendule de FOUCAULT.

Le second est à la base du mouvement de tous les projectiles et corps en chute; il se manifeste avec toute la simplicité dans le *ressort coudé* de POINSOT et dans l'*isotoméographe.*

Enfin, le principe de la force-vive fonde des instruments compliqués et s'applique en particulier dans le pendule composé et dans le gyroscope, où il prend la forme du théorème connu: le travail (T) des forces appliquées pendant un certain intervalle est égal à la variation de la force-vive (U), ce que l'on écrit aussi $d\,U = d\,T$.

b) Les trois principes signalés se ramènent à un seul, **le principe de l'inertie,** qui fonde, en dernière analyse, toutes les preuves mécaniques de la rotation terrestre.

L'inertie est une qualité physique **naturellement inhérente** à la matière; son existence découle du principe de causalité: tout effet doit avoir une cause propor-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

tionnée. En se mettant strictement à ce point de vue, le facteur ω sera le même, qu'il soit dérivé des preuves mécaniques ou déterminé par des observations astronomiques.

Mais a-t-on le droit de se placer à ce point de vue? La question a été récemment mise en discussion. Ce fait évident, que tous les mouvements que nous pouvons observer sont des mouvements relatifs, a été également étendu à l'inertie. Tout ce que nous savons de l'inertie, a-t-on fait remarquer, est purement expérimental et, par suite, *relatif*, - relatif à cette partie du monde matériel que nous atteignons directement.

Cette controverse sort des limites que nous nous sommes fixées. On pourra consulter à son sujet les *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* (VICAIRE, t, 18, 1894, II, p. 283 et t. 20, 1896, I, pp. 8, 19; de TILLY, t. 24, 1900, II, p. 214; PASQUIER, t. 25, 1901, I, p. 134) et la *Revue des questions scientifiques* (PASQUIER, t. 4, 1903, pp. 213-217).

5. Les preuves expérimentales de la rotation de la terre peuvent se classer en trois groupes qui correspondent à trois degrés de perfection dans les mesures: **mesures qualitatives, mesures quantitatives, mesures de précision.**

a) Une **preuve** est **qualitative** quand le mouvement relatif observé concorde avec la théorie en direction seulement.

Une **preuve** est **quantitative** quand elle est d'accord avec la théorie en direction et en grandeur. Dans ce cas, les influences secondaires troublant le phénomène doivent être évaluées au moins qualitativement.

Une preuve devient **preuve de précision** quand les influences troublantes sont, elles aussi, mesurées quantitativement.

b) Strictement parlant, on pourrait se contenter de mesures qualitatives dans les démonstrations mécaniques de la rotation terrestre. Une mesure mécanique quantitative reste forcément, au point de vue de l'exactitude, bien en arrière de la détermination du jour sidéral. - En fait, pourtant, des mesures quantitatives sont désirables: elles montrent que la détermination qualitative n'est pas illusoire; en d'autres termes, que le résultat obtenu ne peut pas être rapporté à des causes de trouble inconnues. Il va sans dire, du reste, que des mesures de précision accroîtraient encore cette certitude.

Une preuve **qualitative réversible** peut atteindre à la valeur d'une preuve quantitative. On a montré que, dans une expérience donnée, l'effet de la rotation diurne se manifeste dans tel sens; toutes choses égales d'ailleurs, on montre que, dans le cas d'une expérience inverse de la première, l'effet de la rotation se manifeste également en sens inverse; on peut être certain du résultat. Cette contre-épreuve équivaut au procédé dit d'**élimination.**

Il demeure entendu que, lorsque nous parlerons d'expérience inverse, d'expérience réversible, nous entendrons toujours une expérience faite dans le même lieu, dans le même local, dans les mêmes circonstances que l'expérience à contrôler. Il

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B...1H

existe, il est vrai, une réversion possible de toutes les expériences, de part et d'autre de l'Equateur: nous n'en parlerons pas. Bien que la rotation terrestre soit de même sens dans les deux hémisphères, la composante $\omega \sin\varphi$, qu'il s'agit d'observer, change de signe d'un hémisphère à l'autre.

c) Les résultats quantitatifs sont toujours obtenus en fondant ensemble les résultats élémentaires donnés par un certain nombre d'expériences. Mais toute moyenne arithmétique ne peut aspirer à être un résultat quantitatif. Une moyenne arithmétique peut être déduite des résultats d'un nombre considérable d'observations, même dans le cas de valeurs résiduelles atteignant plusieurs fois sa propre valeur. Cette **moyenne brute** n'offre aucune garantie contre un résultat illusoire: c'est le cas des valeurs moyennes obtenues pour la déviation méridionale des corps en chute libre. Au contraire, une valeur qualitative peut, à bon droit, être attribuée aux moyennes obtenues pour la déviation orientale. Les expériences de FOUCAULT et de BRAVAIS sur le pendule méritent le nom de preuves quantitatives. La seule expérience faite jusqu'ici qui puisse être qualifiée de démonstration de précision semble être celle que KAMERLINGH ONNES a exécutée avec le pendule composé. Les diverses expériences que nous décrirons seront appréciées, au fur et à mesure, chacune en son lieu.

6. Ajoutons encore quelques détails pratiques concernant la **notation.**

a) Pour plus de simplicité, nous avons ordinairement désigné les dérivées premières et les dérivées secondes par rapport au temps t, au moyen de lettres une fois ou deux fois accentuées. Quand la différenciation est faite par rapport à d'autres variables, nous employons le signe ordinaire de fraction.

b) Comme nous aurons souvent à désigner les quatre points cardinaux, nous les noterons au moyen des initiales anglaises *N, S, W, E* qui excluent toute confusion.

c) En citant les résultats d'anciennes observations évalués dans le système duodécimal, pieds, pouces et lignes, nous conservons la notation usuelle par accents placés à droite des chiffres (′ ″ ‴). Dans les cas où cela offrait une utilité, les valeurs ont été transformées en valeurs du système décimal dit **métrique.** Lorsque les nombres cités représentent des pieds de Paris, on peut effectuer leur transformation au moyen de la formule d'équivalence

$$1 \text{ mm} = 0‴.443296.$$

On a donc:

$$1″ = 2.25583 \text{ mm et } 1′ = 0.325 \text{ m}.$$

d) Les lettres initiales *C. R.*, dans tout le cours de ce travail, désignent exclusivement les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de* **Paris.**

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1P

II. – Esquisse historique des preuves mécaniques de la rotation de la terre.

L'histoire des preuves mécaniques de la rotation de la terre peut se diviser en cinq **périodes**. Trois d'entre elles se classent naturellement d'après les **trois différentes méthodes** employées pour faire les expériences: expériences sur la chute des corps, expériences avec les pendules de FOUCAULT et de BRAVAIS, expériences avec les gyroscopes et les pendules composés.

Ces trois périodes sont précédées d'une époque en quelque sorte **préhistorique** et suivies par la période **moderne,** aux instruments et aux méthodes minutieusement étudiés.

Un tableau chronologique, placé à la fin de ce paragraphe, montrera la suite et l'ordre des recherches. L'histoire des quatre dernières périodes se confondant essentiellement avec la description des expériences, nous n'avons pas grand'chose de plus à en dire ici que ce que nous en dirons dans le cours de notre travail.

1. Reste la première période: bien qu'elle ne présente rien de réellement scientifique, au sens moderne du mot, elle a pourtant un certain intérêt et mérite de nous arrêter quelques minutes dans cette *Introduction.*

Cette période peut se subdiviser en quatre parties: expériences avec le fil à plomb, expériences sur les projectiles, expériences sur les pendules, expériences sur la chute des corps.

Nous allons les parcourir successivement.

Quatre noms émergent surtout de la préhistoire des preuves mécaniques de la rotation terrestre: ceux de CALIGNON, de MERSENNE, de VIVIANI et de NEWTON. Assez naturellement, les premières idées des studieux de la nature se groupèrent autour des expériences les plus simples, les plus faciles à réaliser sans appareils compliqués... mais qui, hélas! n'étaient simples et faciles qu'en apparence.

Les premières expériences, au moins autant que l'on en peut juger par les documents existants, furent faites peu après 1640, un siècle exactement après la publication de l'ouvrage fondamental de COPERNIC, le *De revolutionibus orbium cœlestium.*

GASSENDI, en une lettre datée de 1643 et adressée à GABRIEL NAUDÉE (PETRI GASSENDI, *Opera omnia,* Lugduni 1658, IV, « Astronomica », Appendix, pp. 520-522), rapporte une expérience faite, avec le fil à plomb, par ALEXANDRE CALIGNON, de Peyrins, en Dauphiné, avec l'intention fort nette de se rendre compte de l'état de repos ou de mouvement de la terre: *Aliquodne de quiete vel motu Telluris haberi posset experimentum.* De l'existence des marées, CALIGNON conclut avec raison à l'existence d'une déviation du fil à plomb, mais il en exagère la valeur et l'importance. A l'aide de divers pendules, de longueurs allant de 5 à 30 pieds, et tous protégés contre les courants d'air par des tubes verticaux les enveloppant, il observa

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

un changement de direction de l'aiguille, se produisant toutes les six heures et variant du *N* au *S* et du *S* au *N*. La déviation méridionale se produisait à midi et à minuit; on ne nous dit pas quelle était sa valeur, mais elle doit avoir été plus considérable que celle que l'attraction de la lune ou de l'océan peut causer [1].

Si même les déclinaisons observées étaient en relation avec le phénomène des marées, leur force probante en faveur de la rotation diurne ne dépasserait pas celle de ce même phénomène. L'expérience, reprise peu après, à Bologne, par Riccioli et Grimaldi, donna un résultat négatif, et Riccioli nie que les déviations du fil à plomb, si elles ont lieu, puissent servir à prouver l'existence de la rotation terrestre: *Aliunde igitur causa perpendiculi nutantis, ubi tamen nutat, petenda est* (*Almagestum novum*, I, 1651, p. 91).

Vers la fin du XVII[e] siècle, Eimmart fit à Nüremberg de nouveaux essais; les résultats furent douteux (Doppelmayr, *Historische Nachricht von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern*, Nürnberg, 1730, p. 127).

2. Presque à la même époque que les expériences sur le fil à plomb, d'autres furent tentées, d'un genre bien différent et qui, malgré leur insuccès pratique, avaient, théoriquement du moins, un rapport direct avec la rotation de la terre. Nous voulons parler des expériences faites par Mersenne sur les projectiles. Elles eurent lieu, semble-t-il, près de Paris: on fit tirer des boulets par des pièces de canon dirigées verticalement pour voir si la terre tournait.

Un peu plus de cent ans après, des expériences semblables eurent lieu à Strasbourg, et c'est tout. Ce que nous avons pu récolter d'intéressant sur ces essais est exposé dans la 1[re] partie, chapitre 2.

3. Une vingtaine d'années après les essais de Mersenne, on trouve des expériences faites en Italie avec le pendule.

a) Les premières en date furent exécutées à Florence. Trois notes s'y référant furent envoyées à Arago par Antinori, directeur du Musée de Physique et d'Histoire Naturelle de cette ville, et publiées dans les *C. R.* en 1851 (t. 32, p. 635). On les trouvera, plus exactement reproduites, dans un travail de Bertelli, paru dans le *Bollettino* du Prince Boncompagni (t. 6, 1873, pp. 18, 19, 20). C'est de ce travail que nous les extrayons, dans l'ordre même où elles sont citées.

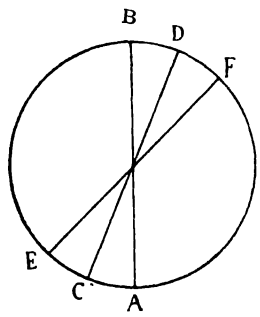


Fig. 1.

« (1) Osservammo che tutti i pendoli da un sol filo deviano dal piano verticale e sempre per il medesimo verso, cioè secondo le linee *AB, CD, EF*, etc., da destra verso sinistra nelle parti anteriori (fig. 1).

[1] Voir la bibliographie sur l'attraction lunaire dans A. N., Bd. 107 (1884), p. 373. Plus récemment: Hecker, *Beobachtungen an Horizontalpendeln etc. Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes, Neue Folge*, n. 32 (1907), pp. 31-34; Love, *The yielding of the Earth to disturbing forces. Monthly Notices R. A. S.*, LXIX (1909), pp. 476-478; Orloff, *Beobachtungen über die Deformation des Erdkörpers*, A. N. Bd. 186 (1910), 81.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B..1H

« (2) Ma perchè l'ordinario pendolo a un sol filo in quella sua libertà di vagare (qualunque ne sia la cagione) insensibilmente va traviando dalla prima sua gita, e verso il fine, secondo ch'ei s'avvicina alla quiete, il suo movimento non è più per un arco verticale, ma par fatto per una spirale ovata, in cui più non posson distinguersi nè noverarsi le vibrazioni; quindi è, che solamente a fine di fargli tener fino all'ultimo l'istesso cammino, si pensò d'appendere la palla a un fil doppio...

« (3) A dì 28 Novembre 1661. Ricevuta la punta d'un dondolo attaccato ad un filo solo, quando comincia a inlanguidirsi il suo moto, che lasciato di vibrare va in spire, sopra polvere di marmo, vi disegna il suo viaggio, che è una spirale ovata, che sempre va restringendosi verso il centro ».

Les dates des notes 1 et 2 ne doivent pas être très éloignées de celle de 3, c'est-à-dire de 1661. La note 2 a été publiée pour la première fois en 1666. La note 1 a été trouvée dans les manuscrits authographes de Vincent Viviani, lequel vécut de 1622 à 1703. Boncompagni trouva en regard la note marginale: « Posteriori di Galileo ».

L'expérience de Viviani contient en germe celle de Foucault. Si Newton en avait eu connaissance, nul doute que ce grand génie eut découvert la cause de ces singuliers mouvements.

b) D'autres observations semblent avoir été faites à Padoue par Poleni. Dans un article de lui publié par les *Phil. Trans.* (vol. 42, 1742-43, p. 299) on trouve (p. 303) la phrase suivante:

« Tum animadverteram (considerata hypothesi terrae motae) in una penduli oscillatione non describi ab eiusdem centro perfecte eundemque arcum in plano eodem ».

Mais Poleni n'ayant tiré aucune conclusion de cette observation, ne semble guère y avoir pressenti une preuve de la rotation de la terre.

c) Beaucoup plus tard, des expériences furent faites à Rimini; mais elles ne furent publiées qu'après la découverte de Foucault. Elles sont rapportées dans le *Bulletin* de Boncompagni (t. 6, 1873, pp. 22-23) par Bertelli, d'après une lettre que Bartolini, l'auteur de ces expériences, lui écrivit à sa demande. Cette lettre est datée de 1867; mais les expériences auraient été faites en 1833.

Bartolini raconte qu'il aurait observé une longue corde suspendue dans l'église des Mineurs Observantins; puis il ajoute: « Replicate volte dal Coro osservando questo per me fenomeno, mi saltò in testa che la causa di questa direzione fosse proveniente dalla conversione della terra che fa verso il Levante, e ne feci in camera l'esperimento le cento volte ». Bertelli donne ensuite, d'après la même lettre, le détail des expériences.

Ecrite et publiée avant 1851, cette lettre aurait une assez grande importance pour l'histoire des preuves mécaniques du mouvement diurne.

4. Les anciennes expériences sur la chute des corps vont maintenant nous arrêter un peu plus longuement. Trois faits historiques sont à distinguer: Galilée a le premier soupçon de la déviation vers l'est des corps en chute libre; Newton

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

propose le premier des expériences pour la vérifier; HOOKE réalise le premier des essais pratiques.

Quelques détails sur ces trois faits.

a) Le Père A. MÜLLER, S. J., dans son récent ouvrage *Der Galilei-Prozess* (Friburg in B., p. 96), a, pour la première fois, signalé le passage où GALILÉE parle de la déviation vers l'est. Ce passage se trouve dans les *Opere* (vol. VII, 1897, p. 259). Dans le *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo,* paru en 1632, GALILÉE dit, par la personne d'un des interlocuteurs, SALVIATI:

« Se la palla (conforme a' supposti che fa l'autore) mentre si tratteneva nel concavo della Luna aveva il moto circolare delle ventiquattr'ore insieme con la Terra e con il resto del contenuto dentro ad esso concavo, quella medesima virtù che la faceva andare in volta avanti lo scendere, continuerà di farla andar anco nello scendere; e *tantum abest* che ella non sia per secondare il moto della Terra ma debba restare indietro, che piuttosto dovrebbe prevenirlo, essendochè nell'avvicinarsi alla Terra il moto in giro ha da esser fatto continuamente per cerchi minori: talchè, mantenendosi nella palla quella medesima velocità che ella aveva nel concavo, dovrebbe anticipare, come ho detto, la vertigine della Terra ».

Quand on confronte ce passage des Dialogues de GALILÉE avec celui que nous avons cité plus haut et qui est extrait d'une partie antérieure du même ouvrage (voir p. 1), on a l'impression que GALILÉE était loin d'avoir une idée aussi nette et aussi claire de la déviation orientale des corps en chute libre, que celle dont NEWTON fait preuve dans la lettre à HOOKE qui va nous occuper.

b) La lettre dans laquelle NEWTON décrit un projet d'expérience sur la chute des corps, est adressée à HOOKE et datée du 28 novembre 1679. Elle est donc de 47 ans postérieure au *Dialogue* de GALILÉE. BENZENBERG, dans l'un de ses ouvrages, *Versuche* (1804, p. 267), exprimait l'espoir que cette lettre exista encore dans les archives de la *Royal Society*. Elle a été retrouvée dans la bibliothèque de *Trinity College*, à Cambridge (Angleterre) et publiée par ROUSE BALL dans *An Essay on Newton's Principia* (Londres, 1893, pp. 142-143). Nous attirerons l'attention sur quelques passages de cette lettre.

Voici d'abord sur quelle raison NEWTON se fonde pour annoncer la déviation orientale d'un corps qui tombe: « Whence the motion of this body from west to east... will be greater than the motion from west to east of the parts of the earth at which the body arrives in its fall ». La raison donnée est substantiellement identique à celle de GALILÉE: « Il moto in giro ha da esser fatto continuamente per cerchi minori ».

Chose curieuse: NEWTON pensait qu'un corps subirait une déviation orientale plus forte dans l'eau que dans l'air: « It would be convenient also, that the water into which the bullet falls, be a yard or two deep or more... partly that the motion which it has from west to east at its entering into the water, may by means of the longer time of descent through the water, carry it on further eastward and to make the experiment more manifest ». Nous verrons pourtant, dans la 1re partie,

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

que, d'après les formules de LAPLACE et GAUSS, un milieu résistant diminue la déviation.

Un autre passage remarquable est celui où NEWTON parle de la spirale que, d'après lui, un corps qui tombe, doit décrire autour du centre de la terre, et dont il donne une figure. Dans sa réponse à NEWTON, lue à la réunion de la *Royal Society*, le 11 décembre 1679, HOOKE affirme que la trajectoire décrite par le corps ne peut être une spirale que dans le cas où l'on tient compte de la résistance du milieu. NEWTON pensait-il de même, nous l'ignorons. L'idée de dessiner cette spirale peut lui avoir été suggérée par un passage de l'*Epitome Astronomiae Copernicanae* de KEPLER, paru en 1618 (*Opera omnia,* VI, 1, 1865, p. 182), où est représentée une courbe ressemblant à une spirale. Le sens que KEPLER attachait à cette courbe est assez incertain, mais pourrait peut-être s'éclairer par des passages d'auteurs antérieurs à COPERNIC. LÉONARD DE VINCI s'était occupé du problème suivant: « Du grave descendant dans l'air, les éléments étant animés d'un mouvement de circonvolution dont l'entière révolution a lieu en vingt-quatre heures ». Le texte est accompagné d'une sorte de spirale qui commence « de la partie la plus élevée de la sphère du feu » et se termine à la surface de la terre. Le but de cette figure est de montrer que la « trajectoire du grave », bien que rectiligne, absolument parlant, prend en apparence la forme d'une spirale, par suite de la rotation des sphères célestes. La spirale de Léonard est reproduite et expliquée dans un ouvrage récent de P. DUHEM, *Etudes sur Léonard de Vinci, ceux qu'il a lu et ceux qui l'ont lu* (Paris, 1908, 2e série, pp. 252-255).

c) Les premiers essais d'expériences sur la chute des corps, destinées à se rendre compte de leur déviation vers l'est, sont dues à HOOKE qui les raconte dans une lettre à NEWTON, datée du 6 janvier 1680. On les trouvera décrites en détail dans la 1re Partie.

Il n'est peut-être pas hors de propos, de faire remarquer ici que l'Observatoire de Paris a manqué l'occasion de faire les premières expériences vraiment scientifiques sur la chute des corps. L'Observatoire possède, dit LAPLACE, « un puits de 54 m. de profondeur, très propre à ce genre d'expériences auquel il fut primitivement destiné ». LALANDE fut directeur de 1768 à 1807; il eut pu devancer GUGLIELMINI de plus de vingt ans. Il connaissait le projet d'expérience indiqué par NEWTON, puisqu'il le mentionne dans son *Astronomie* (t. 1, 2e éd. 1771, § 1076; 3e éd. 1792, § 1082); malheureusement il le comprit tout de travers. Dans sa seconde édition, il emprunta à Birch (t. III, p. 512) cette idée absolument fausse que NEWTON proposait, en 1679, de faire une expérience avec un boulet de canon *lancé verticalement;* dans sa troisième édition, où il corrige cette erreur, il ajoute, tout aussi faussement: « Peut-être il (NEWTON) voulait parler d'une petite différence qui vient *de la courbure de la terre et du défaut de parallélisme des lignes verticales* ».

L'occasion manquée par LALANDE fut saisie par GUGLIELMINI en 1791-92, et lui comprit l'idée de NEWTON (*De Diurno Terrae Motu,* III, § 15). Aussi mérite-t-il l'éloge que fait de lui BENZENBERG (*Versuche,* p. 269): « Es macht GUGLIELMINI Ehre, sich

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

wieder an Versuche gewagt zu haben, die man seit 112 Jahren aufgegeben hatte, weil man sie für zu delicat hielt; - aber noch mehr Ehre macht es ihm, dass er sich durch das viele Misslingen seiner ersten Versuche nicht bewegen liess die Sache liegen zu lassen, und umsomehr, da es damals gar nicht ausgemacht war dass es überhaupt möglich sei diese so sehr feine Versuche glücklich auszuführen ».

A partir de l'époque à laquelle nous sommes arrivés, l'historique des expériences exécutées avec des corps en chute constituera la matière de la Première Partie.

5. L'histoire des expériences scientifiques faites avec le pendule de FOUCAULT est donnée tout au long dans la Deuxième Partie.

Le récit des expériences faites avec le gyroscope a été renvoyé à la Troisième Partie, bien que ces expériences aient été commencées du temps même de FOUCAULT. Quant à celles qui reposent sur le principe de la constance des aires, si variées comme genre et parfois si mal comprises, elles sont toutes postérieures à FOUCAULT et à POINSOT et leur histoire se confond avec leur description, donnée dans la Quatrième Partie.

Il est intéressant de savoir que plusieurs des appareils ayant une relation historique avec le mouvement de Rotation de la Terre, sont conservés à Paris au Conservatoire National des Arts et Métiers. Dans la vitrine centrale de la salle XXVI se trouvent:

la boule du Pendule de FOUCAULT ayant servi à l'expérience faite au Panthéon par L. FOUCAULT, en 1851;

deux pendules de L. FOUCAULT (1851 et 1855);

l'appareil électro-magnétique pour entretenir le mouvement du pendule;

l'appareil de M. SYLVESTER, montrant comment la durée de rotation apparente du plan d'oscillation du pendule varie avec la latitude;

le Gyroscope de LÉON FOUCAULT;

un globe terrestre sur lequel sont figurées les orientations successives du plan d'oscillation du pendule, légué par L. FOUCAULT en 1869;

les appareils de BOHNENBERGER, ROBERT, SIRE, etc.

6. Ici, peut-être, pourrions-nous placer quelques remarques historiques au sujet d'appareils et de méthodes modernes dont l'ensemble constitue la cinquième période de l'histoire des preuves mécaniques.

a) MM. HALL, FÖPPL et TUMLIRZ nous ont fort aimablement fait part de leurs publications. Nous leur en adressons ici nos plus sincères remerciements.

b) Le nom d'*Isotoméographe* avait été proposé par le Professeur CYPARISSOS STEPHANOS, alors recteur de l'Université Nationale d'Athènes, pour l'appareil qui lui avait été décrit par l'auteur et dont le mouvement devait être basé sur le principe de la constance des aires. Il faisait dériver le nom des deux mots ἴσος, égal et τομεύς, secteur, et indiquait également la dénomination d'*instrument équiaréolaire.*

c) La théorie de l'Isotoméographe était complètement développée et les expériences qualitatives faites avec l'instrument avaient eu un plein succès, quand nous

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

découvrîmes que l'idée de cette preuve mécanique avait été déja indiquée par Poinsot dans une communication à l'Académie des Sciences, le 17 février 1851. (*C. R.* t. 32). Au mois de janvier 1909, la Specola Vaticana fit l'acquisition des anciens volumes des *Comptes-Rendus* à la vente de la bibliothèque du Duc Massimo; dans la table des noms d'auteurs du 32e volume, en face du nom de Foucault, était marqué un trait de crayon avec le nombre 206; c'est cette indication qui nous mit sur la trace de la proposition de Poinsot. La formule principale (donnée plus bas) est due également à Poinsot. Voici la description de l'appareil imaginé par le même auteur comme pouvant servir à démontrer l'existence de la rotation terrestre. Soit « un ressort coudé dont les deux branches égales auraient été plus ou moins rapprochées l'une de l'autre et liées ensemble, aux deux bouts, par un fil qui les maintiendrait dans cet état. Ce ressort ainsi plié serait, au sommet de l'angle, suspendu suivant la verticale, et on lui donnerait la plus grande liberté possible pour tourner sur cette verticale. Le corps étant dans cet état et en repos, je suppose qu'on vienne à couper le fil qui retenait ensemble les deux branches; l'angle du ressort s'ouvre et détermine un plan qui ne peut tourner autour de la verticale qu'avec une vitesse angulaire υ', plus petite que la vitesse υ qu'il avait autour de la même ligne, quand les deux branches n'en formaient pour ainsi dire qu'une seule ».

Ordre chronologique des personnes et des faits en rapport avec la découverte de la rotation de la terre.

1re Période. Préhistoire, tâtonnements.

1543. Copernic publie le *De revolutionibus orbium coelestium.*
1618. Kepler publie l'*Epitome.*
1632. Galilée publie le *Dialogo.*
(1643). Calignon, du Dauphiné, expérimente avec le fil-à-plomb.
(1643). Mersenne expérimente à Paris avec des projectiles.
(1661). Viviani expérimente à Florence avec le pendule.
1679. Lettre de Newton à Hooke sur la chute des corps.
1742-3. Poleni expérimente à Padoue avec le pendule.
1770. Expériences faites à Strasbourg avec des projectiles.

2e Période. Expériences sur la chute des corps.

1791-2. Expériences de Guglielmini à Bologne.
1802-4. Benzenberg fait des expériences à Hambourg et à Schlebusch.
Laplace et Gauss en font la théorie.
1831. Expériences de Reich à Freiberg.

3e Période. Expériences avec le pendule simple.

(1832). Expériences de Hengler avec le pendule horizontal.
1833. Expériences de Bartolini à Rimini.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

1851. Expériences de FOUCAULT à Paris avec le pendule plan.
1851. Expériences de BRAVAIS à Paris avec le pendule conique.
1851-2. Les expériences de FOUCAULT sont partout reproduites.

4e Période. Appareils perfectionnés, pendules composés, gyroscopes.

1852. GARTHE utilise la suspension à la CARDAN.
1852. FOUCAULT invente le gyroscope.
1852. PORRO propose des expériences avec le pendule composé.
1853. GAUSS propose d'utiliser le pendule à seconde.
1855. FOUCAULT exécute l'entretien électrique du mouvement.
1859. Expériences de PERROT sur les courants liquides.
1868. BERNARDI utilise un mouvement d'horlogerie.
1868. Expériences de VAN DER WILLIGEN.
1878. GILBERT invente le barogyroscope.
1879. KAMERLINGH ONNES expérimente avec le pendule composé.

5e Période. Appareils et méthodes modernes.

1902. Expériences de HALL à Cambridge (Mass.) Faible hauteur de chute.
1904. Expériences de FÖPPL à Munich. Gyroscope mû par un moteur.
1908. Expériences de TUMLIRZ à Vienne, répétition de celles de Perrot.
1909. L'Isotoméographe.

III. – **Bibliographie.**

Nous ne pouvons songer à donner ici une liste complète de tous les écrits ayant trait aux preuves mécaniques de la rotation de la terre. Ce serait reproduire, un peu inutilement, des listes bibliographiques déjà existantes. Donnons seulement le noms des ouvrages où l'on pourra trouver une bibliographie plus ou moins complète du su et, puis citons en entier les titres des quelques volumes auxquels nous aurons le plus souvent à nous référer.

1. – **Ouvrages dans lesquels se trouvent des listes bibliographiques.**

HOUZEAU J. C. et LANCASTER A., *Bibliographie Générale de l'Astronomie,* t, II, Bruxelles, 1882, pp. 1167-1185.

GENOCCHI A., *Rassegna di scritti intorno alle deviazioni dei pendoli e alla sperienza del Foucault. Boncompagni,* Bolletino, t. XV, 1882, pp. 631-636.

GILBERT PH., *Bibliographie. Annales de la Société Scientifique de Bruxelles,* t. 2, 1878, pp. 347-350.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE, *Collection de Mémoires relatifs à la Physique,* t. 4, Paris, 1889. *Bibliographie du pendule,* pp. B 1 – B 216.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

FURTWÄNGLER PH., *Versuche zum mechanischen Nachweis der Erdrotation. Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften,* IV, 7, Leipzig, 1904, pp. 5-7.

Manuels divers sur la physique du globe et l'histoire de l'astronomie.

2. - Ouvrages le plus souvent cités.

BENZENBERG DR., *Versuche über die Umdrehung der Erde, Dortmund,* 1804, Mallinkrodt.

BENZENBERG DR., *Versuche über die Umdrehung der Erde. Aufs neue bearbeitet, Düsseldorf,* 1845, in der *Böttticher'schen Buchhandlung.*

BERTRAM H., *Probleme der Mechanik mit Bezug auf die Variation der Schwere und die Rotation der Erde. Jahresbericht über die städtische höhere Bürgerschule* etc., Berlin, 1869.

FOUCAULT LÉON, *Recueil des Travaux Scientifiques de, etc., mis en ordre par C. M. Gariel.* Paris, 1878, Gauthier-Villars.

GARTHE DR. C., *Foucault's Versuch als direkter Beweis der Achsendrehung der Erde, angestellt im Dom zu Köln etc. Mit 13 Tafeln in Steindruck.* Köln, 1852. Verlag von Franz Carl Eisen.

GUGLIELMINI JO. BAPTISTAE, *De Diurno Terrae Motu, experimentis physico-mathematicis confirmato Opusculum.* Bononiae MDCCXCII. Ex typographia S. Thomae Aquinatis. Superiorum permissu.

REICH F., *Fallversuche über die Umdrehung der Erde angestellt auf hohe Oberbergamtliche Anordnung in dem Drei Brüderschachte bei Freiberg.* Mit V lithographirten Tafeln. Freiberg, 1832. Verlag von J. G. Engelhardt.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

PREMIÈRE PARTIE.

CORPS EN MOUVEMENT LIBRE

Parmi les corps qui se meuvent librement dans l'air, sans que leur mouvement soit retardé par aucun artifice, on peut distinguer deux catégories sur lesquelles on a fait des expériences relatives à la rotation de la terre: ce sont les **projectiles** et les **corps en chute libre**. Nous allons, à leur sujet, établir les équations générales du **mouvement relatif,** dont nous nous servirons ensuite comme d'équations fondamentales.

CHAPITRE I.

Equations du mouvement relatif.

Toute expérience faite sur des corps, à la surface de la terre, ne permet d'observer que des mouvements **relatifs.** Pour mettre en évidence, dans ces mouvements relatifs, l'existence de la rotation du globe, il faut exprimer dans les équations l'effet produit par cette rotation, la part pour laquelle elle entre dans le mouvement relatif.

1. La méthode de composition des accélérations relatives porte d'ordinaire le nom de CORIOLIS: elle était connue avant lui, mais il l'a, le premier, nettement formulée. Suivant cette méthode, l'accélération relative d'un point mobile dans un système mobile comprend trois composantes:

(1) l'accélération absolue de ce point;

(2) l'accélération en ce point du système mobile, accélération comptée en sens inverse et appelée force d'entraînement;

(3) enfin ce que l'on est convenu de nommer la force centrifuge composée.

Pour un point quelconque de la terre, ces trois composantes sont:

$$G, \quad -\rho\omega^2, \quad -2\omega u_o,$$

c'est-à-dire l'accélération absolue produite par l'attraction de la terre sur ce point, la force centrifuge de la terre en ce point, et deux fois le produit de la vitesse angulaire de la terre par la vitesse relative du point projetée sur un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Faisons de suite deux remarques qui nous seront utiles dans nos futurs développements:

a) pour des points suffisamment éloignés des pôles, les deux composantes G et $-\rho\omega^2$ peuvent être remplacées par leur résultante g qui représente la pesanteur au point considéré;

b) la vitesse angulaire de la terre, exprimée en secondes de temps, est une quantité assez faible pour permettre de faire des calculs approchés des mouvements relatifs. Sa valeur, donnée ici une fois pour toutes est la suivante:

$$(1)\quad \begin{cases} \omega = \dfrac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = 0.00007272 \text{ (en temps sidéral)}, \\ \omega = \dfrac{2\pi}{23.93 \times 60 \times 60} = 0.00007292 \text{ (en temps solaire moyen)}. \end{cases}$$

Dans le cas où l'on ne désire qu'une première approximation, il suffit de prendre ω à la première puissance, ce qui donne des quantités de l'ordre 0.1^4: dans quelques cas pourtant, on conserve les termes en ω^2.

2. Les équations du mouvement relatif d'un point doivent être rapportées à un système de coordonnées en étroite connexion avec la surface de la terre. La littérature scientifique n'offrant aucune uniformité à ce sujet, nous suivrons la méthode de GAUSS pour la définition de ce système. (*Werke*, V, p. 498).

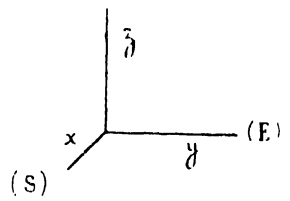


Fig. 2.

Prenons la position initiale du point comme origine du système de coordonnées (Fig. 2) et soit un axe z dirigé vers le zénith, un axe y dirigé vers l'est et un axe x dirigé vers le sud, les longueurs étant comptées positivement, à partir de l'origine, dans ces trois directions.

On voit que la résultante g se trouve dans la direction $-z$ et la force centrifuge composée a les trois composantes connues:

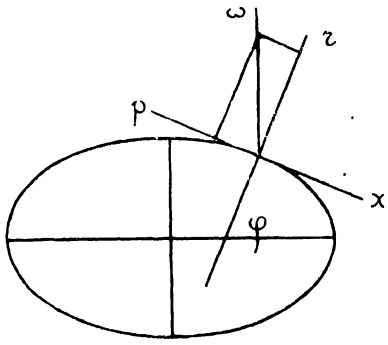


Fig. 3.

$$-2(qz' - ry'),\ -2(rx' - pz'),\ -2(py' - qx'),$$

expressions dans lesquelles les lettres accentuées x', y', z' désignent les dérivées premières des coordonnées par rapport au temps t et p, q, r les trois composantes de la vitesse angulaire ω.

Si maintenant (Fig. 3) nous désignons par φ la latitude géographique du point considéré, les trois composantes deviennent, suivant EULER:

$$(2)\qquad p = -\omega\cos\varphi, \qquad q = o, \qquad r = +\omega\sin\varphi.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Négligeant les termes qui dépendent de la seconde puissance de ω, nous obtenons donc finalement, comme expression du mouvement d'un point de latitude φ, le système d'équations suivant:

$$(3)\quad \begin{cases} x'' = +2\omega \sin\varphi . y' \\ y'' = -2\omega (\sin\varphi . x' + \cos\varphi . z') \\ z'' = +2\omega \cos\varphi . y' - g \end{cases}$$

C'est sous cette forme que les équations d'un corps en mouvement libre à la surface de la terre sont données dans les deux traités de LAPLACE et de GAUSS, imprimés dans BENZENBERG en 1804 (pp. 388 et 363) et réimprimés dans la collection des œuvres de ces astronomes. (*Méc. cél.*, IV, 1805, p. 393 et *Werke*, V, p. 501).

GAUSS avait déduit ces équations des équations complètes; il leur ajoutait trois composantes exprimant l'influence du milieu résistant M,

$$-Mux', \qquad -Muy', \qquad -Muz',$$

dans l'hypothèse que cette résistance était proportionnelle à

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = u^2.$$

3. Les équations du système (3) sont des équations linéaires à coefficients constants. On peut les intégrer comme suit. Soient a, b, c les vitesses initiales du point considéré; nous avons:

$$(4)\quad \begin{cases} x' = a + 2\omega \sin\varphi . y, \\ y' = b - 2\omega (\sin\varphi . x + \cos\varphi . z), \\ z' = c + 2\omega \cos\varphi . y - gt. \end{cases}$$

Contentons-nous de prendre les termes d'ordre ω; en d'autres mots, substituons dans le système (4) les valeurs approchées:

$$x = at, \qquad y = bt, \qquad z = ct - \tfrac{1}{2}gt^2;$$

nous aurons:

$$(5)\quad \begin{cases} x = at + \omega \sin\varphi . bt^2, \\ y = bt - \omega (a \sin\varphi + c \cos\varphi) t^2 + \tfrac{1}{3}\omega \cos\varphi . gt^3, \\ z = ct + \omega \cos\varphi . bt^2 - \tfrac{1}{2}gt^2. \end{cases}$$

Deux remarques encore:

a) GAUSS considère *la résistance de l'air* dans le cas particulier de corps tombant en chute libre avec des vitesses initiales a, b, c nulles. Négligeons toujours les termes en ω^2; nous avons $u = gt$. Aux équations du système (3) il faut donc ajouter les termes suivants:

$$(3')\quad \begin{cases} x'' = \ldots\ldots\ldots\ldots - Mux', \\ y'' = \ldots - [2\omega \cos\varphi . z'] - Muy', \\ z'' = \ldots\ldots\ldots\ldots - Muz', \end{cases}$$

avec la condition que l'expression $-[2\omega \cos\varphi . z']$ de la seconde équation doit contenir seulement la partie dépendante de M, partie qui s'obtient aisément en intégrant

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

la troisième équation. Substituant cette valeur et les valeurs de x', y' et z' dans le système (4), nous avons, dans les limites d'approximation adoptées:

$$(4') \quad \begin{cases} x' = \ldots\ldots + 0, \\ y' = \ldots\ldots - \frac{5}{12} Mg^2t^4 . \omega \cos\varphi, \\ z' = \ldots\ldots + \frac{1}{3} Mg^2t^3. \end{cases}$$

Intégrons et ajoutons ces termes aux équations du système (5); nous aurons finalement les coordonnées du corps en mouvement, dans l'hypothèse où les vitesses initiales a, b, c sont nulles:

$$(5') \quad \begin{cases} x = 0, \\ y = + \frac{1}{3} gt^3 \left(1 - \frac{1}{4} Mgt^2\right) \omega \cos\varphi, \\ z = - \frac{1}{2} gt^2 \left(1 - \frac{1}{6} Mgt^2\right), \end{cases}$$

Ces équations se trouvent dans LAPLACE (*Méc. cél.*, IV, 1805, pp. 300 et 301) et dans GAUSS (*Werke*, V, p. 503). Mais, une fois posées, les deux auteurs procèdent différement: GAUSS élimine M et LAPLACE élimine t. En fait, t peut être mesuré avec plus d'exactitude que M; aussi suivons-nous la méthode de GAUSS. Il fait la hauteur de chute dans l'air

$$f = - z$$

et la chute dans le vide pendant le temps observé t

$$f + \delta = \frac{1}{2} gt^2.$$

De (5') on tire donc

$$\delta = \frac{1}{12} Mg^2t^4,$$

d'où:

$$y = \frac{2}{3} t \left(f - \frac{1}{2}\delta\right) \omega \cos\varphi.$$

b) Seconde remarque: encore que les équations différentielles du système (3) indiquent par le facteur explicite ω toutes les **forces** dépendantes de la rotation de la terre, ce serait une erreur de considérer, dans les équations intégrales du système (5), les termes en ω comme exprimant complètement les **déviations** dx, dy, dz dues à la rotation de la terre. Il faut se rappeler en effet que le temps t auquel le corps en chute atteint un point donné (x, y, z), dépend en général de ω. Cette erreur se rencontre parfois dans des traités de Mécanique.

Pour avoir un développement correct et concis de ces formules, le lecteur peut se reporter à l'ouvrage du P. M. JULLIEN, *Problèmes de Méc. Rat.*, Paris, II, 1855, pp. 208-244.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

CHAPITRE II.

Mouvement des projectiles.

1. Il ne semble pas exister de comptes-rendus officiels complets d'expériences faites sur le mouvement des projectiles. C'est, sans doute, que les résultats obtenus étaient trop vagues. GUGLIELMINI, à la page 89 de son ouvrage (III, § 15), rapporte pourtant des essais incidemment signalés par d'ALEMBERT, DESCARTES et VARIGNON.

a) Les premières expériences faites sur les projectiles sont dues, selon toute probabilité, au P. MERSENNE, religieux minime (1588-1648), aidé de l'Intendant des fortifications françaises, PIERRE PETIT (1598-1667). Elles semblent avoir été exécutées dans les environs de Paris, un peu avant 1644. Les expérimentateurs lançaient des boulets au moyen d'un canon pointé vers le zénith. Ces boulets furent retrouvés les uns à droite, les autres à gauche, en avant, en arrière; plusieurs furent perdus. DESCARTES parle de ces essais dans ses lettres (*Epistol. Commerc.*, t. I, ép. 73 et t. II, ép. 106); il écrit à MERSENNE: « Si l'expérience que vous m'avez mandé vous mesme avait fait et que quelques autres ont aussi escrite est veritablement à scavoir, que les balles de pièces d'artilleries tirées directement vers le Zénith ne retombent point, on doit juger, que la force du coup les portant fort haut, les eloigne si fort du centre de la Terre, que cela fait perdre leur pesenteur ».

BERTRAND dit à ce propos: « Si l'intendant des fortifications avait mieux pointé, le boulet aurait pu retomber sur sa tête ». (*Rev. d'Astron. Pop.*, Paris, V, 1886, p. 441).

b) De nouvelles expériences sur les projectiles furent faites à Strasbourg, en 1770. Elles sont mentionnées par LALANDE dans une note (*Astron.*, I, § 1082): « A Strasbourg, écrit-il, on l'a trouvé (le boulet) à 367 toises de distance ». De son côté, BENZENBERG donne l'extrait suivant d'un cours professé par LICHTENBERG (1744-1799) à Göttingen: « Die Kanone war ein 24-Pfünder. Sie wurde senkrecht gestellt und in dieser Lage mit Balken befestigt. Beym ersten Versuch blieb die Kugel 53 Sekunden aus und fiel 1800 Fuss *südlich* von der Kanone, ein Loch von 28 Zoll in die Erde. Bey ihrer Rückkunft machte sie ein Getöse wie das Rollen des Donners. Die zweyte Kugel blieb 55 Sekunden aus und fiel 2200 Fuss *östlich* von der Kanone ». (*Dr. Benzenbergs Versuche über die Umdrehung der Erde*, 1804, p. 299).

c) La troisième série d'expériences fut faite aux environs de Toulouse, en 1851. Le directeur de l'observatoire de cette ville, FRÉDÉRIC PETIT, les entreprit sur le conseil d'ABBADIE, et, dit-il lui-même, « grâce au concours empressé de Messieurs les officiers de la garnison de Toulouse, qui ont eu la bonté de mettre à ma disposition tous les appareils nécessaires pour réaliser mon projet. Je me borne à dire aujourd'hui, ajoute-t-il, que des expériences déjà fort nombreuses, quoique sujettes à de grandes influences perturbatrices, ont pleinement justifié les prévi-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

sions de la théorie et, pressé par le temps, je renvoie à un peu plus tard les détails de mon travail ». La théorie, pourtant, était fausse. Pour une vitesse initiale de 4 à 500 mètres, PETIT trouva une déviation **vers le sud,** non plus seulement égale à quelques millimètres, mais bien à 50 ou 60 mètres. (*C. R.*, t. 33, 1851, p. 193). L'erreur commise fut mise en évidence par DUPRÉ (*C. R.*, t. 34, 1852, p. 102); elle consiste surtout en ce que PETIT prit à tort la direction du fil à plomb pour celle de l'attraction terrestre.

2. La **théorie générale** du mouvement des projectiles est toute entière contenue dans les formules fondamentales du mouvement relatif données plus haut. (Ch. I, éq. 5). POISSON fit, en 1837, l'application de ces équations aux projectiles. Mentionnons ici quelques cas dans lesquels la rotation de la terre intervient, théoriquement du moins.

a) **Vitesse initiale verticale.** D'ALEMBERT a fait quelques calculs se rapportant à ce cas, sans tenir compte de la résistance de l'air. (*Opusc. mathém.*, t. VII, 1780, p. 327). Il calculait la déviation W d'un projectile lancé verticalement avec une vitesse de 1800 pieds à la seconde et la trouvait égale à 568 pieds.

BENZENBERG, dans son ouvrage de 1804, attire l'attention sur l'influence considérable que doit avoir la résistance de l'air sur la déviation occidentale des projectiles lancés verticalement. D'après son hypothèse sur la valeur de cette influence, il calcule la réduction à faire subir aux chiffres obtenus dans deux cas différents. Il ramène ainsi à 2 ou 3 pieds une valeur de 60 pieds trouvée par d'ALEMBERT et réduit de 34.7 pieds à 4.3 pieds la déviation trouvée par BRANDES. (*Versuche*, pp. 538 et 539).

POISSON, à son tour, donne une réduction semblable, fondée sur deux hypothèses ayant trait à la résistance de l'air: « J'ai supposé, dit-il, que ce corps fut une balle tirée verticalement par un fusil d'infanterie, avec une vitesse d'environ 400 mètres par secondes. La grandeur de cette déviation varie beaucoup avec celle de la résistance de l'air; en donnant successivement au coefficient de cette résistance des valeurs qui soient entre elles comme quatre et trois, on trouve des déviations vers l'**ouest** dans les deux cas, mais d'environ un et trois décimètres: dans le vide, cette déviation s'élèverait à une cinquantaine de mètres; en sorte qu'elle est réduite aux cinq centièmes ($= 0{,}002$) de sa valeur par la plus grande des deux résistances ». (*C. R.*. t. 5, 1837, p. 665).

b) **Vitesse initiale presque horizontale.** POISSON a démontré deux points ayant trait à ce cas: 1° La portée horizontale est augmentée dans la direction E; elle est diminuée dans la direction W. 2° Le mouvement diurne fait sortir le mobile du plan vertical où il a été projeté, ce qui donne lieu à une déviation horizontale dont la valeur se compose de deux parties distinctes . . . ; l'une de ces déviations partielles est indépendante de la direction du plan vertical; elle a toujours lieu **à droite de l'observateur** placé au point de départ et tourné vers la trajectoire; à notre latitude, on peut la considérer comme étant l'effet principal de la rotation du globe ». (*C. R.* t. 5, 1837, p. 666).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1B...1H
1127tPS...

c) La **théorie générale** du mouvement des projectiles a été faite par LAPLACE (*Méc. cél.*, IV, 1805, pp. 302-305) et par POISSON (*Journal de l'Ecole Polyt.*, t. 16, 1838, cah. 26). Elle est basée sur les équations données plus haut (Ch. I, éq. 3).

Les divers cas particuliers peuvent être traités en attribuant aux vitesses initiales a, b, c des valeurs spéciales. Ainsi:

$a = b = c = 0$ correspond au cas des corps en chute libre;

$a = b = 0$ avec $c = v$ correspond au cas de projectiles lancés verticalement;

$a = 0$ avec $b = v \cos \alpha$ et $c = v \sin \alpha$ correspond au cas d'un projectile lancé vers l'est, etc.

Ce dernier cas permet d'établir une démarcation entre les déviations orientales et les déviations occidentales dues au mouvement de rotation de la terre. Nous avons dit tout à l'heure (*a*) qu'un projectile lancé verticalement tombe à l'*Ouest* de son point de départ, tandis qu'un projectile lancé horizontalement (*b*) vers l'*Est* est dévié dans la même direction *Est* par la rotation du globe. Il doit évidemment exister une valeur limite de l'angle α, pour laquelle la déviation produite par la rotation terrestre sera nulle. Si l'on fait abstraction de la résistance de l'air, on démontre que cet angle limite est de 60°.

Ceci posé, considérons la direction d'un projectile lancé verticalement; cette direction fait un angle de 30° à l'ouest de l'angle limite. Voilà pourquoi la déviation occidentale d'un projectile ainsi lancé, lorsqu'il est retombé sur le sol, est plus considérable que la déviation orientale subie par un corps tombant librement d'une hauteur égale à la hauteur à laquelle s'est élevé le projectile.

Suivant LAPLACE (p. 304) la déviation subie par un projectile lancé verticalement avec une vitesse initiale v est donnée par la formule

$$y = -\frac{4}{3}\frac{v^3}{g^2}\omega \cos \varphi, \qquad \text{(déviation occidentale)}$$

dans laquelle il n'est pas tenu compte de la résistance de l'air.

Faisons $v = gt$ dans l'équation (5) de la chute des corps; il vient:

$$y = +\frac{1}{3}\frac{v^3}{g^2}\omega \cos \varphi, \qquad \text{(déviation orientale)}$$

c'est-à-dire que la déviation subie par un corps en chute libre est égale au quart de la déviation subie par le projectile.

3. En somme, les premières expériences faites sur le mouvement des projectiles, tout en prouvant l'intérêt pris par les savants à l'étude de la rotation terrestre, n'ont aucune portée scientifique, non pas même **qualitative**. Direction de pointage, vitesse des projectiles, régularité de leur marche, résistance de l'air, tout autant de circonstances que les observateurs ne pouvaient contrôler. Supposons que les mêmes expériences soient reprises avec des projectiles modernes, animés d'un mouvement de rotation autour de leur axe: théorie et résultats seraient complètement différents.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Le meilleur moyen de perfectionner les expériences est de réduire l'amplitude et la vitesse de tous les mouvements, de façon à en permettre une observation plus aisée. En fait la déviation des projectiles due à la résistance de l'air et à leur rotation accidentelle excède de beaucoup la déviation théoriquement due à la rotation de la terre.

CHAPITRE III.

Corps en chute libre.

Si, à des projectiles lancés par des pièces, on substitue des corps en chute libre pour la démonstration mécanique de la rotation de la terre, on écarte, il est vrai, une des circonstances du phénomène sur laquelle l'on n'avait aucun moyen de contrôle; mais deux éléments demeurent difficiles à évaluer: la vitesse considérable de chute et la résistance de l'air. De plus, on s'expose à une nouvelle source d'erreurs, provenant de tout déplacement latéral accidentel du corps en expérience.

1. Les seules expériences scientifiques faites, jusqu'à ce jour sur la chute des corps, sont relatées dans les ouvrages suivants:

Guglielmini, *De diurno terrae motu experimentis physico-mathematicis confirmato Opusculum.* Bononiae, 1792.

Benzenberg, *Versuche über das Gesetz des Falls, über den Widerstand der Luft und über die Umdrehung der Erde* etc. Dortmund, 1804.

Benzenberg, *Versuche über die Umdrehung der Erde. Aufs Neue Bearbeitet.* Düsseldorf, 1845.

Reich, *Fallversuche über die Umdrehung der Erde, angestellt auf hohe Oberbergamtliche Anordnung in dem Dreibrüderschachte bei Freiberg, und herausgegeben von F. Reich, Professor der Physik an der K. S. Bergakademie.* Freiberg, 1832.

Hall, *Do falling bodies move south? - Experiments on the Deviation of falling Bodies.* Contributions from the Jefferson Physical Laboratory of Harvard University for 1903. (Vol. I, nos 7, 8 et 11; avec un supplément Vol. VII, no 14).

Le tableau suivant résume ces expériences:

Observateurs	Lieu d'observation	Dates d'observation	Hauteurs de chute en mètres
Guglielmini	Bologne	1790	29. 3
		1791-92	78. 3
Benzenberg	Hambourg	1802	76. 3
Benzenberg	Schlebusch	1804	85. 1
Reich	Freiberg	1831	158. 5
Hall	Cambridge (Mass.)	1902	23

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

2. Observations de Guglielmini.

GUGLIELMINI [1] (1763-1817) publia, deux ans après avoir pris ses grades en Philosophie, un projet des expériences qu'il comptait réaliser. Ce projet est intitulé: *Riflessioni sopra un nuovo esperimento in prova del diurno moto della terra.* (Roma, 1789). Ces expériences furent faites à Bologne, soit à l'observatoire astronomique, soit à la « Torre degli Asinelli » déjà renommée par les observations que le P. Riccioli y fit sur la chute des corps. Dans la préface d'un petit volume in-8° *De diurno terrae motu*, GUGLIELMINI fait l'historique et la description de ses expériences; dans le premier chapitre, il résume le contenu des *Riflessioni;* dans le chapitre II il réfute les objections; le chapitre III donne les résultats obtenus.

Dans les premières expériences faites à l'observatoire, en 1790, GUGLIELMINI disposait d'une hauteur de 90 pieds, et fit successivement tomber 6 boules. A la tour Asinelli, du 3 juin au 3 septembre 1791, il fit tomber 16 boules d'une hauteur de 241 pieds. Ce n'est d'ailleurs que six mois plus tard, le 12 février 1792 (§ 6), que fut mis en place le fil à plomb dont il va être question. Les observations se faisaient pendant la nuit, généralement après minuit.

a) GUGLIELMINI donne quelques détails sur sa *méthode* d'expérimentation. Les boules employées étaient en plomb, tournées et polies. Afin de leur donner une plus grande stabilité de suspension, le fil d'attaque était fixé à la partie de la boule qui se trouvait en haut lorsqu'on la laissait flotter sur du mercure. La direction du fil à plomb était observée, le plomb immergé dans l'eau (§ 3). Le temps de chute était compté du point de suspension des boules, en notant l'extinction d'une lumière produite par chaque boule au moment où elle frappait le sol. On trouva une durée de 4 secondes et $\frac{1}{5}$. (III, § 8).

Les mâchoires employées pour libérer les boules de leur fil d'attache sont représentées dans une planche de l'ouvrage. - La méthode de GUGLIELMINI est bien décrite par BENZENBERG (*Versuche,* pp. 272-285) et par GILBERT (*Revue des Q. S.* Bruxelles, t. 16, pp. 360-363).

b) Voici les *résultats* obtenus à la latitude $\varphi = 40^0\,30'$:

RÉSULTATS		HAUTEUR DE CHUTE	NOMBRE DE BOULES	DÉVIATION E	DÉVIATION S	RÉFÉRENCES
Observés	Observatoire	90′	6	+2‴	0	Préface §§ 16, 17
	Tour Asinelli	241	16	+8.375	+5‴.272	III, § 7 [2]
Calculés	Guglielmini	241	. . .	+7.581	+6.163	III, §§ 9, 10 [3]
	Bohnenberger	241	. . .	+4.8	0	Benzenberg, p. 401.

[1] Sur la vie de ce savant, on peut consulter notre article *Guglielmini* dans *The Catholic Encyclopedia* (New-York, Vol. VI).

[2] BENZENBERG (p. 290) a changé ces nombres en omettant la douzième des seize balles.

[3] Suivant une lettre de LALANDE, la déviation théorique pour Bologne serait, d'après les calculs de LAPLACE, $y = +5''$, $x = 0$. (BENZENBERG, p. 348).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912AstS...1B..1H

La valeur **quantitative** de la déviation donnée par les chiffres précédentes, et même sa valeur **qualitative** sont, l'une et l'autre, discutables, spécialement dans le cas des 16 boules lancées du haut de la tour Asinelli. Et cela pour deux raisons:

(1) La direction du fil à plomb, au lieu de l'expérience, n'a été faite par GUGLIELMINI que six mois après qu'il eût fait ses observations. Or la tour Asinelli, aujourd'hui du moins, est suspectée d'être fort peu stable. Aussi pouvons-nous affirmer que GUGLIELMINI avait une verticale toute différente, à l'époque des expériences et à l'époque de la vérification de la verticale.

Cette affirmation est corroborée par les études faites en 1896, 1908 et 1910 sur les mouvements du sommet de la Tour Eiffel. Ces études ont été conduites par le Service Géographique de l'Armée, à la demande de la Commission de Surveillance de la Tour. Elles ont démontré que la Tour possède un mouvement diurne, causé par l'influence de la chaleur solaire; l'écart de ce mouvement varie, suivant les conditions atmosphériques, entre 3 cm et 17 cm. GUGLIELMINI, il est vrai, observait durant la nuit, et, généralement, durant la seconde partie de la nuit, aussi le fait ci-dessus n'infirme pas directement ses observations. Malheureusement, voici qui est plus grave: la direction du mouvement de la Tour Eiffel varie avec les saisons. En hiver, le soleil restant constamment au sud de la Tour détermine un déplacement dans la direction *N-S;* en été, au contraire, le Soleil frappe le matin les piliers *E* et le soir les piliers *W*, provoquant un déplacement dans le sens *E-W*. Ce fait suffit à prouver que la Tour Asinelli de Bologne n'avait pas exactement la même position par rapport à la verticale, en été et en hiver, même à une heure donnée de la nuit.

(2) La position de la machine de suspension employée est demeurée la même pendant tout le temps qu'ont duré les expériences; mais sa direction nous est inconnue. C'était une pince dont les mâchoires serraient le fil suspenseur de la balle et que l'on ouvrait par une pression insensible sur un levier. Or il est clair que la plus minime impulsion dans le sens latéral, imprimé au départ, conserve son influence pendant toute la chute et suffit à masquer complètement le phénomène principal, en donnant au corps, au lieu d'une déviation de quelques millimètres à l'est, une déviation de quelques centimètres dans un sens inconnu. BENZENBERG a d'ailleurs prouvé, comme on le verra plus loin, que la direction dans laquelle s'ouvrent les mâchoires a une influence considérable sur la chute du corps.

Ceci posé, on ne saurait affirmer que GUGLIELMINI ait prouvé la déviation *E* ou *S* des corps en chute libre. Ce qu'il a montré, pour la première fois, c'est que la déviation orientale peut être démontrée mécaniquement et comment elle peut l'être.

c) Pour conserver, si possible, une **valeur qualitative** à la déviation orientale des expériences en question, il était nécessaire de connaître exactement l'orientation de la tour Asinelli, aussi bien que celle de la machine de suspension. Si la façade de la tour regardait le sud et si les mâchoires de la pince s'ouvraient dans la direction *N-S*, on pourrait expliquer la forte déviation méridionale, observée par GUGLIELMINI, en la mettant sur le compte de déviations accidentelles provenant de l'orientation. Et la déviation orientale observée demeurerait du moins acceptable.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

M. Frédéric Mannucci, Ingénieur attaché à l'Observatoire du Vatican, offrit aimablement d'aller examiner à ce point de vue la tour de Bologne. Les conclusions de son inspection sont négatives; elles ont pourtant un intérêt scientifique parce qu'elles tranchent la question définitivement. Voici le rapport de M. Mannucci:

« Appunti sulla torre degli Asinelli in Bologna.

« Nella visita fatta il 28 Giugno 1909 alla torre degli Asinelli in Bologna allo scopo di osservare se ivi rimanesse qualche traccia degli esperimenti fatti dal Guglielmini, il risultato che si ebbe fu **quasi del tutto negativo.**

« Quella storica torre si divide in tre parti: la inferiore ove sono le botteghe, la intermedia che forma il dado o base della torre ove è una scala a chiocciola in muratura, e la torre propriamente detta, sulla quale la scala è in legno ed a rampanti poggiati alle quattro pareti. L'orientazione dei lati della torre di poco si scosta dalla direzione dei quattro punti cardinali. La torre medesima era suddivisa in più piani sostenuti da travature in legno, ora tutti distrutti, ad eccezione di uno situato ad un terzo circa dell'altezza sostenuto da una volta in muratura di mattoni, nella quale apparisce un foro centrale attualmente chiuso con muro di pietra irregolare. È questo l'unico segno che rimane degli esperimenti del Guglielmini. Difatti nella volta a crociera di sesto acuto, ora rafforzata da due archi, i quali impostano sulle pareti *Est* e *West*, su cui poggia la cella campanaria, non solo non vi è alcun sostegno che abbia potuto servire agli esperimenti, ma non apparisce traccia che ivi potessero esservi stati fissati.

« Da quanto oggi rimane si può solo arguire che il Guglielmini si servì, o delle travi che sono addossate alle tre pareti verso *Est, Nord* e *West* all'altezza dell'imposta della volta, ovvero dei buchi nelle travi dell'ultima impalcatura in legno ».

d) Au point de vue de la théorie des déviations observées Guglielmini avait des idées exactes. Il lui manquait cependant de connaître la théorie du mouvement relatif; de plus il fit erreur dans ses calculs de la déviation méridionale (II, § 29).

Dans le second chapitre de son ouvrage, cet auteur prend à parti un certain Bonati qui avait soutenu que la déviation *S* devait être six fois plus considérable que la déviation *E*. Guglielmini montre que la déviation *S* dont parle Bonati est égale à la différence entre la verticale et le rayon de la terre au lieu considéré. Pour lui, la trajectoire **absolue** du corps est une portion d'ellipse dont un foyer serait au centre de la terre et un sommet au point de l'origine de la chute; cet arc elliptique pourrait, du reste, être approximativement considéré comme parabolique (p. 24). Le plan de l'ellipse passerait par la tangente au cercle parallèle mené par le point origine. Guglielmini insiste sur ce fait que le plan en question ne passe ni par la verticale, ni par le centre de la terre, mais entre ces deux directions (II, § 35). Il reconnaît aussi, comme Gauss l'affirmera à son tour plus tard, que le mouvement de l'air provoqué par la rotation diurne a une tendance à diminuer la déviation méridionale. (II, § 31, p. 62).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Dans une lettre écrite à BENZENBERG, à la date du 20 décembre 1802, le même observateur raconte qu'après ses expériences de 1792, il en fit quelques autres qui lui donnèrent une déviation E de 7''' et une déviation S de 3'''. Il reconnaît d'ailleurs que cette déviation S est entachée d'erreur et due à des phénomènes accessoires. (BENZENBERG, p. 294).

3. Observations de Benzenberg à Hambourg.

Elles furent faites dans la Tour de St-Michel ($\varphi = 53^0\,33'$), durant l'été de 1802. Cette tour est en bois et il était interdit d'y allumer aucune lumière; aussi les expériences furent-elles faites pendant la journée et directement observées à l'œil nu.

BENZENBERG mentionne six « stades » d'expériences, faites de différentes hauteurs (p. 39); par exemple: hauteur 4 = 240'; hauteur 5 = 327'; hauteur 6 = 340'. Mais les observations finalement gardées furent toutes faites d'une hauteur de 235 pieds (p. 316); les autres (p. ex. celles de 340') furent considérées comme des essais et finalement rejetées.

a) Au point de vue de la **méthode** employée, BENZENBERG écrit qu'il suivit GUGLIELMINI: « Die Mittel die er anwandte seinen Versuchen diese grosse Genauigkeit zu geben ... sind für mich sehr lehrreich gewesen und werden es gewiss für jeden sein der diese Versuche anstellt ». Il employa le même genre d'appareil pour libérer le corps; un dessin se trouve dans son ouvrage. Mais la détermination de la verticale fut perfectionnée: BENZENBERG observait le fil à plomb deux fois, une fois avant et une fois après chaque série d'expériences.

La détermination du méridien était faite au moyen d'une aiguille aimantée de 2'', 5 — 3'' de longueur (pp. 311 et 341); BENZENBERG se rendit compte plus tard que cette aiguille donnait une erreur de 1°.

Le temps de chute fut trouvé égal à 4 secondes (temps solaire).

Les balles étaient faites d'un alliage de plomb et de zinc (p. 313).

b) Les **résultats** trouvés par l'expérimentateur sont donnés à la p. 340 de son ouvrage. Du 23 juillet au 26 octobre 1802, 31 boules furent lâchées en huit jours. La déviation moyenne trouvée fut de (p. 341):

$$E = +\ 4'''.0 = 9.0\,\text{mm}, \qquad S = +\ 1'''.5 = 3.4\,\text{mm}.$$

Cette valeur moyenne est trompeuse pour deux raisons.

Tout d'abord, elle masque les déviations vraies que l'on peut classer ainsi suivant les quatre directions de la rose des vents:

$$N = 11;\ S = 16 \qquad \text{et} \qquad E = 21;\ W = 8,$$

en notant, de plus, que les déviations extrêmes sont 9 fois plus considérables que les valeurs moyennes. (Voir Pl. I, la représentation graphique détaillée des observations).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Second point, plus important, et qui fut découvert par BENZENBERG lui-même: l'influence de l'orientation de l'appareil. L'opérateur eut la bonne idée de changer de 180° la position de l'instrument, au milieu de sa série d'observations. Pendant les 16 premières (23 juillet - 17 septembre), les pinces libérant la boule s'ouvraient du côté du *Sud*; pendant les 15 autres (14-26 octobre), elles s'ouvraient vers le *Nord*. Classant alors les résultats en deux séries, BENZENBERG obtint les chiffres suivants (p. 344):

DIRECTION DES PINCES	DÉVIATION E	DÉVIATION S	OBSERVATIONS
S	$+2'''.62$	$-0'''.53$	16
N	$+5'''.46$	$+3'''.53$	15
Moyenne	$+4'''.0$	$+1'''.5$	31

Le sens de l'ouverture des pinces n'avait probablement aucune influence sur la déviation orientale, mais l'existence d'une légère impulsion dans la direction N et la direction S est tout à fait vraisemblable.

c) Au point de vue de la **théorie** de ses expériences, BENZENBERG eut sur GUGLIELMINI l'avantage que GAUSS et LAPLACE acceptèrent de mettre ses observations en équations et de calculer la déviation théorique qu'elles impliquaient.

GAUSS donna pour la valeur de la déviation à Hambourg les chiffres suivants, d'après sa méthode de notation (*Werke*, V, p. 502):

dans le vide: $z = -235'$ $y = 3'''.91$ $x = 0$,
dans l'air: $f + \delta = 241', 47$ $y = 3'''.86$ $x = 0$.

A part le retournement de l'appareil qui constituait un réel perfectionnement de la méthode, BENZENBERG passe après GUGLIELMINI, au point de vue de la valeur des observations. Signalons les points défectueux suivants.

Premier point, la partie supérieure de la Tour St-Michel était en bois, tandis que la Tour Asinelli est toute en pierre. Aussi les variations de la verticale devaient-elles être considérables. Voici comment BENZENBERG lui-même note l'une de ses déterminations: « Da am Mittag die Sonne durch die Wolken brach und die Südseite des Turmes erwärmte so hatte sich der Turm in der Höhe von 235 Fuss um $1\frac{1}{2}$ Linien, nach Norden übergebogen » (p. 337).

En second lieu, GUGLIELMINI pouvait observer après minuit, tandis que BENZENBERG le faisait pendant la journée.

Enfin BENZENBERG ne pouvant employer de lumière artificielle, il lui était impossible de se servir de microscopes, comme l'avait fait GUGLIELMINI, pour observer les boules. Si donc il pouvait se rendre compte du mouvement de rotation pris par ces boules dans leur chute, il ne pouvait en tout cas mesurer son amplitude.

Pour ces différents motifs, et spécialement à cause de la différence systématique faite entre les résultats obtenus dans les deux positions N et S de l'appareil, il est

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

impossible d'affirmer que BENZENBERG a mis en évidence l'existence, même qualitative d'une déviation vers le *Sud* des corps en chute libre. Admettons que ses expériences permettent de reconnaître, **qualitativement** au moins, l'existence d'une déviation orientale; il est certain toutefois qu'au vu du diagramme de la Pl. I, nul ne se sentira bien convaincu du mouvement de rotation de la terre.

4. Observations de Benzenberg à Schlebusch.

Ces observations furent faites dans un puits de mine, du 7 au 10 octobre 1804. La latitude du lieu était $\varphi = 51^0\,25'$ et la hauteur de chute de 262 pieds de Paris. La méthode employée était la même qu'à Hambourg avec ces avantages que la verticale présentait plus de stabilité et qu'il fut fait usage de microscopes. L'appareil présentait également une orientation différente: dans les expériences faites le 7 et 8 octobre, les pinces s'ouvraient dans la direction *SE*, et dans la direction *NW* les deux jours suivants. Les boules étaient faites de plomb, d'étain et de zinc (p. 403).

Les observations de BENZENBERG sont données à la p. 419 de son ouvrage et réduites en table à la p. 432 h. Les moyennes obtenues sont les suivantes:

Moyennes de 29 observations: Déviation $E = +5'''.1$, Déviation $S = -0'''.7$,
Moyennes calculées: » $+4'''.67$, » 0.0.

BENZENBERG n'a pas tenu compte, dans ces moyennes, d'un certain nombre de cas présentant des anomalies; il a laissé de côté, par exemple, la neuvième boule, lâchée le 9 octobre, laquelle donnait une déviation E de $+13'''$ et une déviation S de $+21'''$. Dans la moyenne générale, la déviation N de $0'''.7$ est due surtout à la boule 10 du 9 octobre. L'expérimentateur, sachant par la théorie que cette déviation devait être nulle, a jugé à propos d'omettre cette boule dans la table finale.

Si l'on groupe en deux catégories les 28 autres résultats, on obtient les chiffres suivants:

DIRECTION DES PINCES	DÉVIATION E	DÉVIATION S	NOMBRE DES OBSERVATIONS
SE	$+7'''.0$	$-2'''.1$	14
NW	$+3.1$	$+2.0$	14
Moyennes	$+5.05$	-0.05	28

Etant donné que ces 28 observations sont choisies sur un total de 40 observations faites, et que, malgré cette sélection sévère, elles indiquent encore des distances extrêmes de $30'''$ dans les deux directions coordonnées, comme le montre le diagramme de la Pl. I, on ne trouvera pas trop dur le jugement suivant de GILBERT: « On peut, écrit-il, considérer ces expériences de BENZENBERG, plus encore que celles de Hambourg, comme n'apportant pas à la théorie une confirmation de quelque valeur ». (*R. des Q. S.*, 1882, p. 367). Si donc les expériences de Schlebusch ne nous

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B..1H

apprennent rien au point de vue **quantitatif,** on peut du moins leur attribuer une certaine portée **qualitative,** car le diagramme qui les représente semble bien accuser une tendance des boules à dévier vers l'*Est.*

Dans sa dernière publication, parue en 1845, BENZENBERG raconte une conversation qu'il eut avec LAPLACE en 1815 et au cours de laquelle ce dernier lui aurait dit que les expériences de Schlebusch donnaient une probabilité de 8000 contre 1, en faveur de la rotation de la terre. (BENZENBERG, 1845, p. 12).

5. Observations de Reich.

REICH fit ses expériences à Freiberg, en Saxe, dans un puits de mine, durant l'été de 1831. Il avait à sa disposition une hauteur de 158.5 mètres, près de deux fois celle des tours de Bologne et de Hambourg.

La latitude du lieu était $\varphi = 50^0\,53'.4$.

a) La **méthode** employée par REICH est essentiellement la même que celle de GUGLIELMINI et de BENZENBERG, mais avec une amélioration notable. Une partie des boules étaient placées sur un anneau métallique, après avoir été chauffées dans de l'eau bouillante, puis séchées; le refroidissement provoquait leur chute. Ainsi se trouvaient écartées les difficultés provenant de la suspension des boules par des fils et les erreurs systématiques causées par les pinces soutenant ces fils.

D'autres erreurs systématiques semblent pourtant inhérentes à cette nouvelle méthode. Les anneaux et les pinces successivement employés pour soutenir les boules étaient retournés de 180° en azimut, durant chaque série d'observations. Les boules, dures mais cassantes étaient faites d'un alliage d'étain, de bismuth et de plomb (REICH, p. 13); mais d'autres boules de plomb, d'étain, d'ivoire même, furent également employées.

b) Les **observations** furent faites du 23 août au 7 septembre; elles sont relatées dans six tables (pp. 34-43) représentant autant de séances; seule la première table comprend les observations faites durant trois journées. Toutes ces tables, sauf la IV^e et la VI^e, portent à la partie inférieure les corrections à faire subir aux chiffres, par suite d'erreurs dans la détermination de la verticale.

Les tables portent le nom de **séries d'observations**. Les séries 4 et 5 sont exécutées avec des anneaux, les autres avec des pinces de suspension.

c) Voici les **résultats** donnés par REICH:

DÉVIATION	*E*	*S*	RÉFÉRENCES
Observée	+ 28.3 mm.	+ 5.1	p. 45
Corrigée	+ 28.4	+ 4.4	p. 46
Théorique	+ 27.5	0.0	p. 47

REICH obtint ces chiffres en calculant l'erreur probable (*f*) d'une seule observation et en en déduisant le poids (*P*) de chaque série. On peut montrer d'ail-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

leurs que ces erreurs probables sont faussées elles-mêmes par des erreurs systématiques dont il n'a pas été tenu compte et que les poids (P), calculés avec 9 décimales, n'ont aucune signification.

Nous n'avons à discuter ici que l'existence de la **déviation Sud,** censée constatée par REICH. La **déviation** *Est* ressort, **qualitativement** du moins, de la tendance à tomber dans cette direction qui se révèle manifestement dans l'ensemble des cas; les causes d'erreurs ci-dessous signalées rendant du reste inexacte toute mesure **quantitative.**

d) Pour pouvoir faire la **discussion** de ces observations, il est indispensable de traiter séparément les séries exécutées avec des anneaux et celles faites avec des pinces. Pour être logique, il faut également séparer les expériences faites avec pinces et anneaux orientés dans un sens, et les expériences où pinces et anneaux étaient orientés en sens contraire.

Faisons donc les corrections de verticale indiquées par REICH et classons les valeurs obtenues comme nous venons de le dire. Nous obtiendrons les tableaux suivants, dans lesquels le signe + indique une déviation *Sud* et le signe — une déviation *Nord.*

TABLEAU I.

Sommes des déviations méridionales obtenues dans les expériences avec **pinces.**

NUMÉRO D'ORDRE DES SÉRIES	PINCES OUVRANT VERS LE SUD	NOMBRE DES BOULES	PINCES OUVRANT VERS LE NORD	NOMBRE DES BOULES
1	+ 35.8 mm	11	+ 111.2 mm	11
2	— 45.8	6	+ 322.4	6
3	+ 145.3	6	— 161.6	6
6	+ 124.4	11	— 460.7	10
Sommes	+ 259.7	34	— 188.7	33
Moyennes	+ 7.64 mm		— 5.72 mm	

TABLEAU II.

Sommes des déviations méridionales obtenues dans les expériences avec **anneaux.**

NUMÉRO D'ORDRE DES SÉRIES	ANNEAU	AZIMUT = 0°	NOMBRE DES BOULES	AZIMUT = 180°	NOMBRE DES BOULES	OBSERVATIONS	
4	*b*	+ 11.0 mm	9	+ 200.0 mm	7	3, 4, 5, 13-18	6-12
5	*a*	— 117.4	2	— 2.8	3	3, 4	5, 6, 7
5	*b*	— 94.4	3	+ 70.1	3	8, 9, 10	11, 12, 13
5	*c*	— 16.2	3	+ 29.2	2	14, 15, 16	17, 18
5	*a*	— 2.6	1	+ 1.1	3	19	20, 21, 22
Sommes		— 219.6	18	+ 297.6	18		
Moyennes		— 12.2 mm		+ 16.5 mm			

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Les deux dernières colonnes de ce tableau désignent les numéros de l'ouvrage de REICH d'où sont extraits les chiffres des colonnes intitulées azimut 0° et azimut 180°. La série 4 contient deux observations (1, 2) avec l'anneau *a* **sans retournement:** leur valeur est + 44. 55 et — 30. 65, et leur moyenne + 7. 0 mm.

Les différences existant entre les résultats obtenus avec les deux genres d'appareils utilisés par REICH, dans leurs deux positions successives, ne semblent pas indiquer des variations suffisamment régulières pour que l'on puisse considérer les erreurs comme strictement systématiques. La régularité, pourtant, est assez frappante pour attirer l'attention. Dans le cas des anneaux, on ne voit pas très bien comment leur retournement en azimut pouvait influencer le mouvement des boules: ces boules étaient symétriques et la première de leur deux positions semble avoir été complètement arbitraire. Les observations, d'ailleurs, ne sont pas en nombre suffisant pour permettre de découvrir aucune loi dans le retournement des anneaux. Par suite, il semble impossible d'éliminer les erreurs, du moins en tant qu'erreurs systématiques. C'est donc seulement à titre d'essais que nous réduisons en moyennes les valeurs ci-dessus, en donnant un poids égal à chacune des observations.

TABLEAU III.

Moyennes particulières de la déviation méridionale.

PINCES	DÉVIATION EN mm	NOMBRE DES OBSERVATIONS	ANNEAUX	DÉVIATION EN mm	NOMBRE DES OBSERVATIONS
Direction *S*	+ 259. 7	34	0°	— 219. 6	18
Direction *N*	— 188. 7	33	180°	+ 297. 6	18
Sommes	+ 71. 0	67		+ 78. 0	36
Moyennes	+ 1. 0			+ 2. 2	

$$\text{Moyenne générale} = \frac{149}{103} = + 1.5 \text{ mm}.$$

Si l'on voulait faire entrer en ligne de compte les observations 1 et 2 de la série 4, cette moyenne générale deviendrait égale à + 1. 6 mm.

Notons également que, grâce à une autre combinaison des valeurs obtenues par REICH, BENZENBERG a obtenu + 1. 06 mm comme moyenne de la déviation.

Reste à savoir si ces valeurs du Tableau III nous mènent plus près de la vérité que les valeurs + 7. 64 mm et — 5. 72 mm du Tableau I, ou les valeurs — 12. 2 mm

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

et + 16.5 mm du Tableau II. C'est douteux; mais une chose est sûre: c'est que ces valeurs discordantes ne sauraient infirmer en aucune manière la théorie de GAUSS et de LAPLACE, d'après laquelle la déviation méridionale est sensiblement nulle.

6. Observations de Hall.

Aux avantages possibles d'expériences faites avec de grandes hauteurs de chute, HALL préféra les commodités d'un laboratoire moderne et expérimenta sur 23 m. seulement. Ses observations furent faites à Cambridge (Mass.), du 26 avril au 25 juillet 1902.

a) Sa **méthode** diffère sur plus d'un point de celle de ses prédécesseurs. La suspension employée était une combinaison du fil et de l'anneau. La boule était suspendue sous l'anneau, pressée contre lui par un levier et un contrepoids. Un jet de gaz, émis par un soufflet, provoquait la combustion du fil. A leur arrivée au sol, les boules n'étaient pas reçues sur un bloc de bois dur, comme dans les expériences précédentes, mais bien dans un plateau rempli d'un mélange de suif, de lard et de cire. En tournant le plateau autour de son centre après chaque chute, on pouvait recevoir six boules dans le même plateau où elles dessinaient un hexagone régulier.

Les expériences étaient faites durant la nuit: 24 boules étaient lâchées en moins d'une heure et demie. La direction du fil à plomb était observée deux fois par nuit, avant et après les expériences. Un cylindre de drap, d'une seule pièce, entourait les boules pendant leur chute, jusqu'à deux mètres du plateau. On trouvera dans l'ouvrage de HALL (Vol. I, pp. 339 ss.), une description détaillée de l'appareil et des expériences préliminaires.

b) L'auteur n'a pas publié le détail de ses 948 **observations;** nous ne possédons que les valeurs moyennes suivantes, divisées en 4 groupes (p. 254).

GROUPE	TABLE	PLATEAU	DÉVIATION *E*		DÉVIATION *S*		NOMBRE DES BOULES
1	0°	*W*	+ 0.16 cm	± 0.009	+ 0.006 cm	± 0.008	258
2	0°	*E*	+ 0.15	± 0.009	— 0.004	± 0.010	210
3	180°	*W*	+ 0.19	± 0.009	— 0.001	± 0.007	240
4	180°	*E*	+ 0.08	± 0.010	+ 0.025	± 0.010	240
		Total	+ 0.15 cm	± 0.005	+ 0.005 cm	± 0.004	948

La seconde colonne de ce tableau, intitulée *Table,* indique que, pour les groupes d'expériences 3 et 4, la table qui supportait le plateau et les deux microscopes montés à angle droit, était tournée de 180° en azimut. La troisième colonne, portant le titre

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B...1H

Plateau, indique si les boules tombaient dans la pâte, sur le bord *Est* ou *Ouest* de ce plateau.

c) La **discussion** de ces observations indique une évidente déviation des boules vers l'*Est:* tous les groupes sont affectés du signe positif et l'erreur probable est inférieure à la valeur observée.

Le groupe 4 montre des différences notables avec les trois premiers, et cela dans les valeurs des deux coordonnées. Ce que nous savons de la méthode employée ne permet pas de donner une explication satisfaisante de ces anomalies.

HALL faisait la déviation **orientale** théorique égale à 0.18 cm; il lui donnait donc une valeur de 0.03 cm supérieure à la moyenne déduite de ses observations [1]. Du reste, il n'attribuait aux résultats de ses expériences qu'une signification **quantitative** assez faible, parce que les conditions dans lesquelles était déterminée la déviation orientale n'étaient pas aussi favorables que les conditions de détermination de la déviation méridionale. (HALL, p. 254).

En fait, c'était surtout la déviation **méridionale** qui intéressait l'expérimentateur. Le groupe 4 est le seul qui pourrait témoigner de son existence, les trois premiers groupes donnant des valeurs de signe opposé et plus faibles que les erreurs probables. Mais cette anomalie apparente du groupe 4 peut s'expliquer, semble-t-il, par une comparaison attentive de la seconde et de la troisième colonne.

N'est-il pas significatif que la déviation S change de signe quand la position du plateau est modifiée par rapport à la table? Cette modification avait lieu une fois pour chaque orientation de la table; quand la table avait été tournée de 180° en azimut (et plus ou moins déplacée de côté pour régler sa position par rapport à la verticale), le plateau se trouvait dans une situation identique, relativement aux microscopes, dans les groupes 1 et 4; pour la même raison, situation identique, mais différente de la précédente, dans les groupes 2 et 3. (Voir HALL, p. 251). Mais les groupes 1 et 4 et les groupes 2 et 3 ont respectivement le même signe. Alors, ne peut-on supposer que la diversité de position des microscopes, par rapport au plateau, a donné une différence dans les mesures, tout comme l'a fait la position de la boule dans le plateau? Le nombre de changements et de retournements n'est pas suffisant pour que l'on puisse se prononcer sûrement. Mais la moyenne arithmétique de cette déviation méridionale, $+ 0.005$ cm ± 0.004, laquelle provient exclusivement du groupe 4, n'est certainement pas suffisante pour dénoter une tendance des corps à tomber vers le *Sud.*

7. Autres observations.

La littérature scientifique offre d'autres expériences se rapportant au sujet qui nous occupe; mais, à vrai dire, ce sont plutôt des essais, sans aucune valeur qualitative.

[1] Dans sa Note supplémentaire, HALL montrait que le fait même de tenir compte de la résistance de l'air n'affectait pas la troisième décimale du chiffre final calculé par lui: $y = 0.177$ cm (Contributions Jefferson Phys. Lab., vol. VII, no. 14).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

a) Le 6 janvier 1680, HOOKE, secrétaire de la *Royal Society* de Londres, écrivait à NEWTON: « In the mean time I must acquaint you that I have (with as much care as I could) made 3 tryalls of the experiment of the falling body, in every of which the ball fell towards the south-east of the perpendicular, and that very considerably, the last being above a quarter of an inch, but because they were not all the same I know not which was true. What the reason of the variation was I know not, whether the unequall spherical figure of the iron ball, or the motion of the air, for they were made without doors, or the insensible vibration of the ball suspended by the thread before it was cut ».

Un peu plus tard, il écrit encore au même: « By two tryalls since made in two severall places within doors it succeded also ».

Le 22 janvier, le secrétaire fait une expérience devant des collègues: « Mr HOOKE shewed the ball, that had been let fall from the hight of 27 feet, and fell into a box full of tobacco pipe-clay, sticking in the clay, upon the surface of which were made lines crossing each other: which shewed the true perpendicular point indicated by the ball, when it hung suspended by a thread from the top, and how much the ball had varied from that perpendicular in its descent towards the South and East: and he explained the manner, how the same was performed in all particulars. It was desired, that this experiment might be made before a number of the Society, who might be witness of it before the next meeting. The time appointed was the Monday following at three in the afternoon ».

Le 21 décembre de l'année précédente, 1679, HOOKE avait déclaré à la *Royal Society:* « that the fall of the heavy body would not be directly east, as Mr NEWTON supposed; but to the south-east, and more to the south than the east. It was desired, that what was tryable in this experiment might be done with the first opportunity ».

Nous donnons ces citations d'après l'ouvrage intitulé: *An Essay on Newton's Principia, by* W. W. ROUSE BALL. London, 1893. (Appendices, pp. 146-150).

Si l'on veut bien se rappeler que, pour une hauteur de chute de 27 pieds, un corps s'écarte de moins d'un demi-millimètre de la verticale, on comprendra la réflexion faite à ce propos par GILBERT: « Le résultat de cette expérience, qui nous est inconnu, devait être assez grossier, car elle exige des précautions infiniment plus minutieuses qu'on ne se l'imagine au premier abord » (*Journal de Phys.,* Paris, II, 1883, p. 101). Et cette autre: « Il est fort à croire que le physicien anglais aura été dupe d'une illusion » (*Revue des Quest. Scient.*, Bruxelles, t. 11, 1882, p. 359).

b) En 1795, HONORÉ FLAUGERGUES fit quelques expériences à Viviers (Département de l'Ardèche, France). Suivant LALANDE, il n'avait aucune connaissance des observations faites par GUGLIELMINI quatre ans auparavant, et ne trouva pas les moyens d'exécuter ses projets. (BENZENBERG, 1804, p. 298).

c) GUGLIELMINI (Préface, § 24) mentionne quelques expériences faites en Italie: « Tum vero prope est factum, ut opus dereliquerim: nisi quod certior per literas factus sum celeberrimos Viros Romae, Taurini & alibi, suam tentaminibus iisdem operam sedulo & obnixe impendere: quamobrem abiectum animum recepi etc. ».

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1B...1H
1B...tPS

Le § 25 relate que BONATI en appelle aux expériences de CALANDRELLI pour étayer la théorie d'une déviation *Sud* considérable: « ceterum Josephi Calandrelli Romani Astronomi diligentissime experimenta addebat quorum eventus opinionem suam mirum in modum fulciebat roborabatque (§ 26). Primum ergo experimentis Josephi Calandrelli illud obiiciebam quod microscopii praesidio fuerint destituta ».

d) En 1848, des observations semblables furent faites par RUNDELL, dans une mine de Cornouailles, de 400 m environ de profondeur. Les boules étaient faites de divers métaux; 48 furent lancées. Chaque boule était placée sur une planche coulissant dans un cadre et que l'on pouvait tirer comme une trappe. En plus des boules, on expérimenta avec des masses cylindro-coniques de fer et d'acier aimanté. Ces masses étaient suspendues par un fil court; lorsqu'il paraissait que tout mouvement d'oscillation avait cessé, on lâchait le fil (*the threads were let go*).

Voici les résultats donnés par RUNDELL lui-même: « The whole of the bullets and plummets dropped south of this datum-line (une ligne joignant les extrémités de deux verticales *E* et *W*), and so much to the south that only four of the bullets fell upon the platform placed to receive them, the others, with the plummets, falling on the steps of the man-machine, on the south side of the shaft, in situations which precluded exact measurements of the distances being taken. The bullets which fell on the platform were from 10 to 20 ins. south of the plumb-line » (*Phil. Mag.*, London, vol. 48, 1848, p. 485).

e) En 1856, un certain B. SANTINI publia des expériences faites par lui (où? cela n'est pas mentionné), dans les *Annali di Tortolini* (t. 7, 1856, p. 445). La hauteur de chute était seulement de 5,2 m. Le corps employé était un cylindre de bois, armé de plomb à la partie inférieure et portant une pointe à son extrémité. Le cylindre était reçu, lors de sa chute, sur une plaque de bois horizontale, mobile autour d'un axe vertical, au-dessous du point de suspension du corps. Entre deux chutes successives du cylindre cette plaque était tournée de 180°, de sorte que la distance séparant les deux trous faits par la pointe représentait la somme de deux déviations.

Les 60 observations, combinées de la sorte, donnent 10 valeurs moyennes comprenant chacune 3 séries. La double déviation résultante vers le *Sud* fut trouvée égale à $2x = 6$ mm, ce qui donne une déviation simple $x = 3$ mm. Au lieu de donner la valeur de la déviation orientale, l'auteur se contente de donner l'angle formé par la droite joignant deux trous successifs avec la ligne méridienne. Cet angle est noté *E* ou *W*, d'une manière fort ambiguë. Si l'on veut supposer que ces lettres sont indiquées par rapport à l'extrémité *Sud* de la ligne en question, 6 séries donnent $2y = +0.33$ mm et 4 séries donnent $2y = -0.18$ mm, ce qui représente finalement une déviation orientale $y = +0.015$ mm.

f) Durant l'été de 1898, des essais furent faits dans la cathédrale de Florence, dont la grande coupole offre, de la lanterne au sol, une hauteur de plus de 100 m. Des corps sphériques et cylindro-coniques, de différentes dimensions, furent lâchés au moyen du procédé qui consiste à brûler le fil de suspension. Les expériences

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

étaient faites de nuit, et quand le calme de l'air était parfait. Voici ce que l'auteur de ces essais, Del Lungo, dit des résultats obtenus: « Con nostra sorpresa il risultato fu assolutamente negativo. Le traccie dei colpi erano distribute intorno al centro in tutte le direzioni entro un raggio di circa 17 centimetri e il foglio appariva simile a un cartone di bersaglio. Non si potè neppure riconoscere una tendenza dei colpi ad agglomerarsi verso *Est* ». (*Rivista scientifica-industriale,* 1901, pp. 3-4).

Suivant toute probabilité, le *cartone di bersaglio* ne serait ni mieux ni plus mal que les diagrammes des expériences de Hambourg et de Schlebusch, si ces derniers, au lieu de ne contenir qu'un choix d'observations, les contenaient toutes telles quelles (voir Planche I) [1].

8. Il n'est pas sans intérêt, ce semble, de connaître les divers **projets d'expériences** qui ont été faits à propos de la chute des corps, au point de vue qui nous occupe.

a) Un mémoire de LAPLACE, paru d'abord dans le *Bulletin des Sciences, par la Société Philomatique*, et qui, dans la suite, forma la base du chapitre de la *Mécanique céleste* intitulé: « De la chute des corps qui tombent d'une grande hauteur » (IV, 1805, p. 294), se trouve reproduit dans BENZENBERG (*Versuche,* 1804, p. 388). Ce mémoire contient le passage suivant, omis dans la *Mécanique:*

« L'observatoire national (de Paris) offre un puits d'environ 54 mètres de profondeur, depuis la plateforme du sommet jusqu'au fond des caves, et qui est très propre à ce genre d'expériences, auquel il fut primitivement destiné... La déviation du corps vers l'*Est* serait d'environ six millimètres, suivant la théorie ».

b) BENZENBERG, dans son ouvrage de 1804, propose le Panthéon de Paris et St-Pierre de Rome comme l'idéal pour ce genre de recherches (*das schönste Local zu diesen Versuchen*, pp. 432*c* et 432*f*). Il ne se doutait guère que, à deux intervalles d'un demi-siècle, Panthéon et Vatican fourniraient, basées sur des principes bien différents, de nouvelles preuves de la rotation de la terre.

Dans son article de 1845 (pp. 29-30), le même auteur recommande le puits de Königstein, près de Dresde; ce puits a une profondeur de 600 pieds.

c) En 1846, OERSTED écrivait à Sir JOHN HERSCHEL une lettre que l'on trouve publiée dans les *Brit. Assoc. Rep. for* 1846 (II, p. 2). Il y déclare les expériences, faites jusqu'à cette époque, « *unsatisfactory* » et requiert la *British Association* de faire reprendre ces essais en Angleterre, pays où l'on a toute facilité pour la construction des appareils. Les expériences exécutées par RUNDELL, deux ans plus tard, furent la seule réponse faite à ces désirs. C'est probablement que les nouvelles méthodes de FOUCAULT (1851) venaient de détrôner les méthodes jusqu'alors employées.

d) Pourtant, 30 ans après les succès de FOUCAULT, GILBERT jetait encore un regard en arrière: « Si l'on observe... que les profondeurs de 300 m. et au-delà ne

[1] Sur cette Planche (section IV, Freiberg) les observations 7, 29, 30, 88, 91, 93, 98, 105 de REICH sont omises parce qu'elles sont en dehors des limites de la Planche.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

sont pas rares dans les puits de mine, à notre époque, on ne peut s'empêcher d'exprimer le désir que ces expériences... soient reprises et exécutées d'une manière qui ne laisse plus rien à désirer » (*Journal de Phys.*, II, 1883, p. 102).

e) Tout récemment encore, le *Washington Monument*, dans la capitale des Etats-Unis d'Amérique, était proposé par CAJORI (*Science*, vol. 14, 1901, p. 854) pour servir à des expériences. Cet obélisque de marbre contient une cage d'ascenseur; il possède la lumière électrique, et n'a de fenêtres qu'au sommet. Sa hauteur de 550 pieds, offrant un espace utile de 165 m. est, du reste, de peu supérieure à celle du puits de Freiberg, où REICH fit ses expériences, et sa stabilité laisse naturellement beaucoup plus à désirer.

Il est visible que les auteurs de ces propositions ont été guidés par le désir d'accroître l'exactitude des résultats, en augmentant la hauteur de chute. Ce désir nous semble absolument vain et c'est dans un tout autre sens que nous croyons possible de perfectionner les expériences. Si GUGLIELMINI avait continué à travailler à l'observatoire de Bologne, au lieu de se transporter à la tour Asinelli, il eut obtenu de bien meilleurs résultats et avec moins de peine. Cela ressort des expériences faites par HALL en 1902, avec une hauteur de 23 m seulement. HALL lui-même est arrivé à la même conclusion, après avoir développé le projet d'une expérience dans le *Washington Monument* et avoir essuyé un refus de la part du *War Department*. (Vol. VII, p. 379).

Réduire la hauteur de chute et, par suite, l'influence nuisible de la vitesse du corps, de sa rotation, de la résistance de l'air, c'est autant de gagné, mais ce n'est pas suffisant. Il faudrait encore que quelque artifice permit à l'observateur de contrôler les différentes phases du phénomène. Ne serait-il pas possible d'appliquer à ces expériences sur les corps en mouvement libre quelque dispositif auxiliaire comme ceux que l'on emploie pour démontrer les lois de la chute des corps?

Que l'on imagine une *machine d'Atwood* suspendue de manière à former une balance de torsion, le mouvement combiné des deux masses montante et descendante indiquerait une déviation orientale ou occidentale, en faisant tourner un instant la poulie de suspension hors du plan méridien; peut-être même pourrait-on mettre en évidence la déviation septentrionale ou méridionale en mettant cette poulie dans le plan du premier vertical. D'une manière analogue, des boules, roulant sur des *plans inclinés*, pourraient montrer les effets du mouvement de la terre.

En ce sens seulement nous dirons avec GILBERT, à propos des expériences décrites ci-dessus: « Elles sont à refaire ». (*Rev. des Q. S.*, Bruxelles, 16, 1882, p. 273).

9. La **véritable théorie** de la déviation des corps en chute libre est contenue dans les équations du mouvement relatif, développées par LAPLACE et GAUSS et données plus haut (p. 18). Les coordonnées x, y, z, dépendent du temps t de la manière suivante (GAUSS, V, p. 502):

$$x = (\text{termes}) \times t^4, \qquad y = (\text{termes}) \times t^3, \qquad z = (\text{termes}) \times t^2.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

En éliminant t, nous avons la *trajectoire relative* du corps en chute libre (dans le vide):

dans le *premier vertical:* $y = -pz^{3/2}$, parabole semicubique,
dans le *plan méridien:* $x = qz^2$, parabole apollonienne.

Ces trajectoires relatives indiquent le moyen de ramener à une hauteur commune, afin de pouvoir facilement les comparer, les observations faites sur des chutes de différentes hauteurs. Il en résulte que les rapports linéaires x: y et y: z n'ont pas de signification et les considérer serait renouveler l'erreur de GUGLIELMINI et d'OLBERS.

Il est instructif de faire ici une **revue historique** rapide des **théories** successivement proposées.

a) Nous avons mentionné, dans l'Introduction, la trajectoire en **spirale** dont ont parlé LÉONARD DE VINCI, KEPLER et NEWTON. Nous avons mentionné également l'opinion de HOOKE qui veut que cette trajectoire soit **elliptique.**

b) GUGLIELMINI trouvait, comme valeurs des déviations E et S, les nombres:

$$y = 7'''.6, \qquad x = 6'''.2,$$

au lieu des nombres vrais:

$$4'''.8, \qquad 0'''.0.$$

Sa théorie (art. III, §§ 9-10) était donc fausse pour l'une et l'autre coordonnée.

La formule qu'il employait pour la déviation **orientale** mérite une remarque spéciale, parce que OLBERS l'emploiera à son tour. GAUSS en a démontré la fausseté. Cette formule, donnée par GUGLIELMINI (art. I, § 3), est la suivante:

$$\text{Déviation } E = \frac{a.u}{r}\, t,$$

a désignant la hauteur, r le rayon terrestre, u la vitesse linéaire à la surface du sol en un point de latitude φ. Dans notre système de notation, nous aurions:

$$u = \omega . r \cos\varphi.$$

Quant à la déviation **méridionale,** GUGLIELMINI la considérait comme la différence entre la valeur de la chute dans l'air (5″ 6‴.378) et dans le vide (5″ 0‴.215). Il n'y a aucun intérêt à le suivre dans cette voie erronée, d'autant moins que lui-même a avoué plus tard son erreur à BENZENBERG (pp. 296 et 184).

c) OLBERS et GAUSS ont calculé la déviation théorique pour Hambourg; ils ont trouvé les valeurs suivantes (BENZENBERG, pp. 347 et 350):

OLBERS: $y = 5'''.8, \quad x = 1'''.5,$
GAUSS: $y = 3'''.95, \quad x = 0'''.0.$

Dans deux lettres à BENZENBERG (pp. 349, 351 et 353), GAUSS s'est efforcé de montrer les erreurs du calcul d'OLBERS; elles étaient identiques aux erreurs commises par GUGLIELMINI. OLBERS les corrigea, dans la suite, en faisant le calcul de la déviation **orientale** (BENZENBERG, p. 355). Il pose:

$A = (r + h)\ \omega \cos\varphi =$ vitesse linéaire du sommet de la tour,
$a = r\ \omega \cos\varphi =$ vitesse linéaire du pied de la tour.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Dans son premier calcul,
il part de l'équation différentielle (erronée): $Y'' = 0$,
trouve (faussement) la vitesse constante: $Y' = A$,
la distance absolue (fausse également): $Y = At$,
et la distance relative:

$$y = Y - at = (A - a)t = h\,\omega\,\cos\varphi\,.\,t,$$

identique à celle trouvée par GUGLIELMINI.

D'après la correction de GAUSS, OLBERS refit ses calculs en y introduisant la composante horizontale de la gravitation g.

Il part alors de l'équation différentielle correcte: $Y'' = -\frac{Y}{r}g$,

trouve la vitesse variable: $Y' = A\left(1 - \frac{g}{r}\frac{Y^2}{A^2} + ..\right)^{\frac{1}{2}}$,

la distance absolue: $Y = At - \frac{1}{6}\frac{g}{r}\frac{Y^3}{A^2} \pm \ldots$,

et substituant $Y = At$ dans le dernier terme: $Y = At - \frac{1}{6}\frac{g}{r}At^3 = At - \frac{1}{3}\frac{h}{r}At$,

il trouve finalement la distance relative à partir du pied de la tour,

$$Y - at = h\omega\,\cos\varphi\,.\,t - \frac{1}{3}\left(1 + \frac{h}{r}\right)h\omega\,\cos\varphi\,.\,t,$$

ce qui donne, comme première approximation, l'expression:

$$y = Y - at = \frac{2}{3}h\omega\,\cos\varphi\,.\,t$$

trouvée également par LAPLACE et GAUSS.

Le développement qui précède n'a pas la rigueur de la théorie générale de LAPLACE et GAUSS, exposée dans le Chapitre Ier de cette Partie. Il a du moins le mérite de mieux rendre compte de l'origine du facteur $\frac{2}{3}$.

d) La déviation **méridionale** avait été déclarée par LAPLACE et GAUSS pratiquement insensible. GAUSS, il est vrai, conservait un terme en ω^2 dans l'expression de la valeur de x (*Werke,* V, p. 502); mais il ne paraît pas avoir supposé que ce terme était la somme algébrique de tous les termes en ω^2, car, à la p. 501, il dit expressément qu'il négligera la variation de la pesanteur g, en intensité aussi bien qu'en direction.

L'expression:

$$x = +\frac{1}{6}\cos\varphi\,\sin\varphi\,.\,g\,\omega^2 t^4$$

trouvée par GAUSS, est environ 4 fois trop forte, comme l'a montré BERTRAM (*Jahresbericht über die Städtische höhere Bürgerschule,* 1869). La valeur de x donnée par ce dernier auteur, p. 29, est comparable à celle de GAUSS, grâce aux constantes $\omega^2 a$ et $\frac{B}{a^4}$ (p. 8). La conclusion de Bertram est ainsi formulée: « Man erhält in der Tat, für

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

$C = 0$, eine südliche Abweichung, aber sie ist so klein, dass sie sich der Beobachtung völlig entzieht; denn sie würde selbst nach 10^s unter der Breite 45° nicht viel mehr betragen als den 100ten Teil eines Millimeters » [1].

Le Comte DE SPARRE (*C. R.*, t. 140, 1905, p. 33) arrive à la même conclusion. La valeur qu'il trouve pour x (p. 35) peut être réduite au moyen des constantes de BERTRAM. Il écrit, tout comme lui: « Ces déviations sont... beaucoup trop petites pour être constatées par l'expérience; la plus forte d'entre elles serait à peine de $\frac{1}{10}$ de millimètre pour une chute de 1000 m » [1].

e) LORENZONI (*Atti del R. Istituto Veneto*, t. VII, 1889), dans un traité intitulé: *Sulla deviazione dal piede della verticale di un grave liberamente caduto dalla superficie della terra sul fondo di una cava*, cite quelques formules récentes erronées ayant trait à la déviation méridionale, et s'efforce d'indiquer la source d'erreur. D'après lui, elle proviendrait de cette fausse supposition que le plan de la trajectoire, passant par la tangente au cercle parallèle du lieu, est **vertical,** alors qu'en réalité ce plan passe au *Nord* de la verticale et par le centre de la terre (ou mieux par le centre d'attraction). Pendant la chute du corps, par l'effet du mouvement diurne, le pied de la verticale est déplacé vers ce plan et s'en rapproche tellement que la déviation méridionale devient insensible.

Du reste cette erreur n'est pas imputable à GUGLIELMINI, mais bien plutôt à son adversaire, BONATI, et la réfutation qu'en donne GUGLIELMINI ressemble beaucoup à celle de LORENZONI. (Art. II, § 26).

LORENZONI donne les coordonnées du pied de la verticale et celles du lieu de chute du corps: la différence de ces coordonnées représente les déviations calculées par GAUSS et LAPLACE. Dans un Appendice, il traite le problème de la chute du corps en partant de la 2e loi de KEPLER, celle de la constance des aires.

f) En 1901, le Prof. CAJORI, reprenant une idée suggérée par OERSTED, dans la lettre citée plus haut (p. 36), chercha à se rendre compte si une boule métallique, tombant dans un champ magnétique terrestre variable, accuserait une déviation vers le *Sud*. Il trouva que l'effet produit était bien insuffisant pour être décelé par des mesures expérimentales (*Science*, vol. 14, 1901, p. 854).

[1] On a, en effet, par la formule corrigée de Bertram:

$$x = + \frac{g\,\omega^2}{2 \times 6 \times 4}\, t^4 = 0.000001 \times t^4 \text{ mm},$$

et dans l'exemple du Comte de Sparre: $t^4 = 4 \times 10^4$.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

DEUXIÈME PARTIE.

LE PENDULE

Quelques **remarques préliminaires** permettront au lecteur de se faire une idée générale des expériences dont il va être question dans cette seconde partie.

a) Différentes formes de pendule ont été employées pour donner une démonstration mécanique de la rotation de la terre: ce sont le **pendule simple,** plan ou conique, le **pendule horizontal** et le **pendule composé.**

Le pendule simple, lequel se rapproche du pendule mathématique, est généralement nommé *pendule de* FOUCAULT, quand il oscille approximativement dans un plan vertical; il est nommé *pendule de* BRAVAIS quand il oscille suivant une surface conique approximativement circulaire.

Le pendule horizontal a été, pour la première fois, mentionné et appliqué à la démonstration de la rotation terrestre par HENGLER; on pourrait l'appeler *pendule de* HENGLER.

Quant aux pendules composés, il en existe une telle quantité qu'on ne saurait leur donner un nom particulier.

b) Ces divers pendules servent d'appareils auxiliaires permettant à l'expérimentateur de contrôler le mouvement des corps pesants, tout en laissant ce mouvement manifester, d'une manière suffisamment apparente, l'influence de la rotation du globe. Ainsi, le pendule de FOUCAULT, sous sa forme théorique (suspension sans frottement, fil sans poids, amplitude d'oscillation infiniment petite), se rapproche beaucoup d'un projectile horizontal lequel, en vertu de son inertie, dévie, suivant POISSON (1837) vers la droite du but, vu du canon. FOUCAULT le remarque lui-même (*Recueil,* p. 382): « Il m'a semblé que la masse du pendule peut-être assimilée à un projectile qui dévie vers la droite... ».

c) Tandis que des observations sur les corps en chute libre peuvent, à un habile expérimentateur, fournir une démonstration **qualitative,** mais pas plus, du mouvement diurne, le pendule, lui, permet d'obtenir une preuve **quantitative.** En effet, dans les expériences faites avec le pendule, il est possible de réduire au minimum les influences nuisibles, et d'évaluer, qualitativement au moins, leur action; un observateur est arrivé à mesurer même quantitativement les perturbations du phénomène et a pu donner ainsi des résultats de **précision.**

Quant au pendule de HENGLER, on ne l'a pas suffisamment étudié pour pouvoir se rendre compte s'il permet ou non de mesurer la rotation terrestre.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Ajoutons enfin que l'expérience de FOUCAULT est **irréversible** et, par suite, ne peut-être employée à donner une contre-épreuve. Les expériences de BRAVAIS et de HENGLER sont, au contraire, **réversibles**, et sont utilisables de deux manières opposées.

CHAPITRE I.

Le pendule simple de Foucault.

La déviation subie par un pendule oscillant dans un plan vertical avait été observée à Florence deux-cents ans avant qu'on ait donné une explication du phénomène. Et, par une singulière opposition des choses, c'est avant d'avoir fait aucune observation, que FOUCAULT trouva la théorie de cette déviation. S'il avait connu les expériences de VIVIANI, il eut pu, tout aussitôt, donner une preuve, qualitative au moins, de l'existence du mouvement diurne.

Mais FOUCAULT fit plus et ses expériences ont une valeur quantitative, puisqu'elles lui ont permis de découvrir la *loi du sinus*, la partie principale de la loi complète.

L'influence la plus nuisible qui s'exerce sur le mouvement d'oscillation du pendule plan provient de la vitesse initiale donnée au pendule. Cette vitesse peut-être réduite, mais elle n'est jamais nulle. AIRY, d'autres encore, ont, jusqu'à un certain-point, calculé cette influence et, l'année même où FOUCAULT énonçait la loi du *sinus*, ils ont donné une expression mathématique des effets de la vitesse initiale.

L'expérience du pendule de FOUCAULT peut se vérifier au moyen de la formule suivante, qui sera expliquée plus loin (**E**):

$$u' = -\omega \sin\varphi \pm \frac{3}{8}\frac{ab}{l^2}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Si l'on appelle u l'azimut du plan d'oscillation, ou du grand axe de l'ellipse, u' sera sa dérivée par rapport au temps, c'est-à-dire sa vitesse; a et b désignent d'ailleurs les deux demi-axes de l'ellipse décrite, l la longueur du pendule et g l'accélération de la pesanteur. Le double signe indique que le mouvement elliptique a lieu dans le même sens (+) ou en sens contraire (—) du mouvement diurne. La formule est homogène, comme elle doit l'être, au point de vue des unités de temps et de longueur.

Aussitôt connue, l'expérience de FOUCAULT fut répétée dans nombre de cathédrales, églises, musées, académies, laboratoires. En 1851, on la faisait à Reims, New-York, Spire, Rome, Bristol, Dublin, Rennes, Genève, Oxford, Londres, York, Ceylan, Rio-de-Janeiro. En 1852, c'était à Cologne, Groningue, Middelburg, Deventer, Dantzig; en 1854 à St-Gall, Québec, Beauvais; en 1868 à Amiens, Harlem, et, plus récemment encore, en 1895, dans la cathédrale de Roskilde, près de Copenhague.

En 1902, sur la demande de la Société Astronomique de France, l'expérience fut finalement reproduite au Panthéon, sous la direction de M. BERGET, à peu près dans les conditions primitives: fil de 67 m de long et de 0.72 mm d'épaisseur, boule de 28 kg. (*Bulletin de la Soc. Astron. de France,* 1902).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Nous mentionnerons en détail les quelques expériences sur lesquelles nous avons pu recueillir des résultats quantitatifs et les grouperons, pour plus de commodité, en quatre catégories. Une cinquième division sera consacrée à la théorie.

A. - Expériences mettant en évidence la loi du sinus.

1. La description des expériences de FOUCAULT et ses rapports se trouvent dans la collection de ses œuvres, publiée en 1878 sous le titre: *Recueil des travaux scientifiques de Léon Foucault... précédé d'une notice sur les œuvres de L. Foucault, par J. Bertrand.*

Les premières de ces expériences furent faites avec un fil de 2 m de longueur et une boule de 5 kg suspendue à la voûte d'une cave; l'amplitude d'oscillation était de 15° à 20°. Elles furent reprises dans la salle méridienne de l'observatoire, avec un fil de 11 m, et faites enfin au Panthéon, sur une hauteur de 67 m, à la demande du Prince-président, Louis-Napoléon. Dans toutes ces expériences, la boule était invariablement maintenue écartée de la verticale au moyen d'un fil, que l'on brûlait pour la libérer. La première réussite est datée par FOUCAULT du mercredi, 8 janvier 1851, 2 heures du matin. (*Recueil*, p. 378). Son premier rapport à l'Académie fut présenté par ARAGO le 3 février. (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 135).

Voici quelques chiffres qui donneront une idée des expériences faites au Panthéon. Le fil d'acier avait une longueur de 67 m et un diamètre de 1.4 mm. La boule pesait 28 kg; l'arc horizontal, le long duquel on observait les oscillations, avait un diamètre de 6 m. Partant de la latitude $\varphi = 48° 50'.8$ et de la loi du *sinus* qui porte son nom (déviation $= \omega \sin \varphi . t$), FOUCAULT avait, d'avance, calculé les données du phénomène (*Recueil*, p. 387). La déviation en 1 heure devait être de $11°17'.7$, c'est-à-dire de $1°$ en 5 minutes; en 5 ou 6 heures d'oscillation, le pendule devait donc dévier de 60 à 70 degrés. La durée d'une oscillation double devait être de $16^s.4$ et la déviation produite à chaque oscillation de 2.3 mm.

Ces données semblent avoir été généralement reconnues exactes expérimentalement, mais nous ignorons s'il existe une série de mesures quantitatives faites au Panthéon.

On trouvera, dans un article de GILBERT (*R. des Q. S.*, Bruxelles, III, 1879, pp. 516-526) une description détaillée des expériences de FOUCAULT. LISSAJOUS a donné dans le *Recueil* (p. 570) une description du mode de suspension, la partie à la fois la plus importante et la plus délicate de l'appareil. Elle présentait cette particularité que le fil d'acier, au lieu d'être directement attaché ou soudé, passait librement par une filière introduite dans la fente verticale d'une plaque d'acier.

2. La deuxième expérience, faite à Colombo (Ceylan), en 1851, par LAMPREY et SCHAW, présente un grand intérêt; elle était faite au voisinage de l'équateur ($\varphi = +6° 56'.1$) et pouvait, par conséquent, offrir une bonne vérification de la loi du *sinus*.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

La boule de plomb employée pesait 30.5 livres et était à peu près sphérique. Le fil avait 66.5 pieds de longueur. L'appareil de suspension était constitué par des fibres de soie grège passant à travers une petite ouverture percée dans une plaque de fer. La déviation horaire observée fut la suivante:

$$\text{Moyenne de 11 observations} \ldots = 1^{0}.87,$$
$$\text{Valeur théorique } (15^{0} \sin 6^{0}\,56'.1) = 1^{0}.81.$$

La différence n'est donc que de 3 %, et l'accord serait parfait si 2 observations, parmi ces 11, faites dans les directions *NW* et *SE*, étaient rejetées. (*Phil. Mag.*, II, 1851, p. 410).

3. Une expérience faite, en 1851, à Rio-de-Janeiro (*C. R.*, t. 33, 1851, p. 582), aurait un grand intérêt si elle avait été correctement exécutée et clairement décrite. La latitude du lieu est $\varphi = -22^{0}\,54'$; par suite la déviation horaire du pendule simple doit y être de $15^{0} \sin \varphi = +5^{0}.8$, en sens inverse des aiguilles d'une montre.

Le boulet employé était creux et sphérique et pesait 10.5 kg; le fil suspenseur était du lin, sans torsion, donnant au pendule une longueur de 4.365 m. La trajectoire a toujours été une ellipse très allongée; le mouvement dans l'ellipse a toujours été en sens contraire dans la direction du méridien et dans celle du parallèle, et l'ordre de succession des deux mouvements a plusieurs fois changé par l'effet des modifications faites dans la manière dont le fil était attaché au plafond. On a aussi trouvé, entre le plan du méridien et le plan du parallèle, deux plans invariables d'oscillation, dans lesquels le pendule oscillait sans déviation.

Au sujet de la déviation du plan d'oscillation, on nous apprend ce qui suit: « En laissant le pendule osciller pendant trente minutes, d'abord dans la direction du méridien, et ensuite dans celle du parallèle, on a trouvé la déviation, dans le premier cas, de $5^{0}\,9'$ vers l'*est* et, dans le second cas, de $5^{0}\,12'$ vers le *sud* ».

Il est a noter que la **valeur** des déviations semi-horaires devrait égaler la moitié des nombres obtenus et que ces nombres expriment probablement, dans la pensée de l'auteur, la déviation horaire.

De plus, la **direction** de la déviation est donnée d'une manière ambiguë. A la fin du rapport, nous lisons encore ceci: « Toutes ces déviations se sont présentées... dans le sens de la rotation de la terre ». Prise littéralement, cette expression signifierait que le pendule a toujours dévié dans la mauvaise direction; mais il faut supposer que d'Oliveira l'entendait en sens contraire.

Il est étonnant qu'aucune expérience de valeur ne nous soit venue de l'hémisphère *sud*.

B. - Expériences montrant l'influence de l'azimut du plan d'oscillation.

On connaît plusieurs observations semblant indiquer que le pendule ne se comporte pas de la même façon dans les divers azimuts. Mais, à l'époque où elles eurent lieu, les observateurs n'avaient pas leur attention attirée sur des circonstances qui comportent une explication physique. Mentionnons les expériences suivantes.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

4. A Oxford, en 1851, des observations furent faites dans la *Radcliffe Library* avec un pendule de 80 pieds et demi de long. La boule employée, pesant environ 12 livres, était d'abord de fer, puis de plomb. Le fil était du fil de piano.

Les observateurs notèrent, et cela pendant plus de trois semaines, une accélération de la déviation, à mesure que le plan d'oscillation s'approchait du méridien magnétique; cette accélération allait jusqu'à près d'un degré par heure. Un retard correspondant se manifestait quand le plan d'oscillation tendait à devenir perpendiculaire au méridien magnétique. Les mêmes observateurs ajoutent, du reste, que les expériences furent troublées par les allées et venues des visiteurs et ne purent être faites avec tout le soin désirable. (*Brit. Assoc. Rep.*, 1851, II, p. 19).

Il est assez remarquable que, dans ces expériences, les fils d'acier se montrèrent plus incommodes que les fils de fer doux. Cela est à rapprocher des constatations analogues faites par SECCHI (voir plus bas, **7**).

5. A Genève, le général DUFOUR se servit d'un pendule composé d'un fil de 20 m de longueur et d'une boule pesant 12 kg. Il obtint les résultats suivants:

AZIMUT	DURÉE POUR 25°	NOMBRE	ERREUR	MOUVEMENT
Méridien	$2^h.376$	4	$+0^h.133$	rectiligne.
Premier vertical . .	$2^h.110$	4	$-0^h.133$	légèrement elliptique.

Moyenne observée . . . . . $2^h.243$
Calcul . . . . . $2^h.306$
} Différence $= 0^h.063$ ou 2. 8%.

6. Nous pouvons citer encore brièvement les quelques observations suivantes:

a) A Rennes un pendule de 19. 70 m avec une boule de 30 kg fut observé par MORREN et lui donna une déviation plus faible dans le plan méridien que dans le plan du premier vertical, comme dans l'expérience de Genève. (*C. R.*, t. 33, 1851, p. 62).

b) En Italie, des différences analogues furent notées par ZANTEDESCHI, MARIGNAC et d'autres encore. SECCHI, dans les *Memorie dell'Osservatorio dell'Università Gregoriana* (1851, App. IV, p. XXVIII), se réfère à l'ouvrage intitulé: *Ricerche ecc. sulla deviazione del pendolo del prof. Zantedeschi* (Padova, 1852, p. 26), et ajoute: « Potrebbe sospettarsi che le cause perturbatrici al punto di sospensione potessero essere state assai forti ». Comme on le verra tout à l'heure (**7**), SECCHI lui-même ne trouva aucune différence d'oscillation entre le méridien et le premier vertical.

c) Une relation de dépendance entre le mouvement elliptique et l'azimut a été mentionnée plus haut (**3**), à propos de l'expérience de Rio-de-Janeiro; elle a été également observée par BUNT, à Bristol, comme nous le dirons plus loin (**11**).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

C. - Expériences très exactes, sans correction d'ellipticité.

7. Les expériences de SECCHI, faites à Rome, en 1851, sont remarquables par la constance avec laquelle s'y est manifesté une irrégularité qui n'avait encore été nulle part signalée. Ces expériences sont décrites dans les *Annales de Tortolini* (II, 1851) et dans les *Memorie dell'Osservatorio dell'Università Gregoriana* (1851, App. IV). Le pendule était suspendu dans l'église de St-Ignace, sous la voûte de la grande nef; sa longueur était de 31.89 m et le poids de la boule d'environ 28.5 kg. Des essais furent faits avec différents fils de suspension: un fil de fer doux de 1.8 mm d'épaisseur, des fils d'acier de 0.65 et de 1.3 mm. Ces derniers donnèrent de moins bons résultats que l'autre.

a) La déviation du pendule était mesurée avec un soin extrême. Deux pièces de bois en forme d'arc étaient disposées sur le pavé, de façon que leur centre commun se trouva sous le point de suspension; leur rayon était de 2.2 m. Sur ces arcs une alidade de même longueur était disposée; elle portait un œilleton par lequel on observait l'oscillation du pendule. Parfois une lunette, placée à 18 m de distance du centre des arcs, servait au même but; quand le pendule venait osciller exactement au centre du champ, un signal était donné à l'assistant chargé du chronomètre: on mesurait ainsi les intervalles de temps. Les intervalles azimutaux étaient également mesurés par deux procédés, soit en plaçant un théodolite en station au centre, après avoir écarté le pendule, et en mesurant l'angle formé par deux positions de la lunette; soit encore en traçant la corde joignant deux positions de l'œilleton et en calculant l'angle correspondant.

La boule était mise en mouvement, comme elle l'était dans les expériences de FOUCAULT: on la tenait écartée au moyen d'un fil que l'on brûlait pour la libérer, lorsqu'elle était parfaitement immobile.

b) Les expériences de SECCHI, comme nous l'avons dit, présentèrent une particularité. Le mouvement elliptique qui, invariablement, commençait à se manifester après 1 heure et demie d'oscillation, avait lieu toujours dans la même direction, à savoir dans le sens de la rotation de la terre et, par suite, diminuait la valeur de l'angle de déviation, telle qu'elle est donnée par la loi du sinus.

Nous lisons dans les *Memorie* (p. XXIX): « La linea che la palla percorre da principio è sensibilmente retta, ma a poco a poco essa ne va deviando e il moto si fa in una ovale somigliante ad una ellisse che va sempre più allargandosi. La direzione del moto del pendolo considerata su questa curva è stata costantemente opposta a quella della rotazione del piano di oscillazione, cioè: che nell'apside meridionale dell'ellisse il pendolo andava dall'Ovest all'Est. La costanza di questo fenomeno, che ha luogo anche quando il pendolo è sospeso a fili finissimi di acciaio, mostra che esso ha qualche causa inerente al metodo stesso di esperimento ».

On ne semble pas avoir observé ailleurs pareille constance du mouvement elliptique à se faire dans le sens de la rotation terrestre. A Rome, de nombreux témoins l'observèrent. Les savants les plus distingués de la ville étaient venus, sur

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatRS...1B...1H

l'invitation de Secchi, assister aux expériences; parmi eux le Prof. Tortolini, dans les *Annales* duquel le phénomène a été décrit.

Dans une note qui suit immédiatement celle de Secchi, le Prof. Chelini écrit (*Annales de Tortolini*, II, 1851, p. 243): « Nelle molte esperienze che (Secchi) ha fatto nella chiesa di S. Ignazio, egli ha mostrato a chiunque ne abbia avuto volontà, che in ogni oscillazione la linea descritta dall'estremità del pendolo se dapprima si confonde sensibilmente con una linea retta, a misura che le ampiezze diminuiscono, si apre a poco a poco in orbita ellittica, sempre però allungata e sottilissima, ed in questa orbita il moto del pendolo si fa... nel medesimo verso della rotazione della terra ».

c) La constance de cette direction était si évidente que beaucoup de témoins, et Secchi lui-même, expliquèrent le phénomène comme un effet possible et tout au moins partiel d'une **vitesse initiale** de la boule, due au mouvement de rotation de la terre (voir *Chelini*, note de la p. 243). Secchi écrit à ce sujet (*Annali*, II, 1851, pp. 238-242): « Questo (moto ellittico) può nascere da molte cause perturbatrici, come sono ineguale flessibilità del filo, resistenza dell'aria, eccentricità dal centro di gravità al centro di figura. Ma probabilmente ancora può essere una conseguenza dei termini periodici che entrano nelle formule analitiche, in quali non appariscono che sotto l'aspetto periodico, perchè si trascurano le potenze superiori di alcune quantità assai piccole, ma che forse..., tenendone conto, possono dare origine a qualche piccolissimo termine costante, che diventa sensibile col ripetersi di molte oscillazioni ».

A la fin de cette note, Secchi revient encore sur ce terme dynamique: « Intorno al moto ellittico detto di sopra, e di direzione invariabile, oltre le cause fisiche già accennate, può contribuirvi una causa dinamica; e questa sarebbe la velocità di rotazione che ha il pendolo intorno alla verticale, quando la palla parte dalla quiete, e che equivale ad una forza di proiezione. Questa combinata colla gravità, che è sensibilmente proporzionale alla distanza dal centro di equilibrio, gli deve necessariamente fare descrivere una ellisse attorno alla verticale ».

Pour expliquer l'allongement progressif du petit axe de l'ellipse, Secchi faisait intervenir le principe de la constance des aires, dans les termes suivants: « Di più lo spazio che il pendolo descrive in virtù di questa forza di proiezione è dipendente dall'ampiezza dell'oscillazione, la quale è assai larga da principio, ma presto viene a restringersi: allora la velocità primitiva, dovendosi riferire ad un raggio divenuto minore, ne deriverà un sensibile allargamento nell'ellisse... »

Secchi, pourtant, ne considérait pas cette explication du phénomène comme suffisante; il conclut ainsi: « Tuttavia io credo che le cause fisiche, e specialmente la resistenza del filo alla flessione, siano la causa principale dell'allargamento dell'ellisse ». Cette phrase fait évidemment allusion à la fin d'un article d'Airy (*Mem. R. A. S.*, vol. 20, 1850-51, p. 128) que voici:

« If a pendulum be suspended by a wire passing through a hole in a solid plate of metal, the orifice of that hole may be *oval*. If the wire be part of a thicker rod tapering to the size of the wire, it may *taper unequally* on different sides. In either

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

case there will be two planes of vibration at right angles to each other, in which if the pendulum is vibrating, it will continue to vibrate, and in one of which the time of vibration is greater, and in the other less, than in any other plane ».

GILBERT (*Revue des Q. S.*, Bruxelles, VI, 1882, p. 380 et *Journal de Physique*, Paris, II, 1883, pp. 101-112) décrit des difficultés analogues rencontrées en répétant les expériences de FOUCAULT.

d) SECCHI mentionnant des **causes physiques** du mouvement ellipsoïdal pris par le pendule, à savoir l'inégale flexibilité du fil et le manque de symétrie de la boule, il est intéressant de savoir comment le fil était suspendu et quelle était la forme et la matière de la boule.

Le mode de **suspension** est décrit dans les *Annali* et dans les *Memorie* (p. XXXIX) de la manière suivante:

« Fissata così la traversa (sopra uno de' fori che sono nella volta della chiesa) nel foro della spranga di ferro fu inserito il maschio pure di ferro destinato a reggere il filo: esso era forato longitudinalmente, e nel foro fu inserto e saldato il capo del filo metallico che portava la palla. La ragione del **saldare** il filo dentro il maschio fu per evitare ogni pressione laterale sul filo stesso ... » Suit un assez long passage où l'auteur explique pourquoi il trouve ce mode de suspension (soudure du fil dans le tube) préférable à d'autres.

La **boule** est ainsi décrite dans les *Annali* (II, p. 238):

« La palla di piombo pesa 28 chilogrammi, ed ha circa 15 centim. di diametro. Essa è stata fusa attorno ad un' anima di ferro grossa 26 millim. in quadro, e lunga quanto il diametro della palla, ai capi della quale sono due buchi, ove si inseriscono due maschi di ferro, uno dei quali ritiene il filo di sospensione, l'altro un indice. La palla è stata tornita sui due fori dei predetti maschi come centri, per fare che il suo centro di gravità cadesse il più che fosse possibile sull'asse della figura ».

Un mot encore des azimuts d'oscillation. Ils n'étaient qu'au nombre de deux. Dans un cas le pendule passait par le plan méridien; dans l'autre par le premier vertical. Les résultats, est-il dit, furent les mêmes dans les deux cas.

e) Les **déviations** du pendule qui furent observées sont notées dans le tableau suivant (*Memorie*, p. XXVI). Il faut savoir que la valeur théorique de la déviation était $15^0 \sin 41^0\,53'.9 = 10^0.017$ par heure sidérale.

DATES	SOMME DE 3 OBSERVATIONS		DÉVIATION EN 1^h	CORRECTION
3 Mai 1851	$5^h.196$	$50^0.728$	$9^0.763$	$+0^0.254$
7 Mai »	121	842	928	089
8 Mai »	094	842	981	036
Moyenne			$9^0.891$	$+0^0.126$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

SECCHI ne fit pas de corrections pour le mouvement elliptique, bien qu'il connut la formule d'AIRY (*Memorie*, p. XXX); il ne mesura pas non plus les dimensions de l'ellipse dans chaque cas. Il se contente de faire les suppositions suivantes, où il prend le mot *axe* dans le sens de demi-axe, comme le montrent les résultats calculés:

« Supponendo che l'asse maggiore dell'ellisse sia $0^m.5$ e il minore $0^m.05$ (il che è veramente molto più del vero), si ricava che la rivoluzione dell'apside si farebbe in 13 giorni circa ».

Le nombre supposé $0^m.05$ est, en fait, dix fois plus grand que la moyenne des demi-axes observés. Dans les Annales de *Tortolini* (loc. cit.) nous lisons: « Il moto ellittico... è piccolissimo da principio, ma va successivamente ingrandendosi: la curva ha circa 20 mm di asse minore al fine dell'esperimento ». La valeur moyenne de l'axe $2b$, durant une expérience est donc de 10 mm et la valeur du demi-axe b de 5 mm seulement.

SECCHI donne les valeurs exactes de la longueur du pendule et de la constante de la gravitation, pp. XXXII et XL:

$$l = 31.89, \qquad g = 9.80.$$

Portant ces valeurs et faisant $a = 0.5$, $b = 0.005$ m dans la formule d'AIRY, on trouve comme terme correctif de la déviation elliptique $0^0.106$ par heure. On obtient par suite les nombres suivants:

déviation moyenne corrigée . .	$9^0.997$ par heure
valeur théorique	$10^0.017$ »
Différence	$0^0.020$ ou $\frac{1}{5}$ % de la valeur théorique.

8. En 1852, GARTHE fit des expériences dans la cathédrale de *Cologne*. Il les a décrites dans une brochure intitulée: *Foucault's Versuch als direkter Beweis der Axendrehung der Erde, angestellt im Dom zu Köln etc., von Dr. C. Garthe*, Köln, 1852. – Appareils et observations sont également décrits par GILBERT (*Journal de Physique*, II, 1883, p. 104).

La particularité du pendule de GARTHE était sa suspension à la CARDAN, laquelle en faisait un véritable pendule composé, en lui donnant des moments d'inertie de valeurs diverses autour de ses deux axes d'oscillation. Pourtant il fut considéré comme un pendule simple, parce que la théorie du pendule composé n'était pas encore bien faite à l'époque et que, de plus, les dimensions et le poids de la suspension étaient faibles en comparaison du reste de l'appareil. L'anneau mobile de la suspension avait un diamètre de 5 cm seulement, tandis que le pendule avait 50 m de long et portait un poids de 17 kg.

La suspension à la CARDAN était fixée à la clef de voûte du chœur de la cathédrale. Le fil d'acier avait une épaisseur de 0.7 mm. Les angles de déviation étaient lus avec une lunette sur deux arcs de près de 3 m de rayon; un chronomètre

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

donnant le temps moyen servait à compter les durées. La boule était retenue au moyen d'un fil que l'on brûlait pour la libérer.

Une double oscillation du pendule durait 13.5 secondes et produisait une déviation de 2 mm sur les arcs de mesure. Près d'un millier de visiteurs vinrent assister aux expériences; parmi eux, deux membres de la famille royale. Ces expériences furent faites en cinq jours différents: 28 et 29 Mai, 1, 2 et 14 Juin. Trois d'entre elles durèrent $2^h\ 34^m$ et donnèrent une déviation de 30^0; les deux autres durèrent $3^h\ 52^m$ et permirent de voir le pendule tourner d'un angle de 45^0. L'azimut du plan d'oscillation était changé régulièrement chaque fois. Le temps était lu à chaque déviation d'un degré.

Voici les résultats donnés par GARTHE:

SÉRIE	AZIMUT	TEMPS POUR 1°	MESURES	ERREUR
I	0^0 — 30^0	$5^m\ 9^s.07 \pm 0^s.29$	6	$+0^s.32$
II	30 — 60	8. 13 42	6	— 0. 62
III	60 — 90	9. 03 49	6	+ 0. 28
IV	90 — 135	9. 11 28	9	+ 0. 36
V	135 — 180	8. 42 34	9	— 0. 33

Moyenne obtenue $5^m\ 8^s.75$
Valeur théorique 5 8. 24
} Différence = $0^s.51$ ou $^1/_6$ %.

Ces résultats sont donnés en temps solaire moyen. En temps sidéral on aurait les rapports suivants entre les valeurs observées et les valeurs calculées:

déviation observée en 1^h de temps sidéral	$11^0.6280$
» calculée: $15^0 \sin 50^0\ 56'.5$. . .	6475
O — C	— 0.0195 ou $^1/_6$ %.

GARTHE ne parle pas du mouvement elliptique du pendule; il ne dit rien non plus des effets de la suspension à la CARDAN. Pourtant ce mouvement elliptique a dû se produire durant les 3 ou 4 heures que duraient les expériences. Quant à la seconde cause d'erreur, elle a pu être partiellement compensée par ce fait que la longueur du pendule diminuait quand l'anneau mobile se mettait à osciller. Les deux paires d'axes en acier ne se trouvaient pas dans le même plan, et celle qui soutenait le pendule se trouvait plus élevée que celle qui portait l'anneau mobile (voir GARTHE, p. 40 et Planche X).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

D. - Expériences dans lesquelles la déviation donnée par la loi du sinus est corrigée du mouvement elliptique du pendule, soit au moyen de la formule d'Airy, soit à l'aide de coefficients empiriques.

9. PHILLIPS fit à York, en 1851, deux séries d'observations (*Phil. Mag.*, II, 1851, p. 150).

a) Au « Minster », le pendule employé avait 52 pieds de long et la boule, un sphéroïde allongé, pesait 8 livres. La suspension était faite de catgut assoupli.

Les déviations horaires observées furent les suivantes:

Direction initiale *N-S*, déviation . . . . . = 13°.65
» » *E-W*, » . . . . . = 12°.60
Moyenne corrigée du mouvement elliptique = 12°.50
Valeur théorique pour 15° sin 53° 58′ . . . . = 12°.13 } différence: 3 %.

b) Dans sa demeure, PHILLIPS employait un pendule de 68.7 pouces et une boule, en forme de sphéroïde allongé, pesant $6\frac{1}{4}$ livres; il se servit également d'une sphère de $1\frac{1}{12}$ livres. Le fil de suspension était fait de soie ou de gutta-percha.

Les résultats obtenus, non corrigés du mouvement elliptique, sont les suivants:

Direction initiale *NE-SW*, déviation = 13°.0 par heure,
» » *NW-SE*, » = 10°.88 »

10. A Dublin, en 1851, GALBRAITH et HAUGHTON firent dix expériences avec un pendule de 35.4 pieds. Ils trouvèrent, comme valeur moyenne des demi-axes:

$$a = 18.500, \qquad b = 0.067 \text{ pouces.}$$

La correction du mouvement elliptique à faire subir à ces valeurs aurait dû être de 0°.53 par heure; mais, en fait, les déviations résultant des angles observés étaient beaucoup plus considérables:

mouvement de gauche à droite, déviation = 0°.73 (6 observations),
» de droite à gauche, » = 0°.83 (4 »).

11. Observations faites à Bristol, en 1851, par BUNT. (*Phil. Mag.*, vol. I, 1851, p. 552; vol. II, pp. 37, 81, 158, 424). Elles eurent lieu dans deux locaux différents.

a) A la tour de St-Nicolas, le pendule employé avait une longueur de 53 pieds, le fil d'acier $\frac{1}{20}$ de pouce de diamètre. Ce fil était d'abord passé à frottement dur dans un trou percé dans une pièce d'acier; on imagina ensuite de le serrer entre quatre pièces de métal. La boule de plomb pesait 53 livres et demie.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...19..1H

A la « *Philosophical Institution* », le pendule avait 22.73 pieds de longueur; le fil en « bright iron », la suspension semblable à la précédente; la boule de plomb pesait 35 livres. L'appareil était porté par un bras fixé à une muraille et la boule protégée par une caisse de verre ouverte à la partie supérieure.

b) On constata que toutes les oscillations étaient elliptiques et se faisaient dans les deux directions. BUNT décrit ainsi sa méthode: « In beginning an experiment, I draw the pendulum-ball aside until it is nearly over the circumference of the circle, suddenly disengage it, and then usually communicate to it, by a touch on one side, a slight amount of elliptic motion, about equal and contrary of what was observed at the end of the last experiment » (I, p. 553).

A la p. 37 du vol. II, il dit expressément que les arcs d'oscillation devenaient généralement elliptiques dans l'espace de quelques minutes, quelquefois pourtant seulement au bout d'un laps de temps variant de 30 à 45 minutes. - A la p. 38, BUNT ajoute: « Care was taken to make the opposite ellipticities as nearly equal as possible ». Pourtant, en dépit de ce mouvement elliptique imprimé à la main, l'expérimentateur trouva, pour ses deux pendules, deux directions azimutales, à environ 90° l'une de l'autre, dans le voisinage desquelles le mouvement elliptique paraissait changer de sens.

c) Les corrections à faire pour le mouvement elliptique furent déterminées empiriquement, parce que les corrections faites aux expériences de Dublin paraissaient insuffisantes. La déviation horaire, donnée par la loi du sinus était:

$$15^0 \sin 51^0\,27' = 11^0.76;$$

BUNT prit, comme terme correctif $abt \times const.$, et construisit la table de correction suivante (loc. cit., vol. II, pp. 38, 158, 159):

GRAND AXE $2a$	CORRECTION PAR HEURE	PETIT AXE $2b$
7.4 pieds	$\pm$ 0.°7	Pour chaque longueur de 0.2 pouce.
3.— »	0. 43	
0.9 »	0. 06	

Toute correction faite, les moyennes de toutes les déviations horaires observées se trouvèrent être les suivantes:

Tour St-Nicolas: 11°.75, valeur presque identique à la valeur théorique;
Phil. Inst.: . . . . 11°.64, valeur exacte à 1 % près.

12. Plus récemment, en 1868, des expériences furent exécutées à Harlem par VAN DER WILLIGEN (*Archives du Musée Teyler*, I, 1868, pp. 341-363), d'après la méthode BUNT.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1942VatPS...1B...1H

a) Le local choisi fut le Musée Teyler. Le pendule avait 10.79 m; le fil était en fer, la sphère en plomb et pesait 9.43 kg. La suspension employée était une pièce de cuivre percée d'une ouverture cylindrique, assez large seulement pour qu'un fil de fer de 0.9 mm pût y être engagé à frottement; la partie inférieure et saillante de la pièce de cuivre était fendue; le fil de suspension passait par l'extrémité inférieure de cette pièce et y était serré solidement. On mesurait les déviations sur un cercle d'un diamètre de 50 cm environ, l'alidade étant amenée dans la direction du plan d'oscillation. Les degrés entiers se lisaient directement, les dixièmes par estimation. Une seule oscillation durait $3^s.32$ et l'amplitude était de 15 cm à peu près, à partir de la position de repos.

b) Les observations furent faites du 1er Mars au 13 Mai 1868; elles duraient de 8^h du matin jusqu'à 5^h de l'après-midi. A des intervalles d'une heure et demie, en moyenne, on déterminait l'azimut du plan d'oscillation, l'amplitude, le petit axe de l'ellipse et le temps.

Voici quelle était la méthode de lancement employée: « le pendule, dit l'auteur, ayant été lâché simplement à la main . . . » (p. 345). De là, nouvelle complication du phénomène: « Il m'est bien arrivé, de temps en temps, de communiquer à la sphère, au moment du départ, une oscillation de torsion autour de son axe, laquelle oscillation persistait quelquefois pendant des heures entières . . . L'amplitude de ces oscillations de torsion n'a jamais dépassé 30° ». Leur durée variait de 14 à 16 secondes. D'après les observations de Van der Willigen, le mouvement elliptique se faisait indifféremment dans les deux directions et parfois, de lui-même, changeait de direction: « Cette trajectoire du pendule, est-il dit à p. 342, passe comme d'elle-même de la forme rectiligne à la forme elliptique et, de lui-même aussi, au moins dans mes expériences, le sens du mouvement de la sphère dans cette trajectoire se retourne insensiblement . . . ».

c) Van der Willigen suivit Bunt dans la correction à faire subir à la déviation au point de vue du mouvement elliptique; il déduit des observations le coefficient constant du produit des deux axes (et non des demi-axes) et du temps (d'après sa notation, $a \times b \times T$). Mais étant données les valeurs considérables trouvées pour le petit axe, il pense que le terme $a\,b\,T$ à la première puissance est insuffisant à représenter complètement les corrections à la loi du *sinus*.

On trouvera, aux pp. 352-354 de l'article cité, les résultats de quatre séries d'observations.

La notation employée est la suivante:

$h =$ déviation horaire du pendule, directement observée;

$y =$ coefficient expérimental de $\frac{\Sigma\, a\, b\, T}{\Sigma T} = R$, exprimé en mm et en heure.

La déviation horaire corrigée devient alors:

$$\omega \sin \varphi . 1^h = h + Ry.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Les quantités h et y sont données p. 354 et le coefficient R est obtenu par simple division des équations de la p. 352 et de la p. 353.

Série	h	y	R	Ry	$h + Ry$	11°. 914
I	11°. 936	0. 00119	+ 78. 1	+ 0. 093	12°. 029	— 0°. 115
II	12. 136	105	— 43. 4	— 0. 046	12. 090	— 0. 176
III	12. 028	131	— 41. 5	— 0. 054	11. 974	— 0. 060
IV	11. 824	038	— 37. 8	— 0. 014	11. 810	+ 0. 104
Moyenne	11. 981	0. 00098	— 11. 2	— 0. 005	11. 976	

Valeur théorique de $\omega \sin \varphi$. 1^h = 11. 914

Différence = 0. 062 = 0. 5 %.

En ne faisant usage que des moyennes, l'on obtiendrait:

$$h + Ry = 11^\circ.981 - 11.2 \times 0.00098 = 11^\circ.970.$$

En prenant, au lieu du coefficient expérimental y, le coefficient théorique donné par la formule d'AIRY, $y = 0.00016$, on obtient:

$$h + Ry = 11^\circ.981 - 11.2 \times 0.00016 = 11^\circ.979.$$

Il s'ensuit que la valeur expérimentalement attribuée à y serait un peu plus exacte que la valeur théoriquement calculée; mais ni l'une ni l'autre ne rendent compte, même au point de vue du signe, des différences existant dans la dernière colonne.

A propos de ces expériences de Harlem, voici ce que dit KAMERLINGH ONNES: « Pour corriger ces divergences, on a cru pouvoir se contenter d'une formule donnée par GALBRAITH, HAUGHTON et G. B. AIRY, que nous avons traitée dans le n° 47 de la première partie. Pour ce pendule (de VAN DER WILLIGEN) on avait:

$$\frac{135.1800}{4\pi l^2}\sqrt{\frac{g}{l}} = 0.000155,$$

quand l est exprimée en millimètres. Cette quantité multipliée par R est la différence entre l'angle de rotation D par heure (ici, $h + Ry$) et l'angle théorique, c'est-à-dire, 11. 914, causée par la valeur finie de l'amplitude; elle n'explique qu'une partie insignifiante des différences actuelles ». (*Nieuwe Bewijzen*, p. 209).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

E. - Résumé historique de la théorie du pendule de Foucault.

L'année même où il faisait des expériences, en 1851, FOUCAULT publiait sa loi du *sinus*. Aussi, en même temps que ces expériences étaient répétées dans tout le monde civilisé, cette loi faisait le sujet de nombreuses recherches théoriques. Si la loi du sinus était, comme le soutenait POINSOT, une loi purement géométrique, elle devait suivre tout naturellement de la décomposition, faite par EULER, de la vitesse angulaire ω de la terre en deux composantes $\omega\sin\varphi$ et $\omega\cos\varphi$ (voir 1re Partie, p. 16). Mais la théorie dynamique du pendule montra bientôt que le terme $\omega\sin\varphi$, tout en représentant la majeure partie de la loi de la déviation, ne la représentait pas complètement, même dans le cas de faibles amplitudes. Il y a des perturbations, accidentelles et essentielles, dans la loi du *sinus*, même si nous supposons n'avoir à faire qu'à un pendule strictement théorique. Le terme principal représentant les irrégularités accidentelles fut trouvé dès 1851 et, deux ans plus tard, on calcule un terme très faible, mais essentiellement dépendant du pendule de FOUCAULT. Nous nous contenterons, dans ce résumé historique, de suivre le développement de ces trois termes, sans entrer dans les discussions plus récentes auxquelles a donné lieu la théorie du pendule (voir les équations A, B, C).

13. La loi du sinus a été d'abord analytiquement développée par BINET (*C. R.*, t. 32, 1851, pp. 157 et 197). Cet auteur prenait comme point de départ les équations du mouvement relatif données par LAPLACE et que nous avons rappelées plus haut (1re Partie, p. 17, éq. 3). Ces équations valent pour les corps en chute libre; mais le pendule est soumis à une traction venant de la tension du fil. Cette tension N peut s'exprimer exactement par la formule:

$$N = \frac{v^2}{l} + g\cos\theta,$$

dans laquelle v signifie la vitesse tangentielle, l la longueur du pendule, g l'accélération de la pesanteur et θ la demi-amplitude d'oscillation. BINET fit l'hypothèse que v et la demi-amplitude linéaire $l\theta$ étaient de petites quantités du premier ordre (p. 199) et que les termes supérieurs pouvaient être négligés. En d'autres termes, cela signifie que $\cos\theta = 1$, $\sin\theta = \theta$, et de plus que la force centrifuge $v^2 : l$ est laissée de côté. Par suite, BINET posait simplement:

$$N = g.$$

En ajoutant cette force aux formules du mouvement relatif, il ne faut pas perdre de vue que le système de coordonnées (x, y, z) est étroitement en rapport avec la terre en rotation et que z désigne la verticale. Dans le cas du pendule, il serait à propos de prendre comme origine du système non pas la position initiale du corps, mais bien le point de suspension.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Les 3 composantes de la force additionnelle g sont donc:

$$g\frac{x}{l}, \qquad g\frac{y}{l}, \qquad g\frac{z}{l}.$$

Avant d'écrire les équations nouvelles, deux remarques:

1° la troisième équation (celle en z'') n'a pas de raison d'être, puisque nous n'étudions que la projection horizontale du mouvement;

2° parmi les termes représentant la force centrifuge composée:

$$-2\omega\,(\sin\varphi\,.\,x' + \cos\varphi\,.\,z')$$

et qui appartiennent à la coordonnée y, un terme peut-être négligé, comme nous l'avons fait déjà dans le cas des corps en chute libre; mais ici c'est un terme différent. Pour les corps en chute libre, x' est de l'ordre de ω; tandis que dans le cas des oscillations du pendule, c'est z' qui est supposé de cet ordre.

Ceci posé, les équations sont les suivantes:

$$(1)\quad \begin{cases} x'' = +2\omega\sin\varphi\,.\,y' - \dfrac{g}{l}\,x, \\ y'' = -2\omega\sin\varphi\,.\,x' - \dfrac{g}{l}\,y. \end{cases}$$

Pour faciliter la lecture du traité de BINET, nous emploierons, pour l'instant, ses abréviations; nous ferons: $\frac{g}{l} = h^2$ et $\omega\sin\varphi = k$.

Les intégrales de (1) s'écriront donc ainsi:

$$(2)\quad \begin{cases} x = \rho_1\cos ht\cos(\varepsilon - kt) - \rho_2\sin ht\sin(\varepsilon - kt) = \rho\cos\nu, \\ y = \rho_2\sin ht\cos(\varepsilon - kt) + \rho_1\cos ht\sin(\varepsilon - kt) = \rho\sin\nu. \end{cases}$$

Les quantités ρ_1, ρ_2, ε sont des constantes arbitraires, que BINET n'a pas déterminées ultérieurement. Résolvant par rapport à ρ_1 et ρ_2, on a:

$$(3)\quad \begin{cases} \rho_1\cos ht = \rho\cos(\nu - \varepsilon + kt) = \xi, \\ \rho_2\sin ht = \rho\sin(\nu - \varepsilon + kt) = \eta. \end{cases}$$

La boule du pendule décrit donc l'ellipse:

$$(4)\quad \left(\frac{\xi}{\rho_1}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{\rho_2}\right)^2 = 1,$$

dont les axes forment avec le système de coordonnées (x, y) l'angle variable $\varepsilon - kt = u$, déterminé par l'équation:

$$(A)\qquad \frac{du}{dt} = -k = -\omega\sin\varphi.$$

Cette équation est connue sous le nom de *loi du sinus*.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912yatPS...1B...1H

Tout en critiquant BINET pour le manque de rigueur de ses déductions, PONCELET (*C. R.*, t. 51, 1860, pp. 511, sq.) admet pourtant qu'elles peuvent servir comme première approximation. Cette approximation met bien en évidence, à tout le moins, le premier terme représentatif de la déviation du pendule de FOUCAULT, et ce terme représente la réalité d'autant plus exactement que l'amplitude d'oscillation est plus faible.

Parmi les preuves nombreuses, données dans la suite, de la loi du sinus de FOUCAULT, citons les deux preuves dues à BERTRAND et HATT (*C. R.*, t. 94, 1882, pp. 371 et 638).

La loi du sinus appelle quelques remarques que voici.

a) YOUNG a fait connaître, dans le *Mechanic's Magazine*, en 1851 (voir *Phil. Mag.*, I, 1851, p. 563), une curiosité géométrique.

Supposons que la demi-amplitude ($a = Rd\varphi$) de l'oscillation soit exactement égale au rayon a du cercle gradué au-dessus duquel oscille le pendule et supposons aussi qu'elle demeure constante; nous aurons alors la relation suivante: l'arc de ce cercle ayant comme mesure l'angle au centre $u = \omega \sin\varphi . t$ est toujours égal à la différence des arcs des deux parallèles de latitude menées par le centre du cercle et l'une des deux extrémités du diamètre dirigé suivant le méridien:

$$\Delta (R \cos\varphi . \omega t) = \pm R \sin\varphi . d\varphi . \omega t.$$

b) FOUCAULT considérait sa loi du sinus, $u' = -\omega \sin\varphi$, comme une loi générale s'appliquant à tous les mouvements libres à la surface du globe, en particulier au mouvement des cours d'eau qui, en vertu de cette loi, rongent leur rive droite dans l'hémisphère boréal, et leur rive gauche dans l'hémisphère austral.

Cette idée a été développée depuis par BABINET (*C. R.*, t. 49, 1859, p. 638) et s'est formulée peu à peu dans la loi de BAER, à laquelle nous ferons encore allusion dans la 4e Partie, chap. 3, § 5.

LINDELÖFF a complété la loi du sinus en calculant le **rayon de courbure** ρ de la déviation hors de la ligne droite. Si nous appelons v la vitesse horizontale du corps en mouvement, nous avons évidemment:

$$v = \rho\omega \sin\varphi;$$

supposons que $v = 10$ m par seconde et $\varphi = 45^0$; nous aurons (*Cosmos*, t. 15, 1859, p. 697):

$$\rho = 194.5 \text{ km}.$$

c) SCHAUB a donné, en 1853, dans les *Astron. Nachr.* (Bd. 35, 1853, p. 353) une expression fausse de la loi du *sinus*. Si nous la mentionnons ici, c'est pour écarter une confusion entre deux plans verticaux différents. La formule de SCHAUB est la suivante (nous remplaçons sa lettre x par θ):

$$\sin\frac{\theta}{2} = \sin\frac{\omega t}{2} \sin\varphi.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B..1H

Cette expression n'est d'accord avec la loi de FOUCAULT que pour des angles de faible valeur. La véritable signification de cet angle θ est aisée à trouver: c'est l'angle, décrit dans le temps t, par un plan constamment tangent au cône formé par la verticale à la latitude φ, ou par tout autre plan vertical faisant avec ce cône un angle constant, à la même latitude. Le plan, dans sa première position, pour $t = 0$, représente un plan fixe dans l'espace; dans ses différentes autres positions, pour des valeurs quelconques de t, ce plan suit le mouvement de la terre.

L'erreur de SCHAUB consiste en ce qu'il considère comme fixe dans l'espace le plan à partir duquel est comptée la déviation du pendule, alors qu'en réalité ce plan passe toujours par la verticale du lieu d'observation.

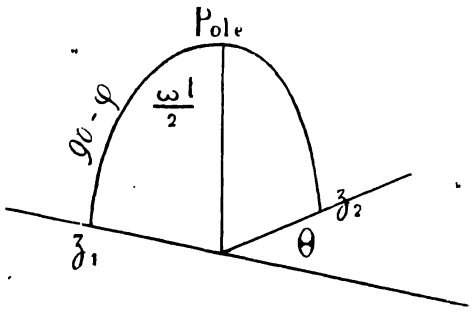


Fig. 4.

La fig. 4 peut servir à la démonstration de la formule ci-dessus. On peut aussi consulter l'ouvrage de MÖLLER intitulé *Exakte Beweise für die Erdrotation* (Wien und Leipzig, 1908, p. 50), en remarquant cependant que le plan fixe est à tort donné, dans cet auteur, comme le plan de chute libre [1].

14. L'effet du mouvement elliptique sur la ligne des apsides dépend de la valeur des demi-axes ρ_1 et ρ_2, que BINET laisse arbitraires et qui peuvent varier avec des mouvements accessoires intentionnellement ou accidentellement donnés au pendule. L'effet de ces causes de trouble sur le pendule de FOUCAULT a été calculé par AIRY et d'autres auteurs, dans le cours même de l'année 1851.

AIRY (*Mém. R. A. S.*, vol. 20, 1850-51, p. 121), part de l'équation (4) de l'ellipse, et laissant hors de discussion le terme en ω qui exprime la loi du *sinus*, attribue aux axes $2\rho_1$ et $2\rho_2$ une vitesse angulaire uniforme hypothétique n. Le système (x, y) étroitement rattaché au globe, est alors avec le système (ξ, η) dans le rapport suivant:

$$x = \xi \cos nt - \eta \sin nt,$$
$$y = \xi \sin nt + \eta \cos nt.$$

AIRY ajoute de plus aux coordonnées ξ, η de petits termes correctifs p, q, fonctions de t, puisque le mouvement du pendule est supposé n'être pas strictement elliptique. Il substitue alors les coordonnées x, y dans la première intégration des équations

[1] Notons, par contre, la manière ingénieuse dont le même auteur trouve le terme de GAUSS représentant la déviation méridionale des corps en chute libre. Il considère cette déviation ξ comme le produit de la déviation orientale η par l'angle $\frac{1}{2}\theta$; il obtient ainsi:

$$\xi = \frac{\theta}{2}\eta = \frac{\omega t}{2} \sin\varphi \, \frac{1}{3}\omega \cos\varphi . g t^3 = \frac{1}{6}\omega^2 \sin\varphi \cos\varphi . g t^4.$$

On sait que ce terme est trop fort; on le rendrait plus faible en prenant le plan de chute du corps au nord du pied de la verticale et en le faisant passer par le centre d'attraction.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

du pendule et, au moyen de quelques hypothèses accessoires qui lui permettent des simplifications, il détermine les trois inconnues n, p, q. Les premières intégrales dont il vient d'être question, sont fournies par les deux principes bien connus:

$$\text{de la } \textit{constance des aires}\text{: } xy' - yx' = \text{const.},$$
$$\text{et des } \textit{forces vives} \ldots\ldots\ldots\text{: } v^2 = 2gz + \text{const.}$$

Les hypothèses accessoires sont que les fractions $\rho_1 : l$ et $\rho_2 : \rho_1$ sont de faibles quantités du premier ordre [1], et que les quantités du 4e ordre ou d'un ordre supérieur peuvent être négligées. Son but est d'obtenir la relation entre les deux vitesses angulaires, celle du pendule sur sa trajectoire elliptique et celle de l'ellipse elle-même dans l'espace. BINET note la première h, comme le montrent les équations (3). AIRY l'appelle m, de sorte que, dans son système de notation, on obtient:

$$(5) \qquad \left.\begin{aligned} \xi &= \rho_1 \cos mt + p, \\ \eta &= \rho_2 \sin mt + q, \end{aligned}\right\} \quad m = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Le résultat le plus important de son calcul, plutôt long, est d'arriver à trouver le rapport suivant:

$$(6) \qquad \frac{n}{m} = \frac{3}{8}\frac{\rho_1 \rho_2}{l^2}.$$

Il sera plus commode de remplacer les lettres ρ_1 et ρ_2 de BINET par leurs équivalentes a et b.

Il y a d'ailleurs lieu de faire quelques remarques sur la formule (6).

a) Le rapport $n : m$ peut-être transformé de deux façons.

Si, au lieu des nombres m et n, qui représentent (en unités d'arc) la vitesse angulaire du pendule sur l'ellipse, et celle de déplacement de l'ellipse elle-même, nous préférons prendre les temps des révolutions complètes, nous pourrons poser:

$$m = \frac{2\pi}{t} \text{ et } n = \frac{2\pi}{T},$$

d'où:

$$(6') \qquad \frac{t}{T} = \frac{3}{8}\frac{ab}{l^2}$$

Si pourtant, le mouvement de l'ellipse doit être exprimé directement en mesures angulaires, redonnons à m sa valeur dans l'équation (5) et nous aurons:

$$(7) \qquad n = \frac{3}{8}\frac{ab}{l^2}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

[1] AIRY fait allusion à un mémoire précédent de lui dans lequel il fait l'hypothèse que le rapport $\rho_2 : \rho_1$ est sensiblement égal à l'unité.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Si n, l'arc décrit par la ligne des apsides en une seconde, doit être exprimé en degrés, la formule deviendra:

$$N = \frac{3}{8}\frac{180^0}{\pi}\frac{ab}{l^2}\sqrt{\frac{g}{l}}, \tag{7'}$$

dans laquelle N désigne des degrés parcourus en 1^s de temps.

Sous cette forme, l'expression est homogène par rapport aux longueurs et par rapport aux temps. En pratique, on a besoin de connaître la valeur de N pour une heure. Nous aurons, dans ce cas, pour le côté droit, le facteur numérique:

$$\frac{3}{8}\frac{180}{\pi}.\,3600 = 77349.$$

Mais, en se servant de ce facteur, il ne faut pas perdre de vue que g doit être exprimé en secondes de temps.

b) Sous sa forme (7') la formule a été donnée par GALBRAITH et HAUGHTON (*Phil. Mag.*, II, 1851, p. 138). La manière dont ils l'ont développée est indépendante de celle d'AIRY et plus générale. Ils partent de la force centrale F qui solliciterait la boule du pendule de façon à lui faire décrire une ellipse sphérique fixe. Puis ils considèrent la différence entre cette force hypothétique et la force réelle de la gravité:

$$F - g\sin\vartheta,$$

(ϑ signifiant l'élongation du pendule par rapport à la verticale), comme une force contrariante tendant à écarter le pendule du centre de l'ellipse. La déviation $\Delta\bar{\omega}$ de la ligne des apsides due à cette force, une fois calculée, donne pour la valeur de N une formule en parfait accord avec celle d'AIRY, mais applicable à une excentricité quelconque de la trajectoire elliptique.

c) Quant à ce qui est de la direction du mouvement de la ligne des apsides, la théorie du pendule conique nous apprend que le mouvement d'un corps sur une trajectoire ovale et le mouvement même de cette courbe ovale sont toujours de même sens. Une considération géométrique élémentaire, basée sur ce fait que la durée d'oscillation le long du grand axe est toujours plus considérable que le long du petit axe, nous conduit à la même conclusion. Il est, en effet, bien connu que la « réduction à des amplitudes infiniment petites » est proportionnelle au carré de l'amplitude (*Bessel*, *Abh.*, III, 1828, p. 151) et, par suite, plus considérable pour le grand axe que pour le petit.

Finalement, si nous faisons la convention de compter positivement le petit axe $2b$ quand le mouvement du pendule est de même sens que le mouvement ω de la terre, nous aurons, comme formule générale de la déviation du pendule de FOUCAULT:

$$\frac{du}{dt} = -\omega\sin\varphi + \frac{3}{8}\frac{ab}{l^2}\sqrt{\frac{g}{l}}. \tag{B}$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

15. L'écart systématique existant entre la marche réelle du pendule de FOUCAULT et la loi théorique du *sinus* a été observé par les nombreux savants, témoins des expériences de SECCHI; mais la démonstration mathématique de cet écart ne fut faite que quelques années plus tard.

Montrons, à notre tour, premièrement que le petit axe $2b$ de l'ellipse décrite par le pendule ne peut jamais être nul; deuxièmement de quelle manière cet axe influe sur la ligne des apsides. Nous ajouterons ensuite quelques mots sur la littérature du sujet.

a) Fixons d'abord un point. Il est entendu que, lorsque nous parlerons de l'expérience de FOUCAULT ou du pendule de FOUCAULT, nous supposerons toujours le pendule écarté de la verticale et maintenu dans un état d'équilibre stable au moyen d'un fil que l'on n'aura qu'à brûler pour libérer l'appareil. Evidemment, l'on pourrait aussi supposer le pendule se tenant au repos suivant la verticale, d'où on l'écarterait en lui donnant une impulsion; mais il est pratiquement impossible d'obtenir ainsi que le pendule oscille rigoureusement dans un plan. PONCELET (*C. R.*, t. 51, 1860, p. 515) parlant de la chose dit que « il ne peut être réalisé physiquement et en toute rigueur, qu'autant que l'impulsion, exactement normale à la surface sphérique de la boule du pendule, passerait par son centre de gravité, confondu avec le centre de figure, de manière à n'imprimer à la masse de cette boule aucune rotation ni déviation oblique à l'horizon ... ».

Ceci posé, passons au calcul du petit axe de l'ellipse.

BINET ne s'est pas rendu compte que le pendule de FOUCAULT, au moment de son départ, avait nécessairement une vitesse initiale perpendiculaire à l'amplitude. A la p. 205, il dit formellement que les oscillations peuvent être planes et l'axe $2\rho_2$ être nul. PONCELET (loc. cit.) relève son erreur.

Le premier auteur qui ait, croyons-nous, calculé correctement la valeur du petit axe $2b$ de l'ellipse, en tenant compte de la vitesse ω de rotation du globe, est le P. JULLIEN dans ses *Problèmes de Mécanique rationnelle* (Paris, II, 1855. pp. 232-235). Cet auteur commence par reproduire la théorie générale de BINET, puis il poursuit l'étude de la question. « Si l'on suppose, dit-il, le pendule abandonné sans vitesse initiale, après qu'on l'a écarté de la verticale dans la direction de l'axe $O\xi$, et que l'on nomme a la valeur initiale de ξ, on a, pour l'époque $t = 0$, etc.... » Avec la notation de BINET, l'hypothèse du P. JULLIEN s'exprimerait ainsi:

$$x_0 = a, \quad y_0 = 0,$$
$$x'_0 = 0, \quad y'_0 = 0.$$

Ces conditions déterminent les constantes ρ_1, ρ_2, ε, que BINET laissait arbitraires; on a:

$$\rho_1 = a, \quad \varepsilon = 0, \quad h\rho_2 = \rho_1 k,$$

ou:

$$\rho_2 = a\sqrt{\frac{l}{g}}\,\omega \sin\varphi.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

La direction du mouvement sur l'orbite elliptique est donnée par les valeurs ξ et η et leurs dérivées pour le temps $t = 0$, tirées du système (3):

$$\xi = a, \qquad \eta = 0,$$
$$\xi' = 0, \qquad \eta' = a\omega \sin\varphi,$$

toutes valeurs identiques à celles trouvées par JULLIEN, mais différemment notées.

Cette valeur de η' est celle de la vitesse initiale, perpendiculaire au grand axe $2a$, imprimée au pendule par la rotation de la terre et déterminant la valeur du demi petit axe:

$$b = a\sqrt{\frac{l}{g}}\,\omega \sin\varphi. \tag{8}$$

PONCELET insiste sur l'existence de cette vitesse initiale η'; suivant lui (loc. cit. p. 515) la détruire expérimentalement demanderait « de longs tâtonnements, fort difficiles à réaliser en toute rigueur ».

La formule (8) montre que le petit axe de l'ellipse est du même ordre de grandeur que la vitesse ω de rotation de la terre, au moins tant que l n'est pas trop considérable. Elle montre de plus que, dans les limites de l'approximation que se propose BINET, l'orbite décrite par le pendule peut-être confondue avec une ligne droite.

Les valeurs numériques données par les expériences du Collège Romain (sup p. 49) sont les suivantes:

$$a = 0.5 \qquad l = 31.89 \qquad g = 9.80 \qquad \sin 41^0\,53'.9 = 0.6678.$$

Valeur théorique de

$$b = 0.90 \times 0.000073 \times 0.668\ \text{m} = 0.044\ \text{mm}.$$

Le petit axe $2b = 0.1$ mm était donc bien difficilement appréciable même avec une lunette placée à 16 m de distance, comme celle qu'employait SECCHI. De fait, le mouvement elliptique du pendule ne devenait apparent qu'après un millier d'oscillations simples, c'est-à-dire au bout d'une heure et demie (*Memorie*, p. XXXIV).

b) Cherchons maintenant l'effet de l'existence de cet axe $2b$ sur la ligne des apsides. Pour cela portons la valeur théorique (8) de b dans (7) et (7'). Nous obtiendrons la vitesse angulaire de l'ellipse, vitesse due à la vitesse initiale du pendule. Sa valeur est:

$$+\frac{3}{8}\left(\frac{a}{l}\right)^2 \omega \sin\varphi,$$

ou:

$$+\frac{3}{8}\theta_0^2\,\omega \sin\varphi.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1934VA...PSS..1B...1H

Et, dans le cas où aucune vitesse initiale, perpendiculaire à la direction d'oscillation, n'est imprimée au pendule par l'observateur, la vitesse angulaire de la déviation totale du pendule devient:

$$\text{(C)} \qquad \frac{du}{dt} = -\omega \sin\varphi \left(1 - \frac{3}{8}\theta_0^2\right).$$

Au cas où le dernier terme devrait être exprimé en degrés, comme nous l'avons fait plus haut dans le cas général où a et b sont laissés arbitraires, on aurait:

$$\text{(9)} \qquad N = +\frac{3}{8}\frac{180}{\pi}\cdot\left(\frac{a}{l}\right)^2 \cdot \omega \sin\varphi.$$

Si l'on désire avoir la valeur de N pour une heure, le facteur numérique devient:

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{180}{\pi}\cdot 3600 = 77349;$$

mais ω, devant être exprimé en secondes, a pour valeur: $\omega = 0.00007\ldots\ldots$ (voir p. 16) en degrés la déviation horaire est donc:

$$\text{(9')} \qquad N = +5.64\left(\frac{a}{l}\right)^2 \sin\varphi,$$

quantité généralement inférieure aux erreurs d'observation.

Dans les expériences de Secchi, les valeurs à substituer étaient respectivement:

$$\left(\frac{a}{l}\right)^2 = \left(\frac{0.5}{31.89}\right)^2 = 0.0157^2 = 0.00024649,$$

et $N = 0^0.001$ par heure.

Rappelons que toutes ces formules se rapportent au pendule simple, dont le moment d'inertie est nul par rapport à l'axe de suspension (le fil), et symétrique par rapport à tous les axes horizontaux passant par le point de suspension, et pour lequel l'amplitude d'oscillation reste constante.

c) Pour terminer, voyons la **littérature** ancienne se rapportant aux expériences de Foucault.

La formule (A) exprimant *la loi du sinus*, fut démontrée par Binet (cf. § **13**).

La formule (B) donnant *la correction du mouvement elliptique*, a été trouvée par plusieurs savants anglais dans le cours de 1851 (cf. § **14**).

La formule (C) indiquant la correction à faire pour *la vitesse initiale*, semble due à Mossotti (*Annali di Tortolini*, IV, 1853, pp. 135-140). A la p. 135 il donne cette formule correctement, bien qu'avec une notation un peu différente de la nôtre. Ses réclamations de priorité à propos de la valeur de la vitesse initiale $a\omega \sin\varphi$ (dans notre notation) et de la valeur du petit axe $2b$, ne sont pas évidemment fondées. La première valeur fut reconnue simultanément par divers auteurs, en 1851

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

(cf. les expériences de SECCHI, p. 47). Quant à la seconde, MOSSOTTI la donne deux fois d'une manière erronée: à la p. 139, il écrit:

$$b = \frac{a \sin \varphi}{\sqrt{g}},$$

en oubliant le facteur $\omega \sqrt{l}$, et à la p. 140 il imprime:

$$b = \frac{1}{2} a \omega \sin \varphi$$

en remplaçant par $\frac{1}{2}$ le véritable facteur $\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ailleurs, au contraire, quand il calcule le petit axe, dans le cas de l'expérience de SECCHI, il prend comme valeur de la demi-amplitude $\vartheta = 53' 49''$, valeur évidemment obtenue par la division:

$$\frac{a}{l} = \frac{0.5}{31.95},$$

et trouve:

$$b = 0.035,$$

ce qui est exact, et correspond à l'inégalité $b < 0.055$ qu'il trouve en un autre passage.

HANSEN, dans son essai couronné en 1853 (DANZIG, *Neueste Schriften*, V, 1856), a trouvé dans la formule (C) le facteur $\frac{1}{24}$ au lieu de $\frac{3}{8}$, erreur ignorée de LEHMANN dans ses traités (*A. N.*, 39 et 40, 1855), mais dont KAMERLINGH ONNES a signalé la source dans son essai de 1879 (pp. 103-112).

W. A. DUMAS écrivit une Thèse de Doctorat intitulée: *De motu Penduli spherici Rotatione Terrae perturbato;* elle est datée de Königsberg, 1854 (et fut reproduite dans *Crelle's Journal*, Bd. 50, 1855), mais ne fut soutenue devant l'Université qu'en 1857. DUMAS étendit ses recherches aux plus grandes amplitudes et leur appliqua les fonctions elliptiques.

Nous avons mentionné plus haut (p. 57) les critiques faites en 1860 par PONCELET à propos de l'article de BINET. SERRET a donné, en 1872, une théorie très serrée du pendule de FOUCAULT (*C. R.*, t. 74, 1872, pp. 269-276). Après s'être référé au mémoire très étendu publié par DUMAS (il comprenait 11 chapitres remplissant 88 pages), il ajoute: « La complication excessive de l'analyse développée par l'auteur ne permet guère d'accepter comme définitive la solution qu'il a présentée » (p. 273). SERRET se refuse à faire, comme BINET, la supposition que la tension du fil de suspension est égale à l'accélération de la pesanteur. Il prend pour point de départ les intégrales rigoureuses des équations différentielles qui se rapportent au mouvement du pendule conique « non troublé », et leur applique la méthode de la variation des constantes arbitraires, en considérant la force centrifuge composée, qui naît de la rota-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1902VtPS...1B...1H

tion de la terre, comme force perturbatrice. Il montre alors que le terme $\omega \sin \varphi$, qui exprime la loi du *sinus*, peut-être considéré comme résumant en lui seul tout l'effet sensible de la perturbation. Notons pourtant que SERRET se borne à indiquer sommairement la méthode qu'il a suivie et les résultats qu'il en a déduits.

VILLARCEAU, lui, procédait d'une manière différente (*C. R.*, t. 89, 1879, pp. 113-119). Au lieu de faire ressortir la loi du *sinus* comme une déduction de la théorie des perturbations, il la mettait immédiatement en évidence pour le cas particulier des oscillations d'amplitude infiniment petite. Sa formule (19), à la pag. 119, montre que le mouvement du plan des oscillations, autour de la verticale, s'effectue avec une vitesse à très peu près constante.

C'est faire preuve de peu de connaissance de la littérature étrangère que de signaler RÖTHIG comme ayant le premier, dans un essai paru en 1879, insisté sur la présence du terme $a\omega$ (dans notre notation), qui manifesterait la vitesse initiale, si l'expérience de FOUCAULT était faite au pôle. Du reste le travail de cet auteur mérite d'autant moins de considération qu'il indique une vitesse initiale fausse (ωl dans notre notation), dans le cas d'un pendule oscillant à l'équateur, en essayant de l'appuyer sur des expériences de « BENZENBERGER » (*Schlömilch's Zeitschr.*, Bd. 24, *Hist. Lit. Abt.*, p. 153).

Le développement du P. JULLIEN (cf. p. 61) est reproduit, indépendamment sans doute, dans un long traité de PADELLETTI, paru en 1891 (*Napoli, Rendic.*, vol. 5, p. 115, § XVII).

Plus récemment, M. le COMTE DE SPARRE (*Savants Etrangers*, t. 31, 1894, n° 4) a examiné quels sont les termes d'ordre ω^2 que l'on doit conserver pour avoir une théorie exacte du pendule de FOUCAULT.

Nous arrêterons là ces indications. Il serait sans intérêt pour le but que nous poursuivons, d'entrer dans la récente controverse suscitée par un traité de DENIZOT et soutenue par RUDZKI, TESAR et d'autres. Voici seulement des références s'y rapportant: *Annalen der Physik* (4) Bd. 18, 1905, pp. 299 et 1070; Bd. 19, 1906, pp. 613 et 868; *Physikalische Zeitschrift* (4) Bd. 7, 1906, pp. 199, 507, 604.

CHAPITRE II.

Le pendule conique de Bravais.

Dans l'idée première de FOUCAULT, le pendule plan devait être simplement un appareil auxiliaire permettant d'observer mieux et plus aisément un projectile en mouvement horizontal libre (*Recueil*, p. 382). La théorie pourtant ne tarda pas à montrer que la fonction de cet instrument ne pouvait pas être aussi simple et que l'expérience de FOUCAULT n'était, somme toute, qu'un des éléments d'un phénomène dynamique fort complexe. La chose devint plus évidente encore lorsque BRAVAIS eut appliqué les conclusions tirées de l'étude du pendule plan au **pendule conique,** en entendant ce terme dans le sens de: approximativement circulaire.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

I. Bravais donna d'abord un compte-rendu de la théorie et des expériences (*C. R.*, 1851, t. 32, p. 166, et t. 33, p. 195), puis il en fit une description complète dans le *Journal de Liouville* (t. 19, 1854, pp. 1-50). Il qualifie ces expériences de « conséquence forcée de celles de Foucault »; il aurait pu ajouter qu'elles en étaient un nécessaire complément. De fait, elles se complètent mutuellement, parce qu'elles constituent deux cas particuliers extrêmes du pendule sphérique; d'une part, elles partagent les difficultés du problème général; d'autre part elles mettent en lumière quelques-uns des aspects qui sont mêlés dans le phénomène. Ces **difficultés** proviennent du fait que toute expérience sur un pendule strictement plan ou strictement circulaire est irréalisable. Les **deux aspects** mis en lumière sont un déplacement local dans un cas et un changement de synchronisme dans l'autre. Les oscillations (approximativement) planes du pendule de Foucault montrent un changement d'azimut frappant et un synchronisme constant; les oscillations (approximativement) circulaires du pendule de Bravais ne sont pas synchrones apparemment des oscillations planes, mais le phénomène de la déviation azimutale cesse d'avoir lieu.

Les différences principales entre ces deux pendules étant rappelées ainsi, hâtons-nous d'ajouter qu'ils ont en commun une importante qualité. L'altération produite dans la déviation ou dans la révolution est trop faible pour être appréciable en une seule oscillation; mais en laissant le mouvement oscillatoire se continuer, les altérations élémentaires s'ajoutent et produisent un total nettement perceptible dans les deux cas.

La comparaison entre les deux pendules, au point de vue de leurs qualités, pourrait se poursuivre; mais il est une supériorité du pendule conique sur laquelle il faut insister. L'expérience de Bravais est **réversible,** tandis que celle de Foucault ne l'est pas. Bravais pouvait, à volonté, augmenter ou réduire la durée apparente de la révolution de son pendule, et ces variations inverses provenaient de la même cause, dans les deux cas. Ainsi faite, une expérience simplement qualitative emporte avec elle une quasi-évidence; dans le cas d'une expérience quantitative on a une exactitude au moins deux fois plus grande. Avec le pendule de Foucault, quelle que soit la manière dont la mise en mouvement est produite, l'azimut du plan d'oscillation ne peut changer que dans un sens unique.

Nous ajouterons une différence encore, mais celle-ci purement extérieure. Tandis que l'expérience de Foucault était répétée dans tous les coins du monde civilisé, à notre connaissance, l'expérience de Bravais n'était pas reprise une seule fois. Et pourtant le phénomène de la rotation terrestre se manifeste aussi nettement par un changement de temps que par un changement d'espace. Cela est exact, mais l'observation du temps semble demander une plus grande attention que l'observation de l'espace; de plus, aux yeux d'une foule, un déplacement dans l'espace est toujours plus frappant. Ainsi s'explique la faveur accordée à Foucault.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

2. Description de l'instrument de Bravais. Les expériences de BRAVAIS eurent lieu dans la vaste salle méridienne de l'Observatoire de Paris. Deux pendules étaient suspendus au plafond, élevé de 11.6 m au-dessus du sol de la salle. Le corps des deux pendules était fait d'un cylindre de cuivre rempli de mercure et pesant 10.5 kg. Les pendules avaient environ 10 m de longueur et, par suite, leur durée de révolution était d'environ 6.5 secondes. Au-dessous du cylindre restait un espace d'environ 1.5 m. Là était installé l'appareil destiné à donner au pendule son mouvement circulaire. Il était formé d'un pied analogue à ceux qui servent à retourner les lunettes méridiennes, et portait un mouvement d'horlogerie mû par des poids. Ce mouvement d'horlogerie faisait tourner un levier horizontal qui communiquait au pendule l'élan nécessaire. On écartait à la main le cylindre, en le tirant vers le levier, et l'on faisait reposer un petit tenon, vissé à la partie inférieure du cylindre, sur une petite saillie placée le long de la face latérale du levier mobile. Le mouvement d'horlogerie était alors libéré; les poids commençaient à agir, le tenon remontait lentement le long du levier gradué et lorsqu'il avait atteint le point correspondant à l'amplitude voulue, on arrêtait à la main le levier, de façon à libérer le pendule, puis on l'abaissait de manière que sa face supérieure fut légèrement au-dessous du plan horizontal décrit par l'extrémité inférieure du tenon.

On pouvait, à une époque quelconque du mouvement, non-seulement mesurer l'amplitude, mais même voir si le cercle avait dégénéré en une ellipse. La division de la graduation du levier que recouvrait le tenon du cylindre, au moment de son passage, indiquait la grandeur du rayon vecteur de l'orbite décrite. On avait soin de répéter cette observation suivant les huit directions principales *N*, *NE*, *E*, *SE*, *S*, *SW*, *W* et *NW*.

Vers la fin, pressé par le temps, BRAVAIS finit par renoncer à l'usage du poids moteur et se contenta d'agir directement, à la main, sur l'axe du mouvement, au moyen d'un cordon qui l'embrassait de un ou deux tours. On conçoit qu'ainsi le mouvement initial ait dû devenir un peu elliptique. On trouvera dans le long rapport de BRAVAIS, pp. 5-8, une description plus détaillée et un diagramme.

3. Méthodes de Bravais. L'expérience étant réversible, BRAVAIS pouvait se servir d'un seul, ou de deux pendules oscillant dans des directions opposées, simultanément. De là deux méthodes.

a) **Méthode d'un seul pendule.** Un théodolite était placé à une dizaine de mètres de distance du centre de l'oscillation circulaire du mobile et précisément dans la direction du *Sud*. Au repos, l'image du fil suspenseur coïncidait rigoureusement avec le fil vertical du réticule de la lunette. Le pendule étant mis en mouvement, on notait sur un chronomètre le passage de l'image du fil sur le réticule. On observait les grandeurs décroissantes de la courbe décrite par le mobile et son ellipticité en mesurant les huit rayons vecteurs principaux. On mettait alors le pendule en mouvement dans le sens opposé, et l'on avait soin que les amplitudes initiales de chacune des deux expériences fussent sensiblement les mêmes.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

b) **Méthode des deux pendules.** Deux pendules semblables, de 10. 2 et 10. 1 m de longueur, furent placés dans le plan du méridien à 0. 7 m de distance. Deux rotations coniques, l'une « dextrorsum », l'autre « sinistrorsum » étant imprimées simultanément aux deux pendules, on observa les passages simultanés des deux fils au méridien, au moyen d'un théodolite dont l'axe optique coupait à la fois les deux fils, de façon qu'au repos leurs images se recouvrissent exactement.

Quand les pendules traversaient simultanément le plan vertical, les deux fils passaient ensemble par le fil vertical du réticule. Si la direction des deux images était la même, on avait une **coïncidence.** Mais l'inégalité des rotations intervenant, au bout de quelque temps, le pendule le plus rapide arrivait à gagner une demi-oscillation sur le pendule le plus lent; les deux fils paraissaient alors, dans la lunette, aller en sens inverse l'un de l'autre: on avait un **croisement.** Les deux fils de suspension différaient assez en longueur pour que l'on pût observer quatre ou cinq coïncidences dans une période d'une heure ou d'une heure et demie.

On notait le nombre d'oscillations n et n' des deux pendules qui avaient eu lieu entre deux coïncidences successives. La série finie, on arrêtait les pendules et on les mettait en mouvement en sens inverse. L'observation des coïncidences nouvelles permettait de trouver deux nouveaux nombres N et N'. En admettant que n' et N' se rapportent au pendule le plus court, on a:

$$n' = n + 1 \quad \text{et} \quad N' = N + 1.$$

4. Théorie de l'expérience. L'expérience de Bravais peut-être illustrée par celle de Foucault. Supposons un pendule plan oscillant à l'intérieur de la courbe décrite par un pendule conique en mouvement. Tous deux ont même longueur et la direction initiale des oscillations du pendule plan est marquée sur le sol par un repère. Ceci posé, les oscillations du pendule conique, mesurées par rapport à la direction actuelle des oscillations du pendule plan, peuvent être appelées oscillations **absolues;** comptées par rapport à la ligne tracée sur le sol, elles sont des oscillations **apparentes.** Ces dernières sont plus longues ou plus courtes que les oscillations absolues, suivant que le pendule conique se meut dans le même sens ou en sens contraire du mouvement de la terre.

Si le pendule conique suit le mouvement de la terre, son mouvement d'oscillation absolu correspond au jour sidéral, tandis que son mouvement apparent correspond au jour solaire moyen. Le pendule conique va-t-il en sens inverse de la terre, la comparaison vaut encore, en supposant que le mouvement annuel de la terre est de sens opposé à la rotation diurne et, par conséquent, que le jour solaire moyen est plus court que le jour sidéral.

Venons-en maintenant à l'expression mathématique de la théorie. De toute nécessité il faut traiter successivement les deux méthodes de Bravais.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

a) **Théorie dans le cas d'un seul pendule.** BRAVAIS la fait reposer sur la considération des vitesses absolues et apparentes. Il emploie la notation suivante:

T = durée de la rotation terrestre ($23^h\,56^m\,4^s$) = 86164^s;
t = durée de la révolution absolue du pendule;
t_w = » » » apparente de W à E (dans le sens de la terre);
t_e = » » » » de E à W (en sens inverse de la terre).

Les vitesses de ces quatre rotations sont entre elles dans les relations suivantes:

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{2\pi}{t} = \dfrac{2\pi}{t_w} + \dfrac{2\pi}{T}\sin\varphi, \\ \dfrac{2\pi}{t} = \dfrac{2\pi}{t_e} - \dfrac{2\pi}{T}\sin\varphi. \end{cases}$$

L'observation fournit le temps sous la forme $t_w - t_e$. Tirons de (1) la valeur de cette différence. Nous avons:

$$\frac{1}{t_e} - \frac{1}{t_w} = \frac{2}{T}\sin\varphi,$$

ou encore:

$$t_w - t_e = \frac{2}{T}\sin\varphi\ t_w\, t_e.$$

Le produit $t_w\, t_e$ est inconnu et doit être évalué par approximation. La forme du système (1) montre que, en appelant ω la vitesse de rotation diurne, nous avons:

$$t_w\, t_e = t^2 + (\text{termes}) \times \omega^2;$$

par suite, aux termes en ω^2 près, il vient:

$$(2)\qquad t_w - t_e = \frac{2}{T}\sin\varphi.\, t^2.$$

Quelques explications.

1° Si la demi-amplitude θ de l'oscillation du pendule conique est assez petite pour que nous puissions poser $\cos\theta = 1$, nous avons, d'après la théorie:

$$t^2 = 4\pi^2\frac{l\cos\theta}{g} = 4\pi^2\frac{l}{g}.$$

La formule fondamentale (2) peut alors s'écrire sous l'une des diverses formes suivantes, aux termes en ω^2 près:

$$(3)\qquad t_w - t_e = 4\pi\frac{l}{g}\,\omega\sin\varphi,$$

$$(4)\quad \begin{cases} t_w = t + 2\pi\dfrac{l}{g}\,\omega\sin\varphi, \\ t = t - 2\pi\dfrac{l}{g}\,\omega\sin\varphi. \end{cases}$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

2° Si, pour plus de brièveté, nous posons $\sin\varphi : T = \alpha$, les équations (1) et (2) deviennent:

(1′) $$\frac{1}{t} = \frac{1}{t_w} + \alpha, \quad \frac{1}{t} = \frac{1}{t_e} - \alpha,$$

(2′) $$t_w - t = 2\alpha t^2.$$

Ainsi donc, toutes les fois que les directions W et E s'interchangent, le signe de α change également.

b) **Théorie dans le cas de deux pendules.** La formule fondamentale (2′)

$$t_w - t_e = 2\alpha t^2,$$

qui contient la théorie du pendule conique unique, peut servir de point de départ pour la théorie dans le cas de deux pendules. Pour comparer les observations et la théorie, il est nécessaire d'exprimer $\alpha = \sin\varphi : T$ en fonction des nombres n et N, définis plus haut (**3.** *b*). Supposons donc que les lettres:

$$t, \quad t_w, \quad t_e, \quad n, \quad N$$

se rapportent au pendule le plus long et

$$t', \quad t'_w, \quad t'_e, \quad n', \quad N'$$

au pendule le plus court.

Supposons également que les deux pendules oscillent de telle sorte que l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux coïncidences successives (avant et après renversement des sens d'oscillations) soit exprimé par les formules:

(5) $$nt_w = n't'_e \quad \text{et} \quad Nt_e = N't'_w.$$

Au moyen de l'équation (1′) nous pouvons introduire dans (5) la quantité α. C'est ce que fait Bravais. Puis, par toute une série de transformations et d'approximations qu'il serait trop long de reproduire ici, il arrive finalement à l'expression:

(6) $$\alpha = \frac{1}{t + t'}\left(\frac{1}{n + n'} - \frac{1}{N + N'}\right)$$

C'est sous cette forme que la formule est donnée dans les *C. R.* t. 33, 1851, p. 196) et avec une notation plus abrégée dans le *Journal de Liouville* (t. 19, 1854, p. 26).

Il ne reste plus alors qu'à substituer cette valeur de α dans les formules fondamentales (2′) des deux pendules:

(2′) $$t_w - t_e = 2\alpha t^2 \quad \text{et} \quad t'_w - t'_e = 2\alpha t'^2.$$

c) Cette théorie du pendule conique serait insuffisante si l'on n'y introduisait pas des **corrections** nécessitées par les diverses irrégularités de l'expérience.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Parmi les irrégularités signalées par BRAVAIS (*Journal*, pp. 39-46), quelques-unes méritent ici mention spéciale, à cause de leur ressemblance avec celles observées par FOUCAULT.

Les résultats semblent indiquer une notable influence exercée par la pièce de suspension (p. 45).

Pour un même fil de suspension, la diminution des amplitudes ne se fait pas avec la même rapidité pour les différents rayons vecteurs de l'orbite. Il existe deux positions rectangulaires pour lesquelles la diminution est maximum et minimum (p. 44).

Tant que l'on se sert du même fil et que la rotation est de même sens, l'orbite, supposée primitivement circulaire, a une tendance à se transformer en une ellipse dont le grand axe offre une direction déterminée. La forme légèrement elliptique que peut avoir l'orbite initiale ne trouble pas sensiblement ce résultat (p. 44).

Les deux dernières irrégularités produisent des effets différents sur le pendule plan et le pendule conique. Dans le premier cas, elles modifient surtout l'azimut du plan d'oscillation; dans le second cas, elles modifient surtout la durée de l'oscillation. BRAVAIS n'a pas remarqué que les grands axes des ellipses eussent un déplacement lent, dans le sens du mouvement diurne.

L'irrégularité provenant de la pièce de suspension a été négligée par BRAVAIS, qui la considérait comme insignifiante (p. 3); mais il a soigneusement calculé les corrections à faire pour les deux autres. De ces corrections, les unes ont pour but de réduire les amplitudes **finies** en amplitudes **infiniment petites**: les autres de ramener le mouvement **elliptique** au mouvement **circulaire**.

Pour trouver les corrections à faire subir à l'expression (6) de la valeur de z, Bravais commence par différencier les deux équations initiales (5), et par exprimer les deux différences:

$$\Delta \frac{1}{n+n'} \ , \ \Delta \frac{1}{N+N'}$$

en fonction des différences des heures de passage:

$$t_w, \quad t_e, \quad t'_w, \quad t'_e.$$

Les différences de ces quatre heures de passage sont d'une double nature. Pour ce qui est de la partie dépendant des amplitudes finies, BRAVAIS la dérive de la formule générale (*Journal*, p. 11):

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{a^2 + b^2 - 6ab}{16 l^2}\right),$$

dans laquelle a et b désignent, comme plus haut, les demi-axes de l'orbite elliptique [1].

[1] KAMERLINGH ONNES attire l'attention sur une confusion (verwarring) portant sur la définition de t dans cette formule. Il ajoute du reste que BRAVAIS a appliqué correctement la formule, en ajoutant une correction à l'heure de passage observée (*Nieuwe Bewijzen*, Groningen, 1879, p. 116).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

L'autre correction à faire subir aux heures de passage, à cause de l'ellipticité de l'orbite, doit être exprimée comme étant la moyenne arithmétique de la correction initiale et finale. C'est ainsi que GALBRAITH, HAUGHTON et BUNT l'ont exprimée dans le cas du pendule de FOUCAULT (cf. supra pp. 51-52); BRAVAIS la met sous la forme (*Journal*, p. 13):

$$\Delta t = \frac{1}{N}(C_f - C_i),$$

C_f et C_i désignant la correction à faire à l'heure finale et à l'heure initiale, et N désignant le nombre des oscillations.

Il semble inutile de reproduire ici les développements et les approximations qui permettent à BRAVAIS d'arriver à l'expression finale de toutes ces corrections. On les trouvera dans le *Journal de Liouville* (pp. 9-14).

5. Résultats obtenus. Voici, groupés en tableaux, les résultats obtenus par BRAVAIS.

a) **Expériences avec un seul pendule:** 5-18 Mai, 1851 (*Journal*, p. 20).

$t_w . t_e = t^2 = (6^s.402)^2$,
$t_w - t_e = 0^s.000743$ (Moyenne de 6 séries),
» $=$ 716 (Valeur théorique).

Différence $= 0^s.000027$ ou 3.8 % de la valeur déterminée.

b) **Expériences avec deux pendules:** 1851 (*Journal*, p. 29)

$t_w - t_e$	25 MAI	10 JUIN	MOYENNE
non-corrigé . . .	$0^s.000703$	$0^s.000693$	. . . . .
corrigé	725	710	$0^s.000717$
Valeur théorique		$2\alpha t^2 = 0.000716$	

c) **Moyenne des deux méthodes:** (*Journal*, p. 32)

MÉTHODE	$t_w - t_e$	α	POIDS
directe	$0^s.000743$	0.00000906	1
des coïncidences	717	874	3
Moyenne	. . . . .	0.00000882	. . .

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

d) **Conclusion.** A la latitude de Paris, un pendule conique de 10 m de longueur éprouverait dans son mouvement, pour chaque seconde de temps, une accélération ou un retard de :

$$2\pi\alpha = \omega \sin\varphi = 0.0000554 \text{ d'arc,}$$
$$= 11''.43 \text{ en secondes d'arc.}$$

Les mesures de BRAVAIS ont sans doute une grande valeur **quantitative.** Il ne les considère pourtant pas comme des mesures de précision. Il faudrait pour qu'elles le fussent, dit-il lui-même (p. 30), que l'on connût d'une manière plus précise la valeur des amplitudes et l'ellipticité de l'orbite.

CHAPITRE III.

Formes diverses de pendule composé.

A parler strictement, tous les pendules énumérés dans les deux chapitres précédents sont des pendules composés; mais ils méritaient d'être traités à part parce qu'ils ont été construits dans le but exprès d'atteindre, autant que possible, les conditions du pendule simple.

Au contraire, tous les instruments que nous allons avoir à mentionner dans ce chapitre s'écartent intentionnellement du pendule simple. Les uns ont été construits pour rendre la rotation diurne plus apparente, d'autres pour rendre plus constantes la durée des oscillations et leurs amplitudes, d'autres encore pour augmenter l'exactitude des observations. Mais semblable classification n'apprendrait pas grand' chose, tandis que suivre l'ordre chronologique aura l'avantage de montrer les progrès dans leur cadre réel. C'est donc dans cet ordre que nous énumérerons différents instruments; puis nous ajouterons quelques notes historiques portant sur la théorie.

1. C'est à FRANCHOT, semble-t-il, que l'on doit la première modification du pendule de FOUCAULT (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 768). Son but était d'arriver à maintenir constantes les amplitudes, au moyen d'un électro-aimant: « Puisque, dit-il, le mouvement de tout pendule engendre, dans certaines conditions de suspension, des oscillations **verticales,** on peut conclure *a priori* qu'en maintenant, qu'en amplifiant ou qu'en accélérant les oscillations verticales, on maintiendra ou l'on amplifiera, par réaction, les oscillations du pendule ».

Entre les plateaux parallèles et horizontaux d'une sorte de « lanterne en fonte », FRANCHOT logeait un « ressort en hélice dont le haut s'attachait au plateau supérieur et le bas à une tige mobile concentrique au ressort; cette tige se trouvait donc suspendue au ressort. A l'extrémité inférieure de cette tige était un bouton par le centre duquel sortait le fil de suspension du pendule » . . . « De plus, la tige mobile en bronze portait une platine en fer oscillant avec elle dans le champ d'attraction

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

des pôles d'un électro-aimant. Elle mettait également en mouvement l'aiguille d'un commutateur, de façon à interrompre le circuit électrique à la fin de l'oscillation descendante et à le rétablir à la fin de l'oscillation ascendante ».... « L'appareil fonctionna, pendant et après une séance, dans la salle qui précède celle où se tenait l'Académie ».

2. GARTHE, dans son ouvrage *Foucault's Versuch* (Köln, 1852), mentionne deux modifications qui, fort différentes l'une de l'autre, appartiennent pourtant toutes deux à l'année 1852.

a) GARTHE lui-même appliqua la **suspension** à la CARDAN à son pendule de la cathédrale de Cologne. (Voir p. 40 une description et fig. 10 un dessin de l'appareil).

Les dimensions de la suspension étaient assez faibles: l'anneau mobile n'avait que 5 cm de diamètre. Les axes d'acier n'avaient pas la forme de lame de couteau; ceux qui soutenaient directement le pendule étaient fixés au-dessus de ceux qui portaient l'anneau mobile. Par suite, le pendule était plus court quand il oscillait avec le moment d'inertie maximum. L'effet de cette suspension semble avoir été ainsi partiellement éliminé, puisque les résultats des expériences faites avec elle ne diffèrent que de $\frac{1}{6}\%$ de la valeur théorique.

GARTHE est probablement le premier qui ait appliqué le cardan au pendule de FOUCAULT.

b) Aux pages 57-60 et dans la Planche XI, GARTHE donne la description d'une application fort curieuse du pendule de FOUCAULT à une **horloge** ordinaire. Elle serait due à KABISCH qui l'imagina à Barmen.

La cage de l'horloge pouvait tourner sur deux pivots verticaux d'acier, et un index, fixé à la cage, courait sur un cadran placé horizontalement au-dessous du pivot inférieur. Le pendule, en déviant, entraînait avec lui l'horloge, et la déviation se lisait sur le cadran inférieur. L'instrument ne donnait qu'une déviation de $10^{0}.6$ par heure, au lieu de $15^{0} \sin 51^{0}\,15' = 11^{0}.7$ qu'il aurait dû accuser. Il est déjà remarquable qu'un appareil où tant de frottements intervenaient, ait pu donner pareil résultat.

3. C'est à PORRO, semble-t-il, que l'on doit la première proposition, faite en 1852, de réaliser l'expérience de FOUCAULT avec un pendule **composé** (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 855). GAUSS, dans une lettre à HUMBOLDT, du 10 mai 1853, reprit cette idée (*Briefe*, p. 66).

Pour rendre les observations plus exactes, on aurait diminué beaucoup la longueur du pendule. Porro avait imaginé de fixer un prisme à la tige de suspension et de faire osciller le tout dans le vide. Le mouvement du prisme, entraîné par le pendule, aurait été observé au moyen d'un théodolite et d'un collimateur pourvu d'un micromètre et d'un cercle divisé. On aurait pu ainsi déterminer les axes de l'orbite elliptique. L'appareil de suspension n'est pas spécifié par PORRO, dans son court *Extrait de l'auteur*.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

GAUSS, en plus, proposait une suspension à la CARDAN, mais avec deux paires de couteaux triangulaires. Les tranchants des deux paires auraient dû se trouver dans deux directions perpendiculaires et dans le même plan horizontal.

4. L'idée de FRANCHOT, exposée plus haut (**1**), fut reprise par FOUCAULT qui la perfectionna, en ce sens que l'appareil auxiliaire fut rendu complètement **indépendant** du pendule proprement dit. Cette modification fut appliquée à un pendule de FOUCAULT durant l'Exposition universelle de Paris (1855). Elle se trouve décrite dans le *Recueil* (pp. 389 et 572) et représentée dans les Planches 9 et 10. Voici quelques extraits du *Cosmos* (t. 7, 1855, pp. 67 et 72) qui donneront une idée suffisante de l'instrument:

L'appareil pour entretenir le mouvement du pendule a fonctionné dans le Palais de l'Industrie. Une pince fixée au plafond soutient un fil long de 11 m; ce fil porte une boule en fer doux de 20 cm de diamètre, terminée par une pointe qui effleure les divisions d'un cercle horizontal et permet de constater, non seulement un déplacement de chaque instant, mais un mouvement continu de rotation. Au centre du cercle, M. FOUCAULT a installé, sur un ressort très flexible, un électro-aimant formé d'un seul cylindre vertical. Alors que la boule en fer doux du pendule est à l'extrémité de sa course, le courant est fermé; mais aussitôt que le fil du pendule est redevenu vertical, et sous l'action attirante de la boule, l'électro-aimant est soulevé avec le ressort qui le porte et ce soulèvement interrompt le courant. A la fin de cette demi-oscillation, le courant se trouve de nouveau rétabli....

Chose remarquable, l'idée de FOUCAULT, d'obtenir un pendule permanent, avait été exprimée déja 70 ans auparavant. Voici ce que dit POINSINET DE SIVRY, dans sa traduction de l'Histoire naturelle de Pline, imprimée en 1782 (t. 12, p. 486): « Il y a un moyen d'obtenir une boussole sans aimant... Si donc ce pendule... vers le point de suspension était muni d'une petite voile tendue, sur laquelle agirait de haut en bas la puissance anémique d'un soufflet, qui ne serait mis en jeu que d'une manière intermittente, et lorsque le pendule, en s'élevant de ce côté aurait rapproché sa voile de ce souffle moteur, on conçoit qu'un tel pendule conserverait son mouvement et qu'en outre il conserverait toujours sa direction première; laquelle, étant connue, donnerait une boussole sans aimant » (*C. R.*, t. 51, 1860, p. 575).

De POINSINET à FOUCAULT il n'y a qu'un pas, mais ce dernier a eu l'heureuse idée de réaliser l'instrument et de prendre la terre comme navire!

5. L'électro-aimant destiné à donner au pendule des impulsions périodiques peut, tout aussi bien, être remplacé par un mouvement **d'horlogerie**. C'est ce qu'a fait le Dr ENRICO BERNARDI, de Vicence, en 1868, lequel, à cette première modification en ajouta une seconde, destinée à maintenir les oscillations rigoureusement rectilignes. L'une et l'autre sont exposées dans un article intitulé: *Modo di mantenere e regolare le oscillazioni di un pendolo destinato a palesare il movimento della terra intorno*

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

al proprio asse. (*Atti dell'Istituto Veneto di Sc., L. ed A.*, vol. 13, 1868). Voici quelques extraits donnant les détails essentiels.

« Propostomi di redurre l'esperienza, a dimensioni tali da poter essere permanentemente stabilita in qualunque gabinetto di fisica, m'avvidi che doveva risolvere questi due problemi: (I) Mantenere il movimento al pendolo compensandolo delle perdite in lavoro da esse continuamente subìte, senza esercitare azioni direttrici sul piano d'oscillazione; (II) deludere, per quanto fosse possibile, l'influenza delle cause perturbatrici, praticamente inevitabili. Ecco come arrivai alla soluzione del primo problema.

« Preparai il pendolo con un bicchiere di vetro, ripieno di mercurio del peso di circa 3 chil., sospeso ad un filo di ferro della lunghezza di circa 3 metri. Nella parte inferiore del bicchiere, e precisamente in un punto del suo asse geometrico, fissai un filo flessibilissimo di seta, filo che discendendo di circa un metro veniva ad attaccarsi all'estremità di una leva lunga 0.36 m, e girevole intorno ad asse orizzontale.

« Da questa disposizione ne viene, che la leva, condotta dal filo di seta, prende la posizione più bassa quando il pendolo passa per quella d'equilibrio, e la più alta, quando esso trovasi all'estremità d'una sua corsa. Regolai la cosa per modo che la bisettrice dell'angolo formato dalle direzioni estreme della leva fosse orizzontale, per cui allora, essendo 0.25 m l'ampiezza dell'oscillazione del pendolo, la corda dell'arco descritto dal punto d'attacco del filo di seta alla leva riescì verticale, e di 18 mm circa di lunghezza. Posto, che la piccolezza del detto arco, rapporto al raggio (0.36 m) con cui è descritto, permetta di risguardarlo come un elemento della verticale del pendolo, sarà facile il vedere, che esercitando una leggiera azione sulla leva, quando il pendolo è in discesa e sospendendola quando è in ascesa, si potrà compensarlo delle perdite in lavoro da esso subìte, senza esercitare influenza alcuna sulla libertà del piano d'oscillazione. Il mezzo poi col quale ottenni un' azione sulla leva che seguisse i periodi dell'oscillazione, fu di unire la leva all'àncora dello scappamento di un orologio a peso. Per tal modo il pendolo destinato all'esperienza funzionava, per così dire, come pendolo di quell'orologio ».

« Tutte le mie cure furono rivolte a studiare se fosse possibile un'azione correttrice, che data l'oscillazione conica, la riducesse piana, senza esercitare influenza alcuna sulla direzione e libertà della retta, che è asse maggiore della curva descritta dall'icnografia del centro di gravità del pendolo. Dopo una serie di prove e considerazioni, vidi che l'azione correttrice era possibile e che doveva: 1° intervenire solo quando la proiezione orizzontale del baricentro percorreva quella serie di elementi della detta curva, che sono prossimamente perpendicolari al suo asse maggiore; 2° operare in senso opposto al moto; 3° cessare quando l'oscillazione fosse ridotta piana. Messa la cosa in questi termini ecco come pervenni a realizzarla. Tesi un lungo filo di seta in direzione orizzontale, ad una distanza di circa 0.15 m dal filo del pendolo in quiete. Spostai il pendolo in un piano perpendicolare al detto filo di seta,

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

e nell'abbandonarlo v'impressi una leggiera velocità laterale per rendere conica l'oscillazione. Regolata l'ampiezza di questa in modo che il filo del pendolo andasse a toccare appena quello di seta, dopo pochi minuti l'oscillazione era piana, ed il suo piano era quello di spostamento iniziale. È facile vedere come la cosa soddisfava alle tre condizioni accennate: quando il filo del pendolo toccava quello di seta, esso trovavasi pressochè alla sua massima deviazione dalla verticale, e perciò l'icnografia del suo centro di gravità percorreva gli elementi della trajettoria, pressochè perpendicolari al di lei asse maggiore, ovvero prossimamente paralleli al filo di seta.

« Tutto era fatto; bastava solo sostituire al filo di seta il bordo interno di un anello circolare perfettamente orizzontale, ed avente il centro sulla verticale del pendolo. Questo nel mio apparecchio è lo stesso cerchio diviso su cui si legge la direzione del piano d'oscillazione. Il filo che va a toccare il bordo interno di questo cerchio, non è quello del pendolo, che il tocco riescirebbe troppo greve, ma bensì quello che unendo la leva al pendolo, serve a mantenergli il movimento. L'azione correttrice è portata così al di sotto del bicchiere di mercurio, e sopra un piccolo tratto di filo di vetro sottilissimo, la cui interposizione è necessaria, poichè altrimenti i continui tocchi e leggeri sfregamenti terminerebbero col logorare e rompere la seta ».

Une série d'observations faites avec cet appareil, donna en 16. 75 heures une déviation de $190^{0}.5$, laquelle, théoriquement, eût dû être, d'après la loi de FOUCAULT, de $179^{0}.3$, à la latitude de Vicence, $\varphi = 45^{0}\,31'.7$. Il est certain pourtant que, pour des expériences de cours, l'appareil ne laisse rien à désirer. Il se trouve, à l'heure qu'il est, à l'observatoire de l'université de Padoue.

6. Le pendule composé, proposé par PORRO et GAUSS, pour réaliser l'expérience de FOUCAULT, fut exécuté de fait, en 1879, par KAMERLINGH ONNES, mais avec de notables **perfectionnements,** spécialement dans la manière d'arranger la suspension à la CARDAN et d'observer les oscillations. La suspension présente cette particularité que la pièce mobile intermédiaire entre la monture fixe et le pendule ne contient pas de couteaux. Pour l'observation des oscillations, un faisceau de lumière, fourni par une lampe, subit une double réfraction totale dans deux prismes.

Non seulement KAMERLINGH ONNES considère les oscillations planes de FOUCAULT et les oscillations circulaires de BRAVAIS comme deux limites extrêmes des oscillations du pendule sphérique en général, mais il regarde les perturbations elliptiques, qui se produisent dans les deux expériences, comme des cas particulièrs des trajectoires décrites par un pendule dont la masse ne serait pas exactement symétrique autour de son axe vertical. Ces trajectoires ne seraient d'ailleurs que des variétés de courbes de LISSAJOUS, produites par la combinaison de deux mouvements pendulaires différents, s'effectuant à angle droit.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Par une curieuse coïncidence, en 1879, l'année même où ONNES publiait sa dissertation, nous écrivions un article sur la représentation graphique des courbes de LISSAJOUS (*Zeitschr. f. Math. u. Ph. von Schlömilch*, Bd. 24, 1879, pp. 285-303), sans nous douter encore que la rotation terrestre pouvait avoir quelque influence sur les amplitudes relatives d'oscillation et contribuer ainsi à la joliesse des entrelacs moirés dessinés par la plume.

Les expériences de KAMERLINGH ONNES ont été décrites et appréciées par VAN GEER (*Fortschritte d. Math.*, Bd. XI, 1879, pp. 658-662), par GILBERT (*Journal de Phys.*, II, 1883, p. 105), par SCHERING (*Göttinger Gel. Anzeig.*, 1883, p. 71) et d'autres encore. Mais on n'a jamais exposé complètement sa théorie. Aussi sommes-nous heureux de voir le R. P. STEIN traiter la question dans un Appendice spécial.

7. Mentionnons enfin deux pendules, l'un dû à EDELMANN, l'autre à BERGET, qui peuvent servir d'appareils de **démonstration,** au moyen d'un rayon lumineux qu'ils projettent sur un écran.

a) Le pendule d'EDELMANN, est décrit dans les *Wiedemann's Annalen* (Bd. 24, 1892, p. 187). Il a ceci de particulier qu'un petit bras mobile, placé au-dessous de la partie inférieure du pendule, porte un miroir. La partie supérieure du bras mobile porte une lame de couteau de fer doux, tandis que le reste est en aluminium. La partie inférieure de la boule constitue un pôle magnétique. Le bras mobile et par suite le miroir tournent donc automatiquement sous l'action du pendule, à mesure que celui-ci dévie.

b) Le pendule de BERGET constitue une simplification de celui de KAMERLINGH ONNES. Le rayon lumineux réfléchi par le prisme peut-être observé, ou au moyen d'un microscope monté sur l'alidade d'un cercle horizontal qui se trouve sous le pendule, ou plus simplement par projection sur l'écran. Le pendule, de 1 m de longueur, est formé d'une tige cylindrique en bronze, portant à sa partie inférieure une masse cylindrique de cuivre pesant 2 kg. La nature de ces métaux prévient toute action magnétique. L'appareil est décrit dans les *C.R.* (t. 131, 1900, p. 106); il a été exposé, en 1900, aux congrès de mathématiques et d'astronomie de Paris, et se trouve maintenant installé au laboratoire de la Sorbonne.

8. La **théorie** du pendule **composé** ne demande ici qu'une simple mention historique, en tant qu'elle se rapporte à la rotation terrestre. Elle fut développée au fur et à mesure des difficultés que l'on éprouvait à répéter les expériences de FOUCAULT.

a) Parmi les meilleurs traités sur ce sujet, nommons ceux de:

QUET (*Journal de Liouville*, t. 18, 1853);
HANSEN (*Neue Schriften*, Danzig. Bd. 5, 1856);
DUMAS (Königsberg, 1854-57);
KAMERLINGH ONNES (*Essai*, Groningue, 1879);
LORENTZEN (*Astr. Nachr.*, Bd. 114, 1886);
CHESSIN (*American J. of Math.*, vol. 17, 1895).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

b) Ce qui constitue la différence principale entre la théorie du pendule composé et celle du pendule simple, c'est la considération des trois principaux **moments d'inertie.** Désignons par A et B les moments par rapport aux deux axes horizontaux passant par le point de suspension, et par C le moment par rapport à l'axe vertical; les diverses hypothèses faites sur A, B et C permettront diverses approximations.

L'hypothèse $A = B$ et $C = 0$ constituera le cas du pendule simple de FOUCAULT et de BRAVAIS. L'hypothèse plus générale $A = B$ et $C \neq 0$ a été envisagée par HANSEN et d'autres auteurs. KAMERLINGH ONNES, lui, considère le cas où A et B diffèrent très peu l'un de l'autre.

En plus des moments d'inertie, la théorie du pendule composé doit encore tenir compte de la résistance de l'air, de la rigidité de la tige, du frottement de la suspension.

c) Nous avons donné plus haut (p. 63) la formule exprimant la déviation du pendule simple, dans le cas où aucune vitesse initiale n'est communiquée au pendule par l'expérimentateur et où l'élongation initiale est θ_0:

$$\text{(I)} \qquad \frac{du}{dt} = -\omega \sin\varphi \left(1 - \frac{3}{8}\theta_0^2\right).$$

Pour fixer les idées, corrigeons cette expression des moments d'inertie $A = B$, C. Le facteur:

$$\frac{2A - C}{2A}$$

doit être ajouté à l'expression, ainsi qu'un autre terme dépendant de l'azimut de l'oscillation initiale. Soit u_0 l'angle que le plan d'oscillation initial fait avec le premier vertical; la déviation du pendule produite par la rotation terrestre sera exprimée par la formule:

$$\text{(II)} \qquad \frac{du}{dt} = -\omega \sin\varphi \left(1 - \frac{3}{8}\theta_0^2\right) \frac{2A - C}{2A} + \sin u_0 . \theta_0 . \omega \cos\varphi \frac{C}{2A}.$$

La formule II, comme la formule I, supposent que l'élongation initiale θ_0 est faible, de façon que les puissances $\theta_0^3, \ldots$ puissent être négligées. Pour des élongations plus considérables, CHESSIN a exprimé la formule sous la forme suivante (*Johns Hopkins Univ. Circ.*, vol. 14, n. 118, p. 65):

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = \left(x + \dfrac{C}{2A} y\right) \omega, \\ x = -p_1 \sin\varphi + p_2 \cos\varphi \sin u_0, \\ y = +q_1 \sin\varphi + q_2 \cos\varphi \sin u_0, \end{cases}$$

et il a construit pour les valeurs de $lg\, p$ et de $lg\, q$ des tables allant de:

$$\theta_0 = \frac{1^0}{2} \text{ à } \theta_0 = 20^0.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

CHAPITRE IV.

Le pendule horizontal de Hengler.

Le pendule horizontal a été inventé trois fois: une première fois par HENGLER, en 1832; (*Dingler's Polytechn. Journ.*, Bd. 43, 1832, pp. 81-92); une seconde fois par PERROT, en 1862 (*C. R.*, t. 54, 1862, p. 728); une troisième fois enfin par ZÖLLNER, en 1869 (*Leipzig. Ber.*, 27 nov. 1869). Mais les trois inventions sont indépendantes l'une de l'autre.

1. L'idée de HENGLER était d'arriver à démontrer mécaniquement la **force centrifuge** provenant de la rotation de la terre. Peut-être cette idée lui fut-elle suggérée par les expériences de REICH, publiées en cette même année 1832. La brève note dans laquelle il décrit son pendule horizontal semble être fort peu connue, bien que ZÖLLNER ait attiré l'attention sur elle, quarante ans plus tard, dans les *Leipziger Berichte* (2 nov. 1872, pp. 188-191).

a) Sur sa **méthode,** HENGLER donne les détails suivants. Le bras du pendule avait la direction *E-W*, c'est-à-dire était perpendiculaire au méridien. De l'extrémité de ce bras un poids pendait à un fil qui pouvait être allongé ou raccourci verticalement d'une longueur de près de cent pieds. Quelles étaient les précautions prises pour opérer ce mouvement, nous l'ignorons. Rien n'est dit non plus de l'usage d'un miroir à réflexion pour lire les diverses positions du pendule, bien que cette méthode ait été décrite par POGGENDORFF dès 1827 (*Annalen*, VII, 1827).

b) Au point de vue des **résultats** observés, voici ce que nous apprenons de HENGLER. Lorsque le poids était levé, le bras du pendule se tournait vers le *sud:* c'est là un résultat qualitatif. Quantitativement, l'expérimentateur se contente de nous dire que la déviation du pendule était appréciable alors même que l'on n'élevait le poids que de quelques pieds.

Ces détails parcimonieux enlèvent à l'expérience toute valeur, même qualitative. Malgré tout, la tentative vaut la peine d'être mentionnée: idée fondamentale et méthode y sont essentiellement différentes de l'idée et de la méthode des autres preuves mécaniques du mouvement de la terre. De plus, l'instrument de HENGLER est réversible, puisque le poids peut-être successivement élevé ou abaissé.

c) Quant à la **théorie** de son expérience, HENGLER ne dit rien: rien au point de vue de l'action de la force centrifuge, rien non plus des appareils auxiliaires qu'il employait pour rendre visibles ses effets.

2. Pour avoir plus aisément une idée de ce que devrait être la théorie de l'expérience de HENGLER, il est utile de se référer aux articles géodésiques de TESSAN (*C. R.*, t. 50, 1860, p. 375) et de WITTSTEIN (*A. N.*, Bd. 74, 1869, p. 251). La force

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B...1H

centrifuge due à la rotation de la terre produit ce résultat que les trajectoires verticales des surfaces de niveau, au lieu d'être des lignes droites, sont des lignes courbes, dont la concavité regarde le pôle le plus rapproché, dans chaque hémisphère. Ces trajectoires peuvent être définies par **l'équation différentielle:**

$$d\varphi = 2 \sin 2\varphi \frac{\omega^2}{g} dh,$$

dans laquelle φ désigne la latitude géographique, h la hauteur au-dessus de la surface du globe, ω et g gardant leur signification ordinaire. Les tangentes à ces trajectoires déterminent la direction du fil-à-plomb aux points de tangence, ou encore la direction des surfaces de niveau qui les coupent en ces points. Voici un exemple numérique donné par WITTSTEIN:

$$dh = 4460 \text{ m}, \; d\varphi = 1'' \text{ à la latitude } \varphi = 45^0.$$

Essayons de mettre en lumière l'idée de HENGLER en rapportant une expérience faite en partant d'une idée fausse, mais connexe à la sienne.

Quatre ans après l'article de HENGLER, GUYOT faisait un essai à Paris, au Panthéon. Puisqu'un corps en chute libre dévie vers l'*est*, un long fil-à-plomb, pensait-il, doit faire de même. Prenant donc un fil de 57 m de longueur, il y attacha deux petites boules, l'une près du point de suspension, l'autre près du poids inférieur et il regarda leurs images dans un bain de mercure placé au-dessous, sur le sol. Il vit ce qu'il attendait: la boule inférieure était déviée de $4\frac{1}{3}$ mm dans la direction *E-W*. L'expérience fut faite en 1836 (*Brit. Assoc. Rep.*, 1851, II, p. 23); un rapport la décrivant fut présenté à l'Académie (*C. R.*, t. 4, 1837, p. 888), mais n'eut pas les éloges des commissaires ARAGO et SAVARY.

Où chercher la raison de cette défaveur? ARAGO avait-il découvert l'erreur fondamentale de la théorie de GUYOT? Non certes, car lui-même enseigna la même erreur dans les conférences qu'il fit à l'Observatoire, ainsi qu'en fait foi son *Astronomie Populaire* (Paris, III, 1856, pp. 34-35). Il y décrit un dispositif de deux fils à plomb, fixés au sommet d'une tour, l'un dont le poids descendrait jusqu'à la surface du sol, l'autre plus court, dont le point de suspension serait à quelque distance à l'*est*, à 20 mm par exemple. La direction des fils, ajoute-t-il correctement, s'obtiendrait en combinant la direction de la pesanteur avec la force centrifuge, plus grande au sommet de la tour qu'à la base. Mais voici qui est moins exact: « La résultante de ces deux forces, continue l'auteur, porterait donc ce second fil prolongé, à plus de 20 mm à l'*est* du point auquel correspond le premier poids ».

ARAGO aurait-il par hasard ignoré qu'en chaque point de la Terre la force centrifuge est dirigée suivant le plan même du méridien qui passe par ce lieu? Il a pris la peine d'écarter toute hésitation à ce sujet: « Que, dans l'impossibilité de s'assurer directement du défaut de parallélisme des deux fils, on détache le poids suspendu à l'extrémité du second, dans sa descente ce poids suivra la direction

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

suivant laquelle il avait tendu le second fil... (et en) tombant touchera la Terre à l'orient du point auquel aboutit le premier de plus de 20 millimètres ».

Il ressort évidemment de ceci qu'ARAGO n'avait pas pris la peine d'étudier les théories de GAUSS et de LAPLACE. Il va même jusqu'à douter de leur exactitude, puisqu'il écrit: « Mais ce que ne donnait pas le calcul de LAPLACE et de M. GAUSS, c'est que le corps tombant tombe avec une petite déviation au *sud*, en sorte que la déviation totale se trouve être *est-sud-est* ».

Par contraste avec ces notions erronées de GUYOT et d'ARAGO, le bien-fondé de l'idée d'HENGLER est mis en meilleure lumière. Nous reparlerons des expériences de ce dernier auteur dans la VI^me^ Partie.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

TROISIÈME PARTIE.

LES DIFFÉRENTES FORMES DU GYROSCOPE

Quelques notions préliminaires préciseront le but des chapitres qui suivent.

1. L'instrument bien connu sous le nom de **gyroscope** consiste essentiellement en un tore symétrique, dont un point au moins de l'axe de symétrie est fermement uni à la terre et qui, par suite de l'inertie de sa rapide rotation, peut rendre sensible à l'œil tout déplacement de son support et en particulier le mouvement diurne de la terre.

Nous appellerons gyroscope **libre** un instrument libre de tourner dans les trois directions de l'espace, et nous nommerons gyroscope **gêné** un instrument qui ne peut se mouvoir que dans deux directions seulement.

Un tore assujetti à tourner dans une direction ne saurait être dénommé gyroscope, étant donné qu'il ne peut rendre visible, comme le veut le nom de l'instrument, le mouvement de son support.

L'appellation de gyroscope a été appliquée pour la première fois par FOUCAULT à l'appareil de son invention.

2. Le gyroscope **libre** et le gyroscope **gêné** se comportent très différemment dans la manière dont ils démontrent la rotation de la terre. Le premier la prouve en en restant indépendant; le second en composant, en une seule rotation résultante, deux mouvements de rotation. D'où il suit que le gyroscope gêné permet une expérience réversible, tandis que le gyroscope libre ne la permet pas. Autre conséquence encore: la théorie dynamique du gyroscope gêné est beaucoup plus compliquée que la théorie du gyroscope libre.

3. Dans le gyroscope gêné on peut distinguer, outre le plan dans lequel tourne le tore, un second plan dans lequel tourne l'axe. Ce dernier porte généralement le nom de **plan directeur.** Tout plan passant par l'axe peut être pris comme plan directeur, puisque le gyroscope gêné est indifférent de lui-même à l'orientation de ce plan; pourtant il est certains plans qui sont distingués, soit par rapport à la terre, soit par rapport à des appareils auxiliaires avec lesquels le gyroscope peut se trouver en connexion. Ces plans sont surtout le plan **horizontal** et un plan **vertical,** le **méridien** en particulier. Le fait que l'axe du gyroscope ne peut se mouvoir que dans ces plans spéciaux simplifie grandement et la composition des deux rotations gyroscopique et terrestre, et la construction mécanique des appareils auxiliaires.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Pour permettre à l'axe de prendre un mouvement dans un plan horizontal, on a inventé divers modèles de suspensions filaires. Pour le mouvement dans un plan vertical, il suffit d'avoir une monture dans le genre de celle d'un théodolite ou d'une lunette méridienne.

4. Par raison de brièveté, nous nommerons désormais gyroscope **universel** le gyroscope libre de se mouvoir dans toutes les directions; gyroscope **horizontal** le gyroscope dont l'axe est assujetti à se mouvoir dans un plan horizontal; et gyroscope **vertical** le gyroscope dont l'axe ne peut se déplacer que dans un plan vertical. Foucault a construit ces trois variétés et toutes trois ont, entre ses mains habiles, donné des preuves au moins qualitatives de la rotation de la terre. Depuis, le gyroscope universel a été abandonné pratiquement par les expérimentateurs, tandis que les deux autres ont vu leur théorie et leur mécanisme savamment perfectionnés. En fait, plus un tore doit pouvoir tourner librement, plus sa construction devient difficile. Dans les machines ordinaires, les tores employés, les volants par exemple, n'ont qu'un seul degré de liberté (Freiheitsgrad). Un tore doué de trois degrés de liberté est mécaniquement irréalisable. On comprend, dès lors, que les expériences aient porté uniquement sur les gyroscopes horizontal et vertical; encore a-t-on souvent restreint leur liberté de déplacement plus que ne l'avait fait Foucault. Ainsi la construction et la manipulation du gyroscope vertical ont été rendues plus aisées en limitant le mouvement de l'axe dans le plan vertical, au moyen d'un contrepoids; de même, on a restreint, par une suspension multifilaire, la liberté de mouvement de l'axe du gyroscope horizontal.

Nous nous proposons de donner d'abord une description des différentes formes de gyroscopes, puis d'esquisser leurs théories dans un chapitre à part.

CHAPITRE I.

Le gyroscope libre de Foucault.

1. Foucault, semble-t-il, considérait son expérience du pendule comme étant en déficit sur un point, à savoir que la fixité du plan d'oscillation était seulement **relative** à la verticale dont la direction change incessamment dans l'espace. Aussi s'efforça-t-il d'inventer un instrument qui tournerait, indépendamment de la terre, dans un plan physiquement défini et possédant une fixité de direction **absolue**. L'appareil imaginé par Bohnenberger, en 1817, offrait, théoriquement au moins, cette propriété: c'était un tore dont le centre de gravité était fixe, et qui était libre de se mouvoir dans les trois directions. L'instrument fut signalé par Person, comme apte à démontrer la rotation terrestre, dans un article qui précède de peu celui de Foucault (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 417). Il fallait pourtant, pour l'exactitude des mesures, réduire les frottements de l'appareil au minimum. Foucault y parvint en y

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

adaptant une suspension par fil sans torsion, et une paire de couteaux. Le nouvel instrument, dénommé gyroscope, est représenté dans les planches 11 et 12 du *Recueil des Travaux scientifiques* (Paris, 1878). Simultanément un appareil semblable, mais d'une moindre perfection, était inventé par Sir (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 431).

Nous ne saurions donner une idée plus claire du gyroscope universel de Foucault qu'en citant ses propres paroles (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 422), mais nous attirons l'attention du lecteur sur les trois conditions mentionnées par l'inventeur, en les soulignant et en les distinguant par des lettres entre parenthèses.

« Si l'axe du tore est (*a*) **très mobile** sur ses tourillons, si son cercle enveloppant est soutenu par ses couteaux dans un état (*b*) d'**équilibre indifférent**, si enfin le fil qui supporte le tout est réellement (*c*) **sans torsion**, il est clair que le tore jouit lui-même d'une entière liberté et qu'il peut pirouetter en tout sens autour de son centre de gravité... Son axe se meut, relativement à l'axe du monde, comme une lunette parallactique que l'on aurait pointé dans la même direction sur le ciel ».

Les trois conditions si nettement distinguées par Foucault donnaient au tore un mouvement de rotation d'environ un tour par seconde et qui durait de 8 à 10 minutes. L'inertie de rotation servait à contrebalancer les influences nuisibles de la friction, de l'équilibre stable, de la torsion, et les déviations inévitables du lancer. La direction du mouvement imprimé au gyroscope est indifférente et ce fait l'empêche d'être un instrument réversible. Il est même assez curieux que les deux principaux appareils de Foucault, le pendule et le gyroscope universel, sont les deux seuls parmi ceux que l'on emploie pour démontrer la rotation de la terre, qui ne permettent pas de renverser l'expérience.

2. Person (*C. R.*, t. 36, 1853, p. 777), Gilbert (*Annales de la Société Sc. de Bruxelles*, t. 2, 1878, II, p. 71 et *Revue des Q. Sc.*, t. 5, 1879, p. 530 et t. 11, 1882, p. 386) montrèrent les défauts du gyroscope universel: frottements divers, non-coïncidence du centre de gravité avec le point où se coupent l'horizontale passant par les arêtes des couteaux de l'anneau intérieur et la verticale du fil auquel est suspendu l'anneau extérieur, la torsion du fil, l'impulsion première imprimée à l'axe. Ils firent remarquer que l'idée maîtresse de Foucault, d'un plan absolument fixe dans l'espace, n'était pas strictement réalisée, par la raison qu'au moment où le disque reçoit la première rotation, il est encore lié au globe terrestre et participe nécessairement à la rotation diurne. Cette rotation agit, par la suspension, pour imprimer au tore une rotation nouvelle, et se traduit par un tremblement imperceptible de l'axe du tore.

CHAPITRE II.

Les gyroscopes gênés de Foucault.

Foucault lui-même se rendait compte des défauts du gyroscope libre; aussi ne tarda-t-il pas à se mettre à l'étude du gyroscope gêné; ses expériences sont mentionnées dans un rapport qui suit immédiatement le premier (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 424).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Pour transformer son gyroscope universel en gyroscope horizontal ou vertical, il n'avait du reste qu'à fixer l'un ou l'autre des deux anneaux soutenant le tore central.

1. Fixait-on l'anneau extérieur, on obtenait un gyroscope **vertical.** FOUCAULT remarqua que l'effet produit par la rotation terrestre se manifestait plus fortement quand le plan vertical de direction coïncidait avec le plan méridien. Voici ses propres expressions: « Tout corps tournant autour d'un axe libre de se diriger sans sortir du méridien, jouit de la propriété de s'orienter **parallèlement** à l'axe du monde et de manière à tourner **dans le même sens** que la terre ». Ces derniers mots rappellent la réversibilité de l'expérience.

2. En fixant l'anneau intérieur, on obtenait un gyroscope **horizontal;** mais alors l'instrument n'était pas parfait, parce que cet anneau constituait un poids mort. FOUCAULT tire de son expérience la conclusion suivante: « Tout corps tournant autour d'un axe libre de se diriger sans sortir du plan horizontal, fournit un nouveau signe de la rotation de la terre, car cette rotation développe une force directrice qui sollicite l'axe du corps vers le **méridien,** et dispose ce corps à tourner **dans le même sens** que le globe ». Ces derniers mots montrent encore que l'instrument est réversible [1].

3. FOUCAULT cherche une comparaison pour éclaircir ces résultats. Il trouve une remarquable ressemblance extérieure entre son appareil et l'aiguille aimantée: le gyroscope horizontal se comporte comme la boussole de déclinaison; le gyroscope vertical comme l'aiguille d'inclinaison.

Puis il s'efforce (loc. cit. p. 602) de condenser en une seule les deux lois citées: « Quand un corps tourne autour d'un axe principal et qu'une force ou un système de forces tend à produire une rotation nouvelle non parallèle à la première, l'effet résultant est un déplacement de l'axe de rotation primitif, qui se dirige vers l'axe nouveau **par le chemin favorable au parallélisme des deux rotations** ».

Les deux articles de FOUCAULT, extraits des *C. R.*, t. 35, sont reproduits dans le *Recueil* de ses travaux, pp. 406 et 413. On trouvera aussi, pp. 416-420, une fort intéressante *Instruction sur les expériences du gyroscope.*

[1] Les deux lois découvertes par FOUCAULT, en 1852, auraient pu suggérer aux ingénieurs mécaniciens quelques conclusions pratiques immédiates sur l'orientation à donner aux volants de machines dans les usines.

D'après ces lois, les paliers de l'axe horizontal doivent s'user constamment dans deux directions, l'une horizontale et l'autre verticale. Quand l'usure est minimum dans une direction, elle est maximum dans l'autre. Désire-t-on, par exemple, empêcher l'usure verticale, l'axe du volant doit être orienté dans le sens *E-W*, c'est-à-dire dans le premier vertical; il gardera ainsi son horizontalité. Est-ce au contraire l'usure horizontale que l'on veut éviter, cet axe doit être orienté *N-S*, c'est-à-dire placé dans le plan méridien; il gardera alors le même azimuth. Dans le premier cas, l'axe changera peu à peu d'azimuth; dans le second cas, c'est son niveau horizontal qui se modifiera. Suivant la nature de la machine, l'ingénieur adoptera la position qui lui semblera présenter le moins d'inconvénients.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Tandis que le gyroscope libre était laissé de côté par les savants, comme trop difficile à construire et trop délicat à manier, les deux formes du gyroscope gêné étaient notablement perfectionnées, comme on va le voir.

CHAPITRE III.

Les gyroscopes verticaux d'Arnold et de Gilbert.

1. Le *Science Observer* donne une description du gyroscope d'ARNOLD, avec figure. (Boston, vol. II, 1879, pp. 73-75). L'aspect général de l'instrument est le même que celui de l'appareil de FESSEL, modifié par PLUCKER (voir POGGENDORF, *Annalen*, XC, p. 174), sauf que le mouvement horizontal est supprimé, la fourchette et tout le système qu'elle porte ne pouvant tourner autour de l'axe vertical. L'appareil était installé de manière que l'axe du tore se trouvait dans le plan du **méridien** et le contrepoids opposé au tore était calculé pour que la machine fût en équilibre stable lorsque la tige mobile faisait un angle de 45° avec la verticale. L'appareil formait alors une sorte de balance, avec cette différence qu'au lieu de se tenir en équilibre dans la position horizontale, elle s'arrêtait en faisant un angle de 45°, - plus exactement un angle correspondant à la latitude du lieu de l'expérience (42° à Boston). La sensibilité pouvait être réglée, suivant la méthode ordinaire, au moyen d'un poids curseur, fixé sur la tige, et dont le déplacement faisait varier la position du centre de gravité. Un cercle gradué, placé de manière à affleurer l'extrémité inférieure de cette même tige, permettait d'équilibrer l'instrument au degré d'inclinaison voulu et de lire la valeur des mouvements d'oscillation.

ARNOLD fit deux séries d'expériences. Dans une première série, il plaçait le plan du tore **perpendiculairement** à l'équateur terrestre et imprimait au tore un mouvement de rotation de 12 tours par minute, alternativement dans un sens et dans l'autre. La longue tige mobile déviait alors de un demi-degré de sa position d'équilibre, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, mais toujours conformément à la loi de la tendance au parallélisme avec la rotation de la terre, énoncée par FOUCAULT. Dans une seconde série d'expériences, le plan du tore était placé **parallèlement** à l'équateur terrestre; il restait dans cette position, quel que fût le sens de rotation imprimé au tore. Le poids curseur de l'instrument d'ARNOLD est du type employé dans toutes les balances sensibles; il ne faut pas le confondre avec celui appliqué par GILBERT au gyroscope de FOUCAULT; GILBERT l'employait à rendre stable son appareil; ARNOLD, au contraire, s'en servait pour diminuer la stabilité du sien.

2. Le gyroscope vertical de GILBERT est décrit, avec figures explicatives, dans diverses publications de la *Société Sc. de Bruxelles*, par exemple *Annales*, t. 6, 1882; t. 7, 1883; *Revue* t. 11, 1882; et aussi dans le *Journal de Physique*, Paris, t. 2, 1883, pp. 106-112.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

a) GILBERT a réduit le gyroscope vertical de FOUCAULT à une forme plus simple et plus robuste. L'anneau extérieur est remplacé par un cadre solide en forme de fer à cheval, monté sur un pied, de façon à tourner à frottement dur autour d'un axe vertical. L'anneau intérieur a reçu une forme rhomboïdale qui augmente sa rigidité. La paire de couteaux est gardée, mais est déplacée de 90°, de sorte que le tore a son axe vertical au lieu de l'avoir horizontal. La différence essentielle entre cet appareil et celui de FOUCAULT consiste en ce que GILBERT a changé l'équilibre indifférent du tore en équilibre stable. Le résultat est obtenu au moyen d'un petit poids curseur attaché à l'extrémité inférieure de l'anneau rhomboïdal. Cette modification a fait donner par l'inventeur le nom de *barogyroscope* à l'instrument. Le poids en question agit comme un couple extérieur sur l'axe du tore et lui permet de se mettre en position d'équilibre dans une certaine inclinaison. L'angle d'inclinaison est maximum dans le plan du méridien; il est nul dans le premier vertical. Suivant les latitudes le barogyroscope prend des inclinaisons diverses, mais, contrairement à ce qui se passe pour le pendule, l'inclinaison est maxima à l'équateur et minima au pôle.

b) GILBERT a également construit un *barogyroscope double* et a obtenu, pour une même vitesse de rotation, une déviation beaucoup plus sensible. L'instrument est constitué par deux tores bien égaux, à axes parallèles, tournant dans la même chape. « Nous devons dire toutefois, ajoute GILBERT, que la construction de cet appareil nous paraît présenter des difficultés sensiblement plus grandes que celle du premier et qu'il nous a donné des résultats moins satisfaisants » (Bruxelles, *Annales*, t. 7, 1883, p. 91).

c) Le barogyroscope était imaginé, et il est construit par DUCRETET, comme appareil de cours, destiné à démontrer **qualitativement** la rotation diurne. Il atteint son but, sans aucun doute, car ses mouvements ne sont explicables que par cette rotation, et il l'atteint d'autant mieux que l'expérience est **réversible.**

Pour faire donner à cet instrument des mesures **quantitatives,** il faudrait être maître de la rotation du tore, la maintenir constante et connaître le nombre de ses tours à la seconde. Un moteur électrique pourrait servir à cet usage. Il est intéressant de signaler que le moteur électrique a été adapté, dès 1852, à un gyroscope que l'on pouvait, à volonté, rendre vertical ou horizontal. L'idée, due à KRÜGER, de Bromberg (*Annalen* de POGGENDORFF, Bd. 84, 1851), fut exécutée par GARTHE, à Cologne, en 1852. (*Foucault's Versuch*, Köln, 1852, pp. 34-36. Planche VIII). Mais, si l'appareil montrait quelque effet de la rotation terrestre, GARTHE ne sut pas le discerner; il n'était évidemment pas au courant des lois nouvellement énoncées par FOUCAULT.

Un arc de cercle gradué permettait de donner à l'instrument une inclinaison correspondant à toutes les latitudes; fixé à la latitude zéro, il devenait un gyroscope **vertical**; fixé à 90° il représentait un gyroscope **horizontal.**

Lorsque l'instrument fonctionnait en gyroscope vertical, l'arc gradué était probablement placé dans le méridien et le plan directeur dans lequel se déplaçait l'axe du tore était alors le premier vertical. Dans cette position, le tore n'était pas influencé par la rotation terrestre. L'instrument était-il tourné en azimut, l'expérimentateur

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B...1H

voyait l'axe du tore se déplacer et s'orienter parallèlement à l'axe terrestre. Mais le tout était de s'en rendre compte.

Il est regrettable que GILBERT, qui signale le petit livre de GARTHE à maintes reprises, n'ait pas appliqué l'idée de KRÜGER à son barogyroscope. La chose reste à faire.

3. Nous ferons ici une mention purement historique, du « tore » imaginé par SCHLICK pour amortir le roulis des navires. Ce tore a l'apparence d'un gyroscope vertical et ressemble à celui de GILBERT; en fait, il n'a rien du gyroscope et n'a été ni imaginé ni construit pour mettre en évidence la rotation de la terre. Comme les appareils d'ARNOLD et de GILBERT il est en équilibre stable, mais de telle façon qu'il devient un véritable pendule composé. On nomme aujourd'hui l'instrument gyroscope stabilisateur. La théorie en a été faite simultanément par LORENZ (*Physikalische Zeitschrift*, 1904, p. 27) et par FÖPPL (*Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 1904, p. 478). Une théorie plus complète a été donnée dans les *Vorlesungen über Technische Mechanik* de FÖPPL (VI, 1910, Leipzig) avec un diagramme (p. 234). Le pendule gyroscopique, avec un moteur électrique pour entretenir le mouvement, a été mis en essai sur plusieurs navires de la marine de commerce allemande.

CHAPITRE IV.

Le gyroscope horizontal de Föppl.

1. Une description, avec photographie, du gyroscope horizontal, fut présentée par FÖPPL à l'Académie des Sciences de Munich, en 1904. Elle a été publiée dans les *Sitzungsberichte* de la même année et réimprimée dans la *Physikalische Zeitschrift* (Bd. 5, 1904, pp. 416-425).

Le gyroscope horizontal de FOUCAULT se prêtait, plus encore que le vertical, à des simplifications; on pouvait y supprimer les deux anneaux et les couteaux. De fait, de l'instrument primitif, FÖPPL n'a conservé que le tore et sa suspension. Mais de plus, et ceci est une différence caractéristique, il a remplacé la suspension unifilaire par une suspension **trifilaire** et introduit par conséquent une force extérieure de torsion, force que FOUCAULT tâchait d'exclure complètement.

La simplicité de l'appareil de FÖPPL appelait l'intervention d'un **moteur électrique** et ce moteur suggérait l'idée d'un tore double. Chacun des tores employés par FÖPPL a 50 cm de diamètre et pèse 30 kg; ils sont en fer fondu et fixés aux deux extrémités de l'axe horizontal d'un électro-aimant. L'électro est suspendu par trois fils d'acier; les fils d'amenée du courant sont lâches. Les oscillations de l'appareil sont amorties au moyen de quatre palettes tournant dans l'huile; on pouvait les mesurer à $0^0.1$ près. Le nombre de tours en un temps donné était deduit des indications du voltmètre. L'expérience durait de un quart d'heure à une demi-heure. Pour

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

prévenir toute action des courants d'air, la partie mobile de l'appareil était entourée d'une armature de tôle. On maintenait la vitesse entre 1500 et 2280 tours à la minute.

Quand l'axe commun aux deux tores était placé dans le plan du premier vertical, il avait, d'après la loi de FOUCAULT, une tendance à se mettre dans le plan du méridien. Cette tendance était contrariée par le couple de torsion de la suspension trifilaire, et la résultante de ces deux forces donnait à l'axe une position d'équilibre faisant avec le premier vertical un angle moyen de $\psi = 6^0.576$. La différence entre cette déviation moyenne et la déviation calculée est de $0^0.134$, soit 2 % de la déviation observée.

Grâce à l'entretien automatique du mouvement, l'instrument de FÖPPL permet de faire des mesures *quantitatives*, tout comme les diverses formes du pendule.

2. Nous avons mentionné, dans le chapitre précédent, le gyroscope électrique de GARTHE. Quand cet instrument était fixé à la latitude 90°, il fonctionnait en gyroscope horizontal et sa seule différence avec celui de FÖPPL était son mode de suspension, deux **pivots** verticaux, au lieu d'une suspension filaire. Une fois le tore lancé, l'axe de l'électro devait tendre à se placer dans le méridien; malheureusement l'inventeur ne sut pas se rendre compte de la signification de ce déplacement.

3. Au nombre des gyroscopes horizontaux on pourrait faire rentrer le *géostrophomètre* de GARTHE, bien que la masse mobile de l'appareil, n'étant pas distribuée symétriquement autour d'un axe, ne forme pas à proprement parler un tore. Le géostrophomètre est décrit et représenté à la p. 60 et à la Planche XII de l'ouvrage déjà cité (*Foucault's Versuch*, Köln, 1852). Le tore est remplacé par une roue à aubes que des jets d'eau tangentiels mettent en mouvement, et qui tourne dans un cadre vertical, mobile lui-même sur pivots.

GARTHE croyait pouvoir prédire, sans avoir tenté l'expérience, que la roue tournerait en azimut de $11^0.64$ par heure, à Cologne, tout comme le pendule de FOUCAULT.

CHAPITRE V.

Esquisse de la théorie des gyroscopes.

GILBERT, dans ses articles mentionnés plus haut (p. 87), donne toute la bibliographie de la théorie des gyroscopes; inutile de la reproduire ici. Ajoutons-y seulement le titre d'un récent ouvrage: *Theorie des Kreisels*, par KLEIN et SOMMERFELD (Leipzig, 1897-1910).

Nous ne prétendons donner, dans les lignes qui suivent, que les formules caractéristiques de chaque instrument, afin de montrer comment chacun d'eux met en évidence la rotation de la terre. Une simple considération de ces formules montrera, incidemment, que demander des mesures quantitatives à des gyroscopes où le mouvement n'est pas entretenu électriquement, est se méprendre sur la valeur de l'appareil ou sur le sens de sa formule.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912ApJS...1B...1H

1. Gyroscope libre de Foucault. La théorie de cet instrument est simple, si on le considère sous sa forme idéale, remplissant les trois conditions énumérées dans le Chapitre I. Son axe alors resterait fixe dans l'espace, indépendant de tout mouvement de rotation de la terre. Mais que ces trois conditions cessent d'être remplies, et la théorie devient fort embrouillée. Prenons donc une position intermédiaire nous permettant une estime approximative des causes d'irrégularité.

Soit ω la vitesse angulaire de la terre, suivant l'usage; soit Ω la vitesse angulaire du tore; en appelant n le nombre de tours par seconde de ce tore, on a

$$\Omega = 2n\pi.$$

En faisant abstraction du frottement, les influences troublantes seront proportionnelles à la première puissance de $\omega : \Omega$, en supposant cette fraction faible. (Voir: KLEIN u. SOMMERFELD, pp. 740-742; FÖPPL, *Vorlesungen*, VI, 1910, p. 234).

FOUCAULT donnait à son gyroscope une vitesse $n = 1$ par seconde et il observait l'axe pendant 8 minutes. La fraction ci-dessus était donc:

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{1}{24 \times 60 \times 60} = 0.00001\ldots,$$

et les influences troublantes étaient de cet ordre. Quel est le rapport de cette quantité à la quantité observée? En 8 minutes, FOUCAULT observait la déviation totale de l'axe du tore, égale à:

$$\omega \times 8 \times 60 = \frac{2\pi \times 8}{24 \times 60} = 0.035,$$

quantité 3000 fois plus considérable que la valeur représentant les influences nuisibles, frottements mis à part.

Donc, dans ces limites, FOUCAULT pouvait affirmer que l'axe de son gyroscope était immobile dans l'espace, et que son déplacement apparent provenait de la rotation de la terre: la démonstration avait, sans nul doute, une valeur *qualitative*.

2. Gyroscopes gênés de Foucault. L'axe de figure de ces instruments était mobile dans un seul plan, horizontal ou vertical. Appelons u l'angle décrit par cet axe dans ce plan directeur; pour que cet angle soit défini, il faut fixer le rayon r de ce plan à partir duquel l'angle u sera compté. Pour ce faire, prenons la ligne qui s'offre tout naturellement, la projection orthogonale de l'axe de la terre sur le plan directeur; les directions + et — de ce rayon r correspondront aux directions + et — de l'axe terrestre dont elles sont les projections.

Remarquons d'ailleurs que la seule composante de la rotation terrestre ω qui puisse agir sur le gyroscope en question, est celle dont l'axe tombe sur le rayon r.

a) Pour plus de brièveté nous emploierons la notation suivante:

C = moment polaire d'inertie du tore;

K = somme des moments d'inertie de toutes les parties mobiles par rapport

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

à un axe passant par le centre de gravité du gyroscope et perpendiculaire au plan directeur;

$\omega =$ vitesse angulaire de la terre;

$\Omega = 2\pi n =$ vitesse angulaire du tore;

$k =$ composante de ω par rapport à r.

Ceci-posé, la théorie amène à écrire l'équation suivante:

$$(1) \qquad Ku'' = -C\Omega k \sin u.$$

Cette équation est connue depuis l'époque où FOUCAULT fit ses expériences. Plusieurs auteurs y sont arrivés par diverses méthodes. On trouvera dans les *Problèmes de Mécanique* du P. Jullien (Paris, 1855, II, pp. 237-242) une méthode très brève.

On donne parfois la première intégrale de cette équation du second ordre. Pour le but que nous poursuivons, il suffit de tirer de (1) la condition d'équilibre:

$$u'' = 0, \quad \text{d'où} \begin{cases} u = 0: \text{ équilibre stable,} \\ u = \pi: \text{ équilibre instable.} \end{cases}$$

Ces égalités sont équivalentes aux lois de FOUCAULT données plus haut (p. 86).

b) De ce qui précède, il suit que le gyroscope a la même équation que le **pendule** simple:

$$(2) \qquad lu'' = -g \sin u;$$

la longueur l peut se tirer des équations (1) et (2) par comparaison; et de la valeur de l on déduit immédiatement *le temps d'oscillation* du gyroscope.

c) Dans le cas du gyroscope **vertical,** nous avons:

$$k = \omega \cos \lambda,$$

en appelant λ l'angle d'inclinaison de l'axe terrestre par rapport au plan directeur. Dans le plan méridien on a évidemment $\lambda = 0$.

Dans le cas du gyroscope **horizontal,** nous avons:

$$k = \omega \cos \varphi,$$

et l'angle u est l'azimut, compté à partir du point *nord.*

3. Barogyroscope de Gilbert. C'est un gyroscope vertical avec un couple extérieur provenant de la pesanteur. (Voir sa description, p. 88).

a) Pour le gyroscope vertical, nous avons:

$$k = \omega \cos \lambda,$$

et l'équation du mouvement serait, si l'on ne tenait pas compte de la masse additionnelle,

$$(1') \qquad Ku'' = -C\Omega\omega \cos \lambda \sin u.$$

Au couple représenté par le second membre de cette équation il faut en ajouter un autre, celui de la pesanteur g. Ce couple est mesuré par la masse m du curseur, la distance δ du centre de gravité du curseur à l'axe de suspension, et l'angle va-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VtPS...1B...1H

riable χ entre l'axe positif du tore et la verticale, cet angle étant compté positivement au *sud* du zénith. La valeur du couple de la pesanteur est alors:

$$+ g m \delta \sin \chi.$$

La condition de repos du tore est $u'' = 0$; on a donc l'équation générale:

(3) $$g m \delta \sin \chi = C \Omega \omega \cos \lambda . \sin u.$$

b) L'angle u est compté à partir du rayon r, et χ à partir de la verticale; tous deux sont positifs dans le même sens. Appelons μ l'angle constant entre le rayon r et la verticale; nous avons:

$$u = \chi + \mu.$$

L'angle χ étant pris faible, servons-nous de χ au lieu de u pour déterminer l'inclinaison de l'aiguille portant le poids curseur. La ligne origine de l'angle variable n'est plus r, mais la verticale, étant donné le couple additionnel dû à la pesanteur. De (3) nous pouvons alors tirer la valeur suivante de la nouvelle variable (voir GILBERT, *Annales*, t. 7, 1883, II, p. 79; GILBERT note E notre angle χ):

(4) $$\operatorname{tg} \chi = \frac{C \Omega \omega . \cos \lambda \sin \mu}{g m \delta - C \Omega \omega \cos \lambda \cos \mu}$$

Il est intéressant de considérer les deux valeurs extrêmes, $m = \infty$ et $m = 0$, du poids de la masse additionnelle. Pour un poids considérable ($m = \infty$) on aurait $\chi = 0$ et $u = \mu$; le gyroscope resterait avec son axe vertical et n'aurait plus qu'un degré de liberté. Pour un poids nul ($m = 0$) on a $\chi = -\mu$ et $u = 0$; l'axe du tore serait parallèle au rayon r: ce serait le cas du gyroscope vertical de FOUCAULT. On pourrait imaginer un cas intermédiaire pour lequel on aurait $\chi = 90^0$; l'axe du tore serait horizontal. Ce dernier cas n'est pas favorable aux observations; GILBERT recommande de prendre les valeurs de $m\delta$ qui donnent les oscillations de la plus faible durée.

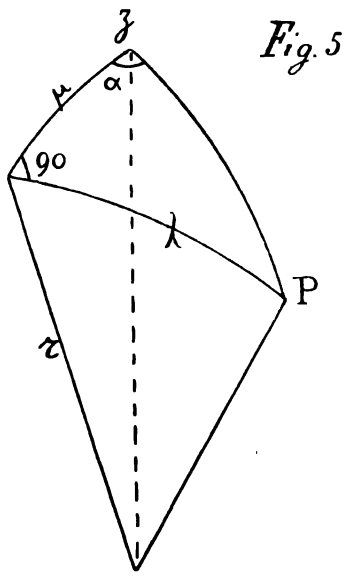


Fig. 5

c) Les **constantes** λ et μ ne sont pas directement données par la position de l'instrument; mais on peut facilement les exprimer en fonction de constantes connues, par exemple la latitude φ du lieu et l'azimut α du plan directeur.

Considérons en effet le triangle sphérique formé par les trois rayons terrestres suivants: l'axe polaire *nord*, sa projection r sur le plan directeur, et la verticale du lieu; les trois côtés compris entre ces rayons sont respectivement λ, μ, $90^0 - \varphi$. L'angle en r est droit; l'angle au zénith est α. [1] Au moyen de ce triangle nous obtenons les deux produits inconnus de l'équation (4); nous avons (voir Fig. 5):

$$\cos \lambda \sin \mu = \cos \varphi \cos \alpha,$$
$$\cos \lambda \cos \mu = \sin \varphi,$$

[1] Pour permettre la comparaison, la notation ici adoptée est la même que celle de la *Theorie des Kreisels*, p. 755.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

valeurs que nous pouvons substituer dans (4). Evidemment χ est maximum pour $\alpha = 0$, c'est-à-dire quand le plan directeur se confond avec le méridien. Quand ce plan se confond avec le premier vertical, on a $\alpha = 90^0$ et $\chi = 0$, quel que soit le sens de la vitesse Ω.

d) Les dimensions du barogyroscope, construit par DUCRETET, sont données par GILBERT dans son long Mémoire (*Annales*, t. 7, II, p. 90). Il prend, comme exemple numérique, les valeurs:

$$n = 200 \text{ ou } \Omega = 1256.637,$$

et trouve, pour la latitude de Paris, l'inclinaison de l'aiguille dans le méridien ($\alpha = 0$):

$$\chi = 7^0\,37'\,10''.$$

C'est là, évidemment, un exemple purement théorique, le barogyroscope n'étant pas pourvu d'un mécanisme qui donne le nombre de tours n et le maintienne constant.

e) La théorie du barogyroscope a mis sur la voie de certaines anomalies rencontrées dans l'usage du *Gyroscope collimateur* du capitaine FLEURIAIS. Cet instrument est un minuscule barogyroscope qui, fixé au sextant, produit un horizon artificiel et permet au navigateur de déterminer sa position à la mer, alors même que la ligne d'horizon lui est cachée (voir le Rapport de l'amiral de Jonquières, *C. R.*, t. 103, 1886, p. 1305). Cette ligne d'horizon est remplacée par un repère artificiel, lequel consiste en une ligne produite sur la rétine par le rapide mouvement du tore. Le tore est d'un diamètre de moins de 5 cm et d'un poids inférieur à 175 gr. On lui imprime un rapide mouvement de rotation au moyen d'un petit soufflet qui lance un courant d'air; on le dégage alors de son support et on l'adapte au sextant derrière le miroir. L'observateur peut voir à la fois l'image directe du repère et l'image doublement réfléchie de l'astre visé. Le commandant BAULE a fait avec cet instrument une longue série d'observations « qui ne laissent aucun doute sur l'action perturbatrice de la rotation de la terre » (Bruxelles, *Annales*, t. 12, 1888, II, pp. 121-176).

4. Gyroscope horizontal de Föppl. Il est décrit plus haut (p. 89).

a) Nous avons, dans le cas du gyroscope horizontal:

$$k = \omega \cos\varphi,$$

et l'équation du mouvement est, si aucune force extérieure n'intervient:

$$(1'') \qquad Ku'' = -C\Omega\omega \cos\varphi . \sin u.$$

Calculons maintenant le couple additionnel provenant de la suspension trifilaire; il est mesuré par la force de direction D et l'élongation χ de la position pour laquelle le moment de torsion est nul. Tant que χ est faible, nous pouvons écrire:

$$\text{moment de torsion} = -D\chi.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Le facteur D est une constante positive dépendant de la nature de la suspension; l'angle χ est compté positivement dans le même sens que u. Le signe négatif qui précède le produit $D\chi$ indique que le moment de torsion tend à diminuer la valeur de l'angle.

La position d'équilibre du gyroscope est déterminée par la condition $u'' = 0$, qui donne:

$$D\chi = + C\Omega\omega \cos\varphi \sin u. \tag{5}$$

b) L'angle u est l'azimut de l'axe positif du tore, compté à partir du point *nord* de la ligne méridienne, et χ est son azimut compté à partir de la position pour laquelle la torsion est nulle. La relation existant entre ces deux angles dépend de la manière dont est faite la suspension trifilaire. On sait par les expériences de Foucault que le gyroscope horizontal avait une tendance à tourner son axe positif vers le *nord*. Par suite, si l'on s'arrange de façon que la *torsion* soit *nulle* pour l'axe situé *dans le méridien*, on aura une *élongation nulle;* quand la *torsion* sera *nulle* pour l'axe situé *dans le premier vertical*, on aura au contraire une *élongation maximum*.

Le premier de ces deux cas est exprimé par les relations:

$$\sin u = \pm \sin\chi, \quad \text{(torsion nulle: } N\text{-}S\text{)} \tag{6}$$

et toutes deux satisfont à l'équation (5) pour $\chi = 0$.

Le second cas demande à être distingué. Si l'on compte tous les angles positivement dans le sens de ω, on écrira:

$$\left.\begin{array}{l}\text{axe positif du tore à l'}W\text{: } u = \frac{\pi}{2} + \chi \\ \text{» » » » » } E\text{: } u = 3\frac{\pi}{2} + \chi\end{array}\right\} \sin u = \pm \cos\chi.$$

Ici, comme dans le cas du barogyroscope, il est plus commode de se servir du petit angle χ que de l'angle u pour déterminer la position de l'axe. La ligne origine de l'angle variable devient donc la trace du premier vertical, de ligne méridienne qu'elle était.

Substituons maintenant dans l'équation (5) la valeur de $\sin u$; nous aurons:

$$D\chi = \pm C\Omega\omega \cos\varphi \cos\chi, \quad \text{(torsion nulle: } W\text{-}E\text{)}. \tag{7}$$

c) Dans les expériences faites par Föppl, le nombre de tours par minute imprimés au tore était maintenu entre 1500 et 2300. Au-dessous de 1500 tours se produisaient des phénomènes de résonnance dans l'enveloppe métallique; au-dessus de 2300, l'axe horizontal du tore était déplacé dans le sens de sa longueur.

Deux expériences furent faites avec une *torsion nulle: N-S*, l'une en équilibre stable, l'autre en équilibre instable. Dans les deux cas, l'élongation fut à peu près nulle ($0^0.28$ et $0^0.10$). Du reste Föppl lui-même ne considère pas l'expérience en équilibre instable comme suffisamment nette.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Dix expériences furent exécutées avec une *torsion nulle: W-E.* L'élongation moyenne observée fut $\chi = 6^0.576$; le calcul donne une différence moyenne de $0^0.134$, soit 2 % de la moyenne observée. Si l'on range les observations en tableau, dans l'ordre croissant du nombre de tours, on doit, d'après la formule (7), trouver que les élongations observées correspondantes sont proportionnelles au nombre de tours: graphiquement, on doit obtenir une ligne droite. Pourtant, en fait, on remarque dans les résultats une légère ondulation des valeurs observées de part et d'autre des valeurs calculées. Föppl attire l'attention sur une différence systématique que semblent indiquer les valeurs finales obtenues par lui. La prépondérance du signe négatif dans les différences entre les élongations observées et calculées fait connaître que les amplitudes positives du tore suspendu sont numériquement inférieures aux négatives, toutes choses égales d'ailleurs. On observa 5 élongations positives et 5 négatives. L'amplitude positive moyenne se montre inférieure de $0^0.06$ à l'amplitude calculée, tandis que l'amplitude négative moyenne dépasse de $0^0.09$ le chiffre donné par le calcul. Ce phénomène ne devrait-il pas être attribué à un manque de symétrie dans la force de torsion? La même différence systématique se retrouvera dans nos expériences avec l'Isotoméographe.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

QUATRIÈME PARTIE.

LE PRINCIPE DE LA CONSTANCE DES AIRES.

IDÉES CORRECTES ET IDÉES FAUSSES

Les années qui suivirent la démonstration mécanique de la rotation terrestre, donnée par FOUCAULT (1851), virent éclore un nombre de travaux considérable. On dépensa, à cette époque, une activité intellectuelle énorme, à trouver de nouvelles démonstrations; mais, hélas! il y a loin de l'idée à l'exécution. En tout cas, une chose est sûre, c'est que, jusqu'à l'époque actuelle, aucune démonstration de la rotation de la terre n'a été donnée, qui n'ait ses linéaments principaux déjà indiqués dans la littérature scientifique antérieure à 1860. Ajoutons, du reste, que si toutes les idées proposées avaient été d'abord soumises au contrôle de l'expérience, certaines n'auraient jamais affronté la publicité.

Nous rangerons, dans cette quatrième partie, tous les projets de preuves mécaniques que nous avons pu récolter et qui n'ont de rapport ni avec la chute des corps, ni avec le pendule ou le gyroscope.

Il se trouve que ces essais peuvent tous être ramenés au principe de la constance des aires et c'est pourquoi nous avons inscrit le nom de ce principe en tête de cette partie.

CHAPITRE I.

Le ressort coudé de Poinsot.

1. Après l'expérience du pendule de FOUCAULT, l'idée de POINSOT est la plus intéressante par sa simplicité et, en même temps, la plus mal comprise et la plus oubliée de toutes les idées proposées. Il est vrai que l'idée ne fut exprimée que sous la forme d'une remarque « sur l'ingénieuse expérience imaginée par M. LÉON FOUCAULT . . . » (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 206). Voici cette remarque:

« Mais j'ai songé que ce plan d'oscillation d'un pendule pourrait être remplacé par un autre plus **persistant,** qu'on pourrait observer **aussi longtemps qu'on le voudrait** sans toucher à l'appareil. Ce serait, par exemple, de considérer un ressort coudé dont les deux branches égales auraient été plus ou moins rapprochées l'une de

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

l'autre, et liées ensemble aux deux bouts par un fil qui les maintiendrait dans cet état. Ce ressort ainsi plié serait, au sommet de l'angle, suspendu suivant la verticale, et on lui donnerait la plus grande liberté possible pour tourner sur cette verticale. Le corps étant dans cet état et en repos, je suppose qu'on vienne couper le fil qui retenait ensemble les deux branches; l'angle du ressort s'ouvre et détermine un plan qui ne peut tourner autour de la verticale qu'avec une vitesse angulaire v', plus petite que la vitesse v qu'il avait autour de la même ligne, quand les deux branches n'en formaient, pour ainsi dire, qu'une seule.

« Et, en effet, par notre opération, la masse du corps n'est pas changée, mais son moment d'inertie a, relatif à la verticale, est augmenté et devenu A; et comme le couple av qui l'animait dans l'état primitif, reste égal au couple Av' qui l'anime actuellement, on a l'équation:

$$av = Av', \text{ d'où l'on tire } v' = \frac{a}{A} v.$$

Si donc la terre tourne sur la verticale avec la vitesse v, notre plan nous paraîtra tourner en sens contraire avec une vitesse:

$$\varphi = v - v' = v \frac{A - a}{A} \ldots ».$$

La formule $av = Av'$ exprime le principe de la constance des aires. La différence $v - v'$ représente la vitesse angulaire relative de l'appareil. On voit que la théorie atteint ici le maximum de la simplicité.

2. Cette simplicité, pourtant, semble avoir occasionné bien des malentendus.

a) Et d'abord, Poinsot lui-même ne songe pas à signaler que son appareil est **réversible** et qu'on peut l'installer de manière à le faire tourner avec une vitesse supérieure à celle de la terre.

En second lieu, Poinsot affirme que le plan vertical de son instrument est **plus persistant** que le plan d'oscillation d'un pendule. On ne voit pas très bien ce qu'il veut dire. Le plan du ressort coudé est tout aussi bien lié à la verticale du lieu que l'est le plan du pendule de Foucault. D'ailleurs, l'appareil a une vitesse absolue propre v' qui n'est jamais nulle au début de l'expérience. Pour ces motifs, le plan de l'instrument de Poinsot serait plutôt moins persistant que ne l'est celui du pendule.

En troisième lieu enfin, les mots « qu'on pourrait observer **aussi longtemps qu'on le voudrait** » donnent à entendre que le mouvement de recul apparent du plan du ressort peut-être observé plus longtemps que le mouvement de déviation du pendule. En fait, au contraire, à cause de la suspension, ce mouvement de recul ne peut durer que quelques minutes.

Poinsot, somme toute, ne s'est pas très bien rendu compte de la valeur de son idée. Cette valeur, pourtant, est réelle, et la sixième partie montrera que les trois points que nous venons de signaler offrent de réels avantages.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

b) Il est intéressant de voir ce que FOUCAULT pensait du projet de POINSOT: « Je sais d'ailleurs, écrit ce dernier, que M. FOUCAULT, qui assistait à la séance, a sur-le-champ saisi mon idée et qu'il se propose de construire cette machine délicate, ou toute autre équivalente, qui serait également propre à fournir une nouvelle preuve du mouvement de rotation de la terre ».

Or FOUCAULT, au lieu de construire un instrument basé sur le principe de la constance des aires, imagina son gyroscope, d'une exécution beaucoup plus délicate. Et lorsque, l'année suivante, il présenta le nouvel appareil, il le fit dans les termes que voici: « C'est, je crois, un **desideratum** qu'un des plus illustres membres de cette Académie, M. POINSOT, signalait dans la science, même après avoir connu l'expérience du pendule ». (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 424). Il est donc évident que, de l'appareil de POINSOT, FOUCAULT n'avait retenu que l'idée « d'un plan plus persistant, qu'on pourrait observer aussi longtemps qu'on le voudrait, sans toucher à l'appareil ». D'autant plus que, en faisant à ses confrères les honneurs du gyroscope, il appuyait sur ce fait que l'appareil tourne « dans un plan physiquement défini et qui possède réellement une fixité de direction absolue ».

L'équation $av = Av'$ qui résume l'idée maîtresse de POINSOT, fut complètement ignorée de FOUCAULT; elle n'a rien à voir avec le gyroscope.

c) Voici une autre interprétation erronée de l'idée de POINSOT. Nous la trouvons dans le *Phil. Mag.* (vol. I, 1851, p. 562). Son auteur est BADEN POWELL; il dit: « The same idea (of the difference of rotatory velocity between any two points of the same meridian), has been... further carried out by M. POINSOT, who has suggested, that if two balls suspended by separate strings, hanging together in contact, and consequently both partaking in the velocity of rotation of that point of the earth, were to be suddenly separated by releasing a spring placed between them and at first confined by a string, they would then show the difference of velocity **belonging to points on the earth at that distance apart,** and would consequently revolve round the vertical ».

Ce passage contient trois faussetés: (1°) il affirme implicitement que le ressort de POINSOT ne tournerait pas autour de la verticale si la ligne de séparation était parallèle à l'équateur; (2°) les boules suspendues à deux fils séparés ne formeraient pas un système rigide après qu'on les a libérées et, par suite, le moment d'inertie relatif à la verticale ne saurait avoir d'influence sur leur mouvement; (3°) POINSOT considérait la vitesse **angulaire** $v = \omega \sin\varphi$ du système, tandis que BADEN POWELL a en vue la vitesse **linéaire** $R\omega \cos\varphi$, le long du cercle parallèle.

d) Autre inintelligence de l'idée de POINSOT. Après avoir rappelé la séance du 17 février 1851, dans laquelle « POINSOT a proposé une **variété** de la belle expérience de M. FOUCAULT », TESSAN continue pour son compte:

« Voici une **nouvelle variété** de cette même expérience... Supposons une barre rigide suspendue horizontalement par son centre de gravité à un fil sans torsion; supposons-la en repos relativement à l'horizon... Supposons qu'alors la barre, sans sortir du plan vertical qui la contient, vienne à effectuer un mouvement qui la change **bout pour bout,**... il en résultera que le mouvement réel autour de la ver-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

ticale s'effectuera en sens inverse de ce qu'il était d'abord; c'est-à-dire qu'il sera **rétrograde** et aura la même vitesse absolue qu'auparavant. La vitesse du mouvement relatif à l'égard de l'horizon ... sera donc double de celle du mouvement réel de cet horizon et égale à la vitesse de l'aiguille des heures d'une montre multipliée par le *sinus* de la latitude ». (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 504).

Ce que l'auteur appelle **une nouvelle variété** n'est autre qu'une fausse reproduction de l'idée de Poinsot. Tout en gardant la notation de ce dernier, nous pouvons représenter la théorie de l'appareil dans le tableau suivant:

Inclinaison	Vitesse angulaire	Phase
0^0	$+v$	repos apparent
90^0	$+v.\frac{A}{a}$	vitesse maximum
180^0	$+v.\frac{A}{a}.\frac{a}{A}=v$	repos apparent.

On voit que, en passant de l'inclinaison 0^0 à l'inclinaison 180^0, l'appareil ne peut pas prendre un mouvement rétrograde, comme Tessan le suppose. Pour qu'il en soit ainsi, il faudrait que la barre passât de la position **verticale** de repos à une position **horizontale**. Un instrument ainsi constitué serait d'ailleurs réversible et formerait un appareil de cours instructif.

e) Les citations précédentes se rapportent toutes à l'année 1851, époque où l'idée de Poinsot, étant toute nouvelle, pouvait ne pas avoir été bien comprise encore. Mais voici plus fort. En 1886, huit ans après la publication du *Recueil des Travaux Scientifiques* de Foucault, le même Bertrand qui en avait écrit la préface, disait dans la *Revue d'Astronomie Populaire* (Paris, V, 1886, p. 443):

« Attentif, comme tous les géomètres, à l'expérience du pendule, Poinsot avait suggéré l'idée d'une démonstration plus élégante encore de la rotation terrestre par le mouvement d'un objet sensible et matériel; en stimulant ainsi le zèle de Foucault, il donna naissance au gyroscope ».

Tout lecteur non prévenu pensera que Poinsot a suggéré l'idée du gyroscope, ou, du moins, d'un instrument ayant, au point de vue du principe, quelque rapport avec le gyroscope, alors qu'il n'en est rien.

Rien d'étonnant donc à ce qu'un projet d'expérience, si complètement incompris, soit tombé dans l'oubli. Voici tout ce que nous avons pu trouver à son sujet.

(1) Le P. Jullien, dans ses *Problèmes de Mécanique Rationnelle* (Paris, 1855, II, p. 244), exprime correctement l'idée de Poinsot et même la généralise. La formule est donnée sous la forme:

$$\omega' = \frac{A - A'}{A'}\,\omega \sin \lambda.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

L'auteur suppose que l'appareil a été en état de repos apparent et adopte les notations suivantes:

ω' = la vitesse de rotation apparente du système dans le sens de la rotation de la terre;

$\omega \sin \lambda$ = la vitesse de rotation de la terre autour de la verticale;

A = le moment d'inertie dans l'état primitif;

A' = la nouvelle valeur de ce moment.

La vitesse angulaire relative ω' sera **directe** ou **rétrograde** suivant que le moment d'inertie primitif sera plus grand ou plus faible que le moment final.

(2) La même formule se trouve dans l'ouvrage intitulé: *Advanced Part of a Treatise on the Dynamics of a System of Rigid Bodies*, par EDWARD JOHN ROUTH (London, 3e éd. 1877, p. 226, Ex. 5; 6e éd. 1905, Art. 46, Ex. 5, p. 43) [1].

(3) FURTWÄNGLER, dans son traité sur les appareils et expériences de Physique (*Encyclop. d. Math. W.*, IV, 7, 1904, p. 49) donne une référence: « Auf die Erörterung anderer Versuchsanordnungen, die nicht praktisch erprobt sind, ist im Folgenden verzichtet worden. Vgl. z. B. L. POINSOT, *Paris C. R.*, 32 (1851), p. 206 ».

(4) Notre propre attention fut attirée sur l'idée de POINSOT par la marque « 206 » mise au crayon à côté du nom de FOUCAULT, dans la Table des *C. R.*, t. 32 (probablement par le Duc MASSIMO, de la bibliothèque duquel provient ce volume, acquis en 1909). Si cette idée nous a frappés et si nous nous y sommes arrêtés, c'est que nous avions fini, à ce moment, nos expériences qualitatives avec l'Isotoméographe.

CHAPITRE II.

Les boules suspendues de Baudrimont et Boillot.

1. Donnons tout d'abord quelques citations de ces deux auteurs afin de renseigner le lecteur sur leurs propositions.

a) BAUDRIMONT (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 307) s'exprime ainsi: « Si l'on suppose une masse matérielle soutenue sur un axe autour duquel elle puisse se mouvoir librement; si l'on admet, en outre, que cet axe soit maintenu parallèlement à celui de la terre... on trouve que la masse... devrait, en vertu de l'inertie de la matière, se comporter de telle manière que..., par un mouvement apparent, elle paraîtrait exécuter une révolution autour de son axe, tandis qu'en réalité ce serait la terre qui

[1] Nous sommes redevables de cette référence au R. P. STEIN, qui nous l'a communiquée pendant la lecture des épreuves. ROUTH ajoute: « This apparatus was devised by M. POINSOT who considered that the experiment would be so effective that the latitude of the place could be deduced from the observed angular velocity. See *Comptes-Rendus*, 1851, Tome XXXII, page 206 ».

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

tournerait... Je pense qu'il serait convenable d'observer le pendule de M. FOUCAULT pour voir si, **dans l'état de repos**, il n'éprouverait pas un mouvement apparent de rotation. Cette observation devra être faite **dans les premiers moments après la suspension du pendule** ... ».

b) L'idée de BAUDRIMONT fut retrouvée, 37 ans plus tard, par BOILLOT. Il dit en substance (*C. R.*, t. 106, 1888, p. 1664): « Un fil... dépourvu de torsion..., long d'environ 1 m, est fixé, à l'une de ses extrémités, au centre d'un bouchon que l'on applique à la partie supérieure d'un tube en verre, dont l'extrémité inférieure entre dans un autre bouchon percé de part en part. Ce tube, soutenu par un support, peut ainsi être adapté verticalement sur l'ouverture d'un flacon... Une sphère... suspendue au milieu du flacon paraît en repos **au bout de quelques heures**... Le sens du mouvement apparent de la sphère est celui des aiguilles d'une montre placée horizontalement, dans l'hémisphère boréal... La durée d'une rotation apparente entière de la sphère devrait être, à Paris, de $31^h\ 52^m$... Les résultats ont varié entre 32^h et 33^h et 40^h; et lorsque l'expérience est continuée pendant quelques jours, on constate que ce temps va en augmentant. La raison est facile à comprendre, car la torsion du fil, quoique très faible, croît continuellement ».

Pour éliminer toute torsion, BOILLOT propose « l'emploi d'un barreau aimanté cylindrique, situé verticalement et attirant un clou du côté de la tête bien arrondie, mais sans la toucher ».

2. La communication de BAUDRIMONT fut l'occasion d'un échange d'articles.

a) L'expérience, indiquée seulement par BAUDRIMONT, fut faite par SERPIERI avec un pendule de 7 m, formé d'un fil de fer doux et d'une boule de marbre. Le plan vertical d'oscillation se déplaça conformément à la loi de FOUCAULT et la boule ne montra aucun mouvement de rotation sur elle-même. (*Annali* de TORTOLINI II, 1851, p. 237). En dépit des apparences, SERPIERI et BADEN POWELL persistèrent à croire juste l'idée de BAUDRIMONT, et expliquèrent l'effet contraire par la résistance du fil à la torsion. BADEN POWELL écrit à ce sujet:

« If all torsion in the thread could be got rid of, a ball simply suspended and furnished with an index in its equator would be seen to rotate. But the torsion destroys the effect. This is the suggestion of BAUDRIMONT ». (*Phil. Mag.*, I, 1851, p. 564).

b) La même année, SECCHI et CHELINI faisaient entendre des protestations, dans les mêmes *Annali* de TORTOLINI (II, 1851, p. 240 et pp. 316-317). SECCHI disait:

« In quanto alla questione posta da M. BAUDRIMONT, e cui ha sperimentalmente risoluto il P. SERPIERI, parmi che appena ne possa cadere dubbio, e l'orologio ideato da quel fisico parmi impossibile. Infatti, è noto che la deviazione del pendolo risulta dalla contemplazione del moto angolare della meridiana attorno alla verticale, usando la decomposizione dei moti rotatori data da EULERO, e che hanno sviluppato a proposito di questo fatto i sigg. BINET e LIOUVILLE (V. *Compt.-Rendus*, 17 Février 1851). Ora, quando il mobile si colloca comunque, sia sospendendolo ad un filo, sia su di

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

un perno, esso già partecipa a questo moto rotatorio del suo fulcro: perciò relativamente al fulcro, finchè è in quiete, deve restare costantemente orientato come prima, e quindi conservare invariabile la stessa faccia relativamente agli oggetti connessi col fulcro medesimo ».

Puis SECCHI montre qu'il en est ainsi, que le pendule oscille ou reste vertical.

3. On peut démontrer de plusieurs façons la fausseté de l'idée de BAUDRIMONT et BOILLOT.

a) Démontrons-la au moyen de la formule de POINSOT:

$$v - v' = v\,\frac{A - a}{A}.$$

Le moment d'inertie d'une boule suspendue verticalement n'a aucune raison de varier; nous avons donc toujours $A = a$ et $v = v'$. Donc la vitesse angulaire de la boule reste ce qu'elle était au moment où elle a quitté la main de l'expérimentateur, tant qu'une force extérieure, la torsion du fil, par exemple, ne vient pas la modifier. Or, dans les conditions proposées par BAUDRIMONT et BOILLOT, la boule n'a, en fait de vitesse angulaire initiale autour de la verticale, que celle qu'ont tous les objets environnants et que possède également le point d'attache du fil de suspension, vitesse notée v. Donc ici, pas de torsion, et il en est ainsi jusqu'à ce que la boule se mette à tourner avec une vitesse angulaire v' différente de v. Mais ici nous avons $v = v'$. Le même raisonnement s'applique au cas où la boule oscille dans un plan, sans mouvement de rotation initial autour du point de suspension.

L'expérience est d'accord avec le calcul: l'essai de SERPIERI le montre. Toutes les expériences faites avec l'Isotoméographe partant de l'état de repos apparent, le prouvent aussi. La résistance du fil à la torsion étant nulle au début, ne pouvait pas empêcher ce dernier instrument de s'accorder avec la formule de POINSOT, quand le moment d'inertie variait.

b) Autre réfutation, *a priori*. Si la théorie de BAUDRIMONT et BOILLOT était exacte, leur appareil réaliserait le **mouvement perpétuel.** D'après le premier de ces auteurs, la rotation apparente de la sphère suspendue doit commencer presque aussitôt après qu'elle a été suspendue; d'après le second, c'est seulement au bout de quelques heures. Appelons *état initial* l'instant où commence cette rotation. Suivant les inventeurs, un index, fixé à la sphère, se met à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre et tourne jusqu'à ce que, le couple de torsion devenant trop considérable, il revienne en sens inverse. Mais alors, après quelques oscillations exécutées de part et d'autre de la position où le couple de torsion est nul, la sphère a repris son *état initial;* elle doit donc se remettre à tourner tout comme la première fois et il n'y a pas de raison pour qu'elle s'arrête. Autant vaudrait soutenir que le gyroscope universel de FOUCAULT oscille sans trève autour de son axe vertical, dans sa cage du Conservatoire des Arts et Métiers.

c) L'erreur de BAUDRIMONT et BOILLOT, à propos du gyroscope universel de FOUCAULT, est évitée si l'on ajoute la condition idéale que, à l'*instant initial*, le tore est

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B..1H

en repos par rapport à l'espace absolu. Torsion et frottement mis à part, il resterait dans cet état et, évidemment, serait indépendant de la rotation de la terre. Cependant, pour éviter une idée fausse, il est bon d'ajouter que toutes ces hypothèses enlèvent l'instrument de la surface de la terre et en font un corps céleste, sans rotation axiale. Mais alors il ne devrait pas être appelé un gyroscope, et aucune preuve mécanique de la rotation terrestre diurne ne saurait lui être attribuée.

CHAPITRE III.

Les courants liquides de Perrot, Combes et Tumlirz.

On peut rapporter également au principe de la constance des aires deux propositions d'expériences sur les courants liquides, faites indépendamment l'une de l'autre, et indépendamment aussi de la proposition de POINSOT. Elles sont dues à PERROT, celui-là même que nous avons déjà cité plus haut (p. 80), et à COMBES (*C. R.*, t. 49, 1859, p. 637 et p. 775).

1. L'idée fondamentale de ces expériences est que des courants liquides, ayant une direction radiale, doivent être déviés par l'effet de la rotation terrestre, conformément au principe de la constance des aires. Ces expériences sont réversibles, puisque le courant liquide peut avoir une direction centripète ou centrifuge. Dans le premier cas, les molécules auront un mouvement circulaire, autour du centre de déplacement, dans la direction même de la rotation de la terre; dans le second cas, leur mouvement se fera en sens inverse. On pourrait dire, tout aussi bien, que les courants à direction centripète auront une déviation contraire à celle du pendule de FOUCAULT, tandis que les courants à direction centrifuge auront une déviation de même sens.

Voici une description des deux expériences: l'une a été faite par PERROT; l'autre a été proposée, mais n'a pas été exécutée.

2. PERROT raconte ainsi son expérience sur les courants à direction centripète:

« Je me sers d'un baquet circulaire de grande dimension, plein d'eau et solidement établi sur des supports bien fixes. Je détermine l'écoulement par un trou circulaire percé en mince paroi au fond et au centre du baquet. Il résulte de la théorie que les particules de l'eau, en marchant du bord vers le centre, au lieu de suivre le rayon allant de la circonférence à ce même centre du liquide, doivent se porter vers la droite. Maintenant, si je répands à la surface, suivant un des rayons, une ligne de poussières flottantes, j'observe pendant l'écoulement que ce rayon, d'abord rectiligne, se courbe suivant une ligne dont les parties les plus voisines du centre se portent sensiblement à droite de la position qu'elles auraient occupée si elles eussent suivi exactement le rayon. Quand elles arrivent près du centre d'écoulement,

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

elles tournent en spirale et leur mouvement, vu des bords du baquet, est encore à droite. Le mouvement de la terre se manifeste donc par cette direction que prennent les corpuscules en arrivant vers le centre d'écoulement ».

« L'expérience, répétée un grand nombre de fois, a toujours donné le même résultat, et je pense qu'on peut l'ajouter aux brillantes expériences par lesquelles M. FOUCAULT a rendu sensible ce point important du système du monde ».

« Avant de déterminer l'écoulement, et pour éviter tout soupçon de vitesse acquise dans le liquide, je laisse l'eau du baquet en repos pendant une journée entière et je m'assure, par l'inspection attentive des petits corps flottants à la surface, que le liquide est parfaitement en repos, avant l'ouverture de l'orifice d'écoulement ».

Les particules dont se servait PERROT étaient faites de cire d'Amérique, réduite en poudre grossière.

3. L'expérience inverse, sur les courants à force centrifuge, implique des difficultés mécaniques plus considérables. Celle que COMBES a imaginée était sans doute pour lui une contre-épreuve, puisqu'il mentionne expressément l'expérience de PERROT. Mais son idée est-elle la meilleure, et son appareil serait-il assez délicat pour manifester la rotation de la terre, ce sont deux questions fort discutables. Quoiqu'il en soit, voici les paroles de l'inventeur:

« Imaginons qu'un jet d'eau, sortant de la terre dans la direction verticale, soit reçu dans un tuyau cylindrique ouvert à ses deux extrémités, par une tubulure également verticale située au milieu de sa longueur; que ce tuyau, placé horizontalement, soit en équilibre sur un pivot dont l'axe se confonde avec celui de la tubulure et qu'il soit entièrement libre de tourner dans le plan horizontal autour de l'axe du pivot, sans éprouver aucune résistance de la part du point d'appui ni du milieu ambiant. Les filets liquides dont le jet d'eau est formé, s'infléchissant d'un angle droit, se partageront également entre les deux moitiés du tuyau, de part et d'autre de la tubulure, et iront s'écouler par ses deux extrémités ... Le tuyau paraîtra tourner dans le plan horizontal autour de l'axe de la tubulure et du jet d'eau, avec une vitesse angulaire égale à celle de la composante de la rotation de la terre autour de la verticale du lieu où l'eau jaillit, et **dans un sens opposé** à celui de cette rotation composante ».

4. Ces expériences ne sont pas satisfaisantes. Celle de COMBES n'a jamais été exécutée et ceci est un vice radical. Quant à celle de PERROT, nous ne sommes renseignés ni sur les difficultés mécaniques que l'auteur a dû surmonter, ni sur les causes d'influence nuisible contre lesquelles il a eu à se protéger, ni enfin sur la valeur de la déviation observée. Tout ce que nous apprenons de lui est la précaution prise de laisser l'eau reposer pendant une journée.

a) Cinquante ans plus tard, TUMLIRZ reprenait l'expérience de PERROT, apparemment sans en avoir connaissance, et avec des facilités mécaniques plus grandes. Les

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

observations furent faites à Vienne, dans la cave du *K. und K. Militärgeographische Institut,* et publiées dans les *Sitzungsberichte der k. Ak. d. W., Math.-naturw. Kl.* (Bd. 117, IIa, 1908).

L'appareil employé consistait en un vase cylindrique percé d'un orifice à la partie inférieure; dans cet orifice s'engageait un petit tube vertical fermé à la partie supérieure et percé, sur son pourtour, de petits trous destinés à amorcer les courants et à leur donner une direction horizontale. Dans le même but, on forçait l'eau à s'écouler entre deux disques de verre horizontaux, avant d'atteindre la sortie. La distance des disques était de 5 cm et celui du haut, légèrement plus étroit que l'autre, avait un diamètre de 140 cm.

En pénétrant entre les deux disques, l'eau passait sur de petites coupes remplies de violet de méthyle; des filets colorés apparaissaient alors bien visibles, quoique leur vitesse centripète ne fût que de 1.11 mm par minute. Après 24 h d'écoulement, le niveau du réservoir n'avait baissé que de 17.5 cm.

De minutieuses précautions durent être prises pour empêcher dans le liquide la formation de courants accidentels pouvant induire en erreur. Lors du remplissage du réservoir, on faisait arriver l'eau dans une direction rigoureusement verticale; avant de produire l'écoulement, on égalisait la température dans toute la masse, de manière à empêcher les courants de convection; enfin, durant l'expérience, on forçait le liquide à arriver sur les disques de verre horizontaux dans une direction parfaitement verticale. Dans ce but, un cylindre vertical, percé sur son pourtour de petits trous, était posé sur le disque supérieur, et des lames, verticales également, étaient fixées à la cloison du réservoir.

Nous mentionnerons plus loin les résultats obtenus.

b) Resterait à construire un appareil pour faire l'expérience **inverse** de la précédente. Si l'on faisait arriver un courant d'eau par le tube central d'un réservoir, de manière qu'elle se dirigeât horizontalement, entre deux disques de verre, vers la circonférence, les filets liquides colorés devraient manifester une déviation inverse de la précédente. Dans le cas du mouvement centripète, les particules liquides, en vertu de la loi des aires, prendraient de l'avance sur la rotation terrestre; dans le cas du mouvement centrifuge, elles manifesteraient un retard.

5. La théorie de la déviation des courants liquides n'est pas nette dans l'esprit des premiers expérimentateurs qui s'en sont occupés.

a) Perrot affirme que l'on voit ces courants s'infléchir *à droite*, comme l'indique la théorie du mouvement de rotation de la terre. Qu'entend-t-il par cette théorie? Il a sans doute en vue la loi générale, énoncée par Foucault, que les corps qui se meuvent librement, dans une direction horizontale, tels les projectiles, les rivières, ont une tendance à dévier vers la *droite* de l'observateur regardant dans la direction de leur mouvement, s'il s'agit de l'hémisphère boréal (cf. p. 57).

Perrot a bien dû voir les courants s'infléchir comme il le dit, mais dans son explication il a oublié de tenir compte des lois dynamiques des liquides. Et cette

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

manière de voir nous paraît confirmée par une observation de BABINET, faite peu de temps après les expériences de PERROT.

« L'expérience curieuse de M. PERROT, dit BABINET, ... m'a rappelé ce fait curieux observé d'abord dans le cours des grands fleuves de Sibérie... qui coulent vers le nord et qui étant arrivés en plaine, rongent continuellement leur rive droite... D'après une importante remarque de M. FOUCAULT, il en est de même pour les rivières allant de l'est à l'ouest ou de l'ouest à l'est, ou même dans une direction quelconque... Dans les cyclones..., les masses d'air, en se dirigeant vers le centre, prennent à droite comme l'eau dans l'expérience de M. PERROT, si c'est dans notre hémisphère, et si c'est dans l'hémisphère austral, elles prennent à gauche. A l'équateur, cet effet est nul ».

La loi sur le déplacement du lit des fleuves fut énoncée un an plus tard, d'une manière générale, par BAER dont elle porte le nom. (*Über ein allgemeines Gesetz in der Gestaltung der Flussbetten. St-Pétersbourg Bulletin,* t. II, 1860, pp. 1, 218, 353). Elle ne fait pas partie des **preuves mécaniques** de la rotation de la terre. Si nous la mentionnons ici, c'est pour rappeler au lecteur que son explication par la loi générale de FOUCAULT a été appliquée au cas particulier de l'expérience de PERROT, d'une manière fort peu satisfaisante.

b) Passons maintenant à l'expérience de COMBES. Son auteur tente d'en donner une explication (l. c., p. 778): « Si l'expérience que je viens de décrire pouvait être réalisée, la rotation apparente du tuyau nous offrirait, suivant une expression de M. POINSOT, un signe permanent de la rotation de la terre et une mesure de cette rotation, comme l'élégant et ingénieux gyroscope de M. FOUCAULT, ou comme le ferait une masse concentrée suivant la verticale d'un lieu et qui viendrait tout à coup à se développer symétriquement autour de cette verticale, ainsi que l'a indiqué notre illustre confrère ».

COMBES fait ici allusion, selon toute apparence, au passage des *C. R.*, t. 32, p. 206, où POINSOT décrit son « ressort coudé ». C'est donc bien le principe de la constance des aires qu'il a présent à l'esprit, quand il cherche à expliquer son projet d'expérience.

c) Une mise en équation explicite, et inexacte du reste, de l'expérience de PERROT a été tentée par BRASCHMANN (« Sur l'expérience de M. PERROT », *St-Pétersbourg Bulletin*, t. I, 1860, pp. 571-574). L'auteur, prenant pour guide les idées exprimées par PERROT, BABINET et BAER, considère les molécules liquides comme des masses en mouvement libre dans des directions horizontales, et il leur applique les formules générales du mouvement relatif. La formule à laquelle il arrive s'écrirait, dans notre système de notation:

$$\frac{du}{dr} = \frac{\omega \sin \varphi}{v_0}.$$

Les lettres u et r sont des coordonnées polaires, reliées au moyen des expressions:

$$x = r \cos u \quad \text{et} \quad y = r \sin u,$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

avec un système de coordonnées parallèles (x, y) relié lui-même à la terre. La lettre v_0 désigne la vitesse des particules liquides, supposée constante, et $\omega \sin \varphi$ représente, suivant l'usage, la rotation diurne autour de la verticale de latitude φ.

La formule de BRASCHMANN est tirée de la formule:

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{v} \cdot \frac{du}{dt}, \quad \left(\text{approximativement } v = \frac{dr}{dt}\right),$$

laquelle est une identité, étant donné que, dans le cas en question, la vitesse du liquide est à peu près une vitesse radiale. Mais pour passer de cette formule à la sienne, BRASCHMANN fait deux substitutions inexactes, à savoir:

$$v = v_0 \quad \text{et} \quad \frac{du}{dt} = \omega \sin \varphi.$$

La première est incompatible avec l'état de continuité de la masse liquide; quant à la vitesse $\omega \sin \varphi$, elle n'a rien à voir avec les molécules en mouvement dans le système de coordonnées (x, y), pas plus qu'avec le mouvement relatif apprécié par l'œil. C'est la vitesse du système (x, y) lui-même.

Cette double erreur se manifestera encore plus nettement dans le paragraphe qui va suivre.

6. TUMLIRZ, lui, a su, dans sa théorie des courants liquides, tenir compte des principes de l'hydrodynamique.

a) Pour simplifier le calcul, il fait les suppositions suivantes:

(1) aucun compte n'est tenu des **frottements** tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du liquide;

(2) autour du centre du liquide, il existe une certaine **symétrie**; donc, dans le système de coordonnées $(x = r \cos u$ et $y = r \sin u)$ les dérivées $\frac{\partial}{\partial u}$ peuvent être négligées en présence des dérivées $\frac{\partial}{\partial r}$;

(3) les courants liquides ont atteint un **état stationnaire**; donc les accélérations des coordonnées polaires s'annulent et l'on a $r'' = 0$, $u'' = 0$;

(4) enfin, les courants liquides sont approximativement **horizontaux**; donc $z' = 0$ par rapport à x' et y'.

b) Sous réserve de ces hypothèses, nous pouvons obtenir les équations de l'expérience en ajoutant aux équations générales du mouvement relatif (cf. p. 17) les dérivées de la *pression liquide horizontale* p, ce qui donne le système:

$$(1) \qquad \begin{cases} x'' = +2\omega \sin \varphi \cdot y' - \dfrac{\partial p}{\partial x}, \\ y'' = -2\omega \sin \varphi \cdot x' - \dfrac{\partial p}{\partial y}. \end{cases}$$

Les lettres primées désignent les dérivées par rapport au temps t.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

On voudra bien se rappeler que, dans ces équations, suivant la notation de GAUSS, les directions des coordonnées parallèles sont les suivantes:

$$+x = Sud, \quad +y = Est, \quad +z = Zénith.$$

Ce système a l'avantage que la vitesse positive de u concorde avec la vitesse angulaire $\omega \sin \varphi$ de la surface à la latitude φ.

Faisons la densité et la masse d'une molécule égales à l'unité ($\rho = 1$, $m = 1$), puisque ces quantités sont constantes en tous les points du liquide. Puis, posons:

$$x = r \cos u, \quad y = r \sin u,$$

multiplions les deux équations (1) respectivement par $\sin u$ et $\cos u$, retranchons-les l'une de l'autre; il vient:

$$-2r'u' - ru'' = +2\omega \sin \varphi . r' - \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial u}.$$

L'hypothèse de la symétrie autour du centre permet de négliger le dernier terme.

Multipliant donc les termes restants par r, on peut écrire:

$$(2) \qquad -\frac{d}{dt}(r^2 u') = +\omega \sin \varphi \frac{d}{dt}(r^2).$$

La forme de cette équation montre que u' n'est pas identique à $\omega \sin \varphi$, comme le supposait BRASCHMANN. En fait, à la circonférence du réservoir d'où partent les petits courants horizontaux, la vitesse angulaire est zéro, $u'_0 = 0$, bien que cependant tout le réservoir tourne, entraîné par la terre, avec une vitesse $\omega \sin \varphi$.

Intégrons de la circonférence, où $r = r_0$ et $u'_0 = 0$, à un point quelconque de la courbe d'une molécule liquide; nous avons:

$$(3) \qquad r^2 u' = +\omega \sin \varphi \,(r_0^2 - r^2).$$

Cette équation est l'équation (11) de TUMLIRZ, au signe près, car il donne aux lettres y et u des signes contraires à ceux que leur donne GAUSS.

c) Faisons-le tout de suite remarquer, pour justifier le titre de cette IV^e Partie, l'équation (3) exprime le principe de la constance des aires, pour chaque molécule liquide, dans sa trajectoire vers le centre. Pour s'en rendre compte, il est nécessaire de considérer la vitesse angulaire relative u' d'une de ces molécules comme la différence de deux vitesses absolues, à savoir la vitesse angulaire β' de cette molécule dans l'espace, et la vitesse angulaire $\alpha' = \omega \sin \varphi$ du réservoir lui-même, de telle sorte que:

$$u' = \beta' - \alpha'.$$

Les produits $r^2\beta'$ et $r_0^2\alpha'$ sont donc les doubles aires balayées par les rayons r et r_0 dans l'unité de temps. Puisque $u'_0 = 0$, le principe de la constance des aires est exprimé dans la formule:

$$r^2\beta' = r_0^2 \omega \sin \varphi.$$

Retranchons:

$$r^2\alpha' = r^2 \omega \sin \varphi,$$

il vient:

$$r^2 u' = (r_0^2 - r^2) \omega \sin \varphi,$$

qui n'est autre que l'équation (3).

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

d) Ce n'est pas tant la relation entre l'angle u et le temps t, qu'il faut tirer de l'expérience en question, que la relation entre les deux coordonnées polaires u et r. L'équation (3) donne la première de ces relations; la seconde est obtenue au moyen d'une formule qui exprime la condition de **continuité** des courants liquides.

Il ne s'agit ici que de courants **horizontaux** et, par hypothèse, ces courants ont une direction presque **radiale**. Pour rester d'accord avec les suppositions et les simplifications faites plus haut, nous considérerons les courants latéraux, perpendiculaires au rayon, comme si faibles que, comparés aux courants à direction radiale, ils pourront être négligés. Ceci posé, la quantité de liquide qui passe, radialement, à travers un élément d'espace $dz.\ rdu.\ dr$, peut être exprimée par les deux formules suivantes:

par une surface radiale: $dz\,.\,rdu\,.\,r'dt,$

par la surface opposée: $\left[rr' + \frac{d}{dr}(rr')\right]\ dz\,.\,du\,.\,dt.$

La *condition de continuité* exige que:

$$(4) \qquad \frac{d}{dr}(rr') = 0 \quad \text{ou} \quad r' = \frac{C}{r}.$$

Une vitesse radiale constante est évidemment incompatible avec l'expérience en question:

Divisons (3) par (4); il vient:

$$(5) \qquad \frac{du}{dr} = + \frac{\omega \sin \varphi}{C} \cdot \frac{r_0^2 - r^2}{r}.$$

L'intégration peut se faire par simple quadrature. Cette formule, comparée avec celle de BRASCHMANN, montre les erreurs de cette dernière.

7. La *comparaison de la théorie avec l'expérience* fut faite par TUMLIRZ de la manière suivante.

a) Il détermina la constante C en évaluant la quantité de liquide qui s'écoulait par l'orifice central en un temps donné. Il trouva 4.072 cm³ par seconde. Cette même quantité de liquide devait, par suite, passer, dans un temps égal, à travers le cylindre qui entourait la plus étroite des deux plaques de verre; on a donc:

$$2r_0 \pi\,.\,dz\,.\,r'_0 = 4.072.$$

Les dimensions de l'appareil donnent:

$$r_0 = 70 \text{ cm}, \qquad dz = 5 \text{ cm}, \qquad r'_0 = -0.00185 \text{ cm},$$

$$C = -0.1296 \text{ cm}^2 \text{ ou } -\frac{1}{8}.$$

A la latitude de Vienne, $\varphi = 48^0\,14'$, on a donc:

$$\frac{r^2_0\,\omega \sin \varphi}{C} = -\frac{4900 \times 2\pi \times 0.746 \times 8}{2400 \times 36} = -2.05 \quad \text{ou} = -117^0.5.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

A l'aide des formules (4) et (5) TUMLIRZ construisit la table suivante:

$r : r_0$	$- r'$	$u - u_0$
1.0	0.0019 cm	0°.0
0.9	21	1. 2
0.8	23	5. 1
0.7	26	12. 0
0.6	31	22. 4
0.5	37	37. 4
0.4	46	58. 3
0.3	62	88. 0
0.2	93	132. 7
0.1	0.0185	212. 3

La première et la troisième colonnes combinées servirent à représenter graphiquement les courants pour faciliter la comparaison avec les expériences. (TUMLIRZ, fig. 2).

b) Six **expériences** furent faites et leurs résultats enregistrés photographiquement au moyen d'un appareil fixé au plafond, verticalement, au-dessus du réservoir. Dans tous les cas, on ne commença à laisser l'écoulement du liquide se produire que longtemps après que le réservoir eût été rempli (40 heures même, dans un cas). Les photographies étaient prises un jour après l'ouverture du tuyau de sortie.

L'une de ces photographies est reproduite par TUMLIRZ (fig. 10 de son article). La déviation angulaire des courants centripètes est notablement plus faible dans ce cliché que dans le graphique théorique; on devait s'y attendre, après toutes les simplifications posées à la base des calculs.

Une singulière anomalie se manifeste dans ce cliché et se retrouve dans les cinq autres. Tandis que, dans trois des quadrants, la déviation des filets liquides est d'accord avec la théorie, dans le quatrième (marqué I) elle est toujours de sens contraire. La cause de ce phénomène a échappé, semble-t-il, à l'expérimentateur. On peut donc difficilement attribuer à l'expérience de TUMLIRZ une valeur *quantitative;* la valeur qualitative elle-même peut-être mise en discussion, tant que l'on ne pourra pas rendre compte, d'une façon certaine, de l'anomalie signalée.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

CINQUIÈME PARTIE.

LES NOUVEAUX APPAREILS

I NUOVI APPARECCHI.

Ing. Mannucci

ASSISTENTE ALLA SPECOLA

I nuovi apparecchi costruiti per la dimostrazione meccanica della rotazione della terra sono due: l'Isotomeografo ed una carrucola sospesa. Essi sono stati collocati in due edifici del Vaticano. Il primo nel piano terreno della torre di Leone IV destinata alla Sezione Astrografica, ed il secondo nel centro della scala triangolare che dal piano del Museo Vaticano conduce alle stanze semicircolari della nicchia del Bramante nel giardino della Pigna.

CAPITOLO I.

L'Isotomeografo.

A. - La località (Tav. II).

1. La **torre di Leone IV** ove è il telescopio Astrografico, situata all'angolo *SW* del bastione Vaticano, è alta circa mt. 20 ed è divisa in tre piani. I due superiori sono destinati alla sezione fotografica, e l'inferiore, costituito da un solo ambiente di forma circolare di mt. 9.00 di diametro, è stato prescelto per i nuovi esperimenti. Questo ambiente privo di finestre, ha due sole aperture, l'una corrispondente all'esterno, che ne forma l'ingresso, l'altra interna che congiunge l'ambiente medesimo con la scala che conduce ai piani superiori.

Per la qualità estremamente delicata degli esperimenti richiedendosi un assoluto isolamento, è stata chiusa ermeticamente la comunicazione con la scala, ed è stata collocata una vetrina con un diaframma rivestito di stoffa al vano interno per impedire la formazione di correnti d'aria, e per attutire le vibrazioni inevitabili nell'apertura e chiusura della vetrina esterna.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

2. La considerevole grossezza del muro, che al piede della torre sorpassa i mt. 4, ha permesso di fare il **posto** di osservazione fra le due vetrine, potendosi attraverso i cristalli vedere tutto l'ambiente interno. In questo spazio è stato collocato l'orologio ed il quadro ove fanno capo i fili conduttori elettrici destinati alla illuminazione dell'ambiente ed agli esperimenti.

La **sala** degli esperimenti, coperta da solidissima volta sferica, ha il pavimento di legno sotto al quale è stato scavato un ambiente sotterraneo che nel mezzo raggiunge una profondità di mt. 5.00.

La parete circolare e la volta della sala sono tinteggiate con colore chiaro in modo da ottenere la maggiore possibile riflessione di luce. All'ingiro della parete è stata disegnata in nero l'intiera graduazione del circolo con la numerazione di 10 in 10 gradi, servendosi di un teodolite collocato nel centro. Questa operazione è stata eseguita con ogni esattezza per ridurre l'errore di ogni grado, inferiore ad un decimo di grado. Si è avuto cura poi di proporzionare la grandezza dei numeri e la stessa grossezza delle linee di divisione, in maniera da potersi vedere facilmente attraverso i cristalli dal posto di osservazione.

Per misurare lo spostamento angolare dello strumento, incontro al posto di osservazione ad una altezza di mt. 2.50 dal pavimento, è stata collocata una lanterna di proiezione avente al foco dell'obbiettivo una fessura registrabile, la cui imagine è proiettata sulla graduazione del cerchio dopo avere subìto la riflessione da uno specchio fissato nel centro dello strumento stesso.

B. - Il primo modello dell'apparecchio.

3. Per eseguire gli esperimenti destinati alla nuova prova della rotazione della terra, il Direttore della Specola proponeva i seguenti **problemi.** Costruire una armatura sospesa che dovesse reggere due masse pesanti che potessero, senza bisogno di appressarsi ad essa, scorrere dal centro alle estremità, ed in seguito tornare alla primitiva posizione mantenendosi in posizione simmetrica rispetto alla linea di sospensione.

Il movimento delle masse doversi fare per effetto della gravità, e doversi determinare al medesimo istante sulle due masse, bruciando con la corrente elettrica un filo fusibile destinato a trattenerle nella posizione iniziale. Doversi escludere nella costruzione di questo apparecchio ogni materiale che potesse essere influenzato dal magnetismo, eccezione fatta della sospensione, e finalmente dare alle masse mobili il maggior peso possibile e il minimo alla armatura o sostegno.

4. L'**apparecchio** preliminare, ideato secondo le prescritte norme, fu costruito nelle officine del Vaticano, e fu collocato al suo posto nel Giugno 1908. L'armatura fu composta tutta in legno, adottando per le masse mobili il **mercurio** contenuto in serbatoi di alluminio spalmati con grasso nell'interno per evitarne la corrosione. Uno di questi serbatoi era collocato in alto nel centro dell'armatura avente un diaframma passante per linea di sospensione per dividere in due parti uguali la massa del mer-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

curio. Due valvole terminate con disco di cautchouc e tenute aderenti al fondo con una legatura congiunta col filo fusibile, erano collocate al fondo di questo serbatoio e disposte in posizione simmetrica al centro dell'apparecchio. Al lanciare la corrente elettrica sul filo fusibile, le due valvole erano liberate e si aprivano istantaneamente per l'effetto di una molla spirale di contrasto, ed allora il mercurio, per mezzo di tubi collocati sulla armatura, era condotto a due altri serbatoi fissati alle due estremità dell'armatura stessa. Questi due recipienti erano muniti di valvole congiunte anch' esse con un filo fusibile, ed in comunicazione per mezzo di tubi, con un altro serbatoio situato nel centro dell'apparecchio nella parte inferiore, per modo che bruciando il filo fusibile, avveniva l'apertura delle valvole ed il mercurio fluiva nel detto serbatoio. Si otteneva così il passaggio delle due masse dal centro alle due estremità e quindi dalle estremità al centro.

Il circuito elettrico era stabilito in modo che uno dei poli passava per la sospensione dell'apparecchio, mentre l'altro dal pavimento della stanza andava a raggiungere il filo fusibile per mezzo di una piccola catena metallica attaccata alla estremità inferiore dell'apparecchio, poggiata semplicemente sopra una lastrina metallica posta sul pavimento.

Il punto di sospensione, che doveva essere accessibile, fu fatto sul pavimento della stanza superiore perforando la volta.

Nei primi esperimenti si credette opportuno di fare la sospensione **rigida** in legno terminata con un gancio di acciaio poggiato in una vaschetta di agata, nella quale era versato il mercurio per il passaggio della corrente elettrica. Questa sospensione fu però subito sostituita con altra formata da un **fascio** di fili di rame paralleli.

Il diametro longitudinale dell'apparecchio fu di quasi nove metri, cioè della massima lunghezza consentita dalle dimensioni dell'ambiente.

Con l'istrumento così disposto si potè fare dall'Agosto all'Ottobre 1908 una serie di esperimenti qualitativi con risultato pienamente soddisfacente. In pari tempo però si vide che lo strumento non era per nulla adatto per esperimenti quantitativi. Si dovette quindi studiare un nuovo apparecchio che soddisfacesse a questa condizione.

C. - Il secondo modello dell'apparecchio (Tavole IV e V).

5. Gli esperimenti eseguiti col primo modello posero in rilievo alcuni fatti che opponevano un grave ostacolo per l'**esattezza** degli esperimenti quantitativi. Primieramente dall'impiego del mercurio per le masse mobili, dovendo questo essere condotto con tubi, ne derivava la grande difficoltà di farlo fluire sulle direzioni opposte con uguale velocità.

Il trasporto delle masse non avvenendo esattamente nello stesso tempo, produceva sensibili oscillazioni dell'apparecchio nel senso verticale.

Era poi quasi impossibile l'impedire il versamento di piccole quantità di mercurio ogni volta che preparavasi l'esperimento, d'onde risultava, che lo strumento nella posizione di riposo, molto difficilmente conservasse la posizione orizzontale. Di più la preparazione degli esperimenti, oltre che essere laboriosa, era nociva alla

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

salute a motivo del necessario travaso del mercurio dal serbatoio inferiore a quelli superiori.

Un altro non lieve difetto fu riconosciuto nella sospensione dell'apparecchio fatta col fascio di fili paralleli di rame. Ogni volta che l'apparecchio si caricava del peso del mercurio avveniva un allungamento, per modo che la lunghezza della sospensione variava da un esperimento all'altro.

6. Per rimediare a questi difetti si decise dapprima di sostituire il mercurio con masse di **piombo,** che potessero trasportarsi dal centro all'estremità e viceversa in una linea orizzontale. A tal uopo furono costruiti due carrettini di quattro ruote ciascuno formati a cassa, sulla quale erano fissati dei parallelepipedi di piombo.

Con questo cambiamento la forma dell'armatura fu considerevolmente semplificata. Essa fu costruita della larghezza richiesta dallo scartamento delle ruote dei carrettini, fissando le rotaie in ottone nella parte superiore e ponendo tutto lo studio per ottenere una assoluta rigidità sia nel senso verticale, sia nel senso trasversale. Nelle Tav. IV e V è riprodotto questo secondo strumento con i suoi carrelli.

Il trasporto orizzontale delle masse, non potendosi ottenere più dall'azione della gravità sulle masse stesse, si adottò un **peso** centrale sostenuto da un cordino flessibile. Questo peso allorquando doveva trasportare le masse dal centro alle estremità, agiva sopra una funicella la quale dal centro dello strumento andava alle estremità, e da queste per mezzo di due carrucole era trasportata nuovamente al centro, ove le due estremità erano attaccate ai due carrettini. Il peso era tenuto fisso dal filo fusibile: allorquando questo era bruciato, il detto peso discendeva verticalmente nel centro del sotterraneo ed avveniva il trasporto delle masse alle estremità. Quivi giunte erano fermate da un sistema di leve ordinate in modo da impedire ogni urto.

È facile poi il comprendere come col medesimo peso riportato alla posizione primitiva e col sussidio di carrucole di trasporto, si potessero ricondurre le masse o carrelli dalle estremità al centro.

Con questo apparecchio il trasporto delle masse fatto da una sola funicella avveniva in modo assolutamente regolare e senza dar luogo ad alcuna oscillazione verticale.

7. I difetti derivanti dalla sospensione fatta con un fascio di fili paralleli furono rimediati col sostituirli con un **solo filo** di acciaio, che in seguito fu cambiato con altro avente un diametro doppio per ottenere una maggiore stabilità e per essere in grado di aumentare le masse mobili. Per non avere una perdita nella sensibilità dello strumento, fu quasi raddoppiata la lunghezza del filo, trasportando il punto di sospensione al piano superiore, avendo cura però di coprire accuratamente la sospensione medesima ed il filo che passava nel centro della stanza intermedia, nella quale si doveva qualche volta accedere per operazioni riguardanti il lavoro astrografico. Siffatta sospensione però con un filo lungo circa 16 metri risultò talmente sensibile, che lo strumento anche dopo molte ore di quiete, non trovava mai il suo equilibrio,

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

e si vide che il centro di oscillazione cambiava continuamente descrivendo una sinuosa irregolare.

Essendo d'altra parte la stabilità dello strumento di primaria importanza, la lunghezza del filo venne ridotta alla dimensione primitiva di quasi metri 7, adottando il sistema **bifilare**. A tale scopo il filo primitivo fu fatto passare sopra una carrucola avente un diametro di 3 centimetri.

8. Il secondo strumento ha il medesimo diametro longitudinale del primo, il suo peso sorpassa 250 kilogrammi di cui un terzo appartiene all'armatura e due terzi alle masse mobili.

L'Isotomeografo fu condotto a termine nella sua forma semplice indicata nelle Tav. IV e V nel mese di Febbraio 1910, non senza incontrare notevoli difficoltà.

Al conseguimento del buon risultato finale contribuì non poco l'opera intelligente prestata dall'ADRIANO QUARTI e dai fratelli GIULIO e ANDREA STOPPA, il primo addetto alla sorveglianza dei lavori, e gli altri nella loro qualità di meccanici delle officine del Vaticano, ove lo strumento del primo e secondo modello fu costruito.

CAPITOLO II.

La carrucola sospesa.

A. - La località (Tav. III).

1. Si è accennato che la carrucola sospesa è stata collocata nella **Scala triangolare** prossima alla grande nicchia dell'edificio di BRAMANTE nel giardino della Pigna. Questo grandioso edificio termina verso il *Nord* con un palazzo a tre piani avente il prospetto nel detto giardino. Nel centro di questo prospetto vi è la grande nicchia che termina con una grande terrazza ornata con portico semicircolare (Tav. III). Una delle scale di questo palazzo è ricavata in un angolo del rettangolo circoscritto alla curva della nicchia, ed è per ciò di pianta triangolare. Questa scala non arriva però alla terrazza, alla quale si accede per una scala a chiocciola (*a*).

2. Il triangolo nel quale è sviluppata la scala costituisce sul piano della terrazza una **stanza** di forma triangolare coperta con volta, nella quale è collocata la carrucola mobile.

Dalla sommità del tetto fino al punto inferiore della scala vi è una altezza di 28 m. Il punto di sospensione della carrucola è stato costruito alla sommità del tetto, avendo cura di proteggerlo con solida copertura dalle intemperie e dall'ingresso dell'aria.

Si è quindi perforata la volta che copre la stanza triangolare nel punto ove coincide l'asse della scala, dopo avere praticato un foro circolare sul pavimento, il cui centro coincide parimenti coll'asse della scala stessa.

Questo foro ha un diametro di mt 0. 50.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Il punto di attacco della sospensione è costruito in modo da poter dare alla carrucola, sia essa tenuta da un semplice filo, o da un sistema bifilare, un azimut qualsiasi.

3. Nella Tav. III apparisce chiaramente la **disposizione generale** di questo nuovo apparecchio. La delicatezza delle osservazioni non permettendo l'ingresso nella stanza, il punto di osservazione è stato stabilito all'esterno della terrazza innanzi alla nicchia (*b*). Si è quindi perforato il muro nella direzione dell'asse della scala triangolare (*c*) e sul filo di sospensione, immediatamente al disopra della armatura della carrucola, si è fissato uno specchio a facce esattamente parallele, in modo da potere indirizzare la visuale nel punto (*d*), ove è situata una scala segnata su vetro lattato, illuminata per trasparenza da una lampada elettrica chiusa entro una scatola.

Per le osservazioni si è adottato un teodolite collocato nella nicchia (*b*) e poggiato sopra solida base di marmo.

Il cannocchiale è diretto verso l'asse della scala per il foro fatto nel muro della nicchia stessa. Questo foro si è munito di un finestrino scorrevole a *coulisse* da aprirsi nel momento della osservazione. Siccome questa apertura avrebbe certamente prodotto una alterazione nell'aria della stanza, si è costruita innanzi alla nicchia una cabina (*e*) sulla terrazza, nella quale l'osservatore, dopo essersi chiuso, potesse aprire il detto finestrino a *coulisse* per farvi le osservazioni.

In questa cabina, come nella stanza di osservazione dell'Isotomeografo, concorrono le linee elettriche che servono per la illuminazione degli ambienti, della scala di misura situata nella nicchia (*d*), e per la bruciatura del filo fusibile.

Se mediante questa cabina situata all'esterno dell'ambiente che contiene la carrucola, si è provveduto ad assicurare la perfetta quiete dell'aria in questo ambiente medesimo, si doveva provvedere che l'aria rimanesse parimenti tranquilla in tutta l'altezza della tromba della scala triangolare nella quale dovevano scorrere i pesi connessi con la carrucola. A questo scopo sono state chiuse tutte le aperture con tela incartata, in maniera che la tromba della scala è divenuta un tubo completamente chiuso comunicante con la stanza della carrucola per mezzo del foro circolare fatto nel pavimento in corrispondenza precisa coll'asse della scala. Solo fu necessario sistemare una porta nel punto inferiore per accedervi allo scopo di regolare i pesi e la vasca dell'acqua, nella quale questi andavano ad immergersi per eliminare i movimenti di vibrazione estranei, e per dare all'apparecchio la maggiore possibile stabilità, come sarà meglio spiegato nella parte VII^a.

B. - Lo strumento (Tav. VI).

4. I **problemi** proposti dal Direttore della Specola per eseguire questi nuovi esperimenti erano i seguenti:

Costruire una carrucola sospesa con due pesi attaccati ad un filo accollato ad essa, in modo che mentre uno di essi veniva sollevato per appressarsi alla carrucola l'altro discendesse in basso.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VaIPS..1B...1H

Le altre condizioni furono del tutto simili a quelle che furono imposte per l'Isotomeografo, cioè di escludere i materiali che potessero essere influenzati dal magnetismo, e di costruire i due pesi mobili della maggiore massa possibile e la carrucola della minima, per concentrare il *momento di inerzia* pressochè intieramente nei pesi mobili.

5. La **carrucola** avente un diametro di cent. 20 ed una grossezza di un centimetro fu costruita in ottone. Per conciliare però la maggiore possibile stabilità dell'apparecchio col minimo peso, l'armatura fu fatta di alluminio. I due **pesi** mobili sono di forma cilindrica terminati a cono alle due estremità. Ciascuno di essi ha una lunghezza di un metro ed un diametro di 10 centimetri. Sono stati fatti di piombo fuso, colando il piombo stesso entro apposita forma nel cui centro era stata collocata una bacchetta di bronzo, che ne forma l'asse longitudinale, e quindi ridotti alla forma geometrica suddetta con accurata tornitura. All'asta di bronzo è solidamente attaccata la fune pur essa di bronzo di circa mezzo centimetro di diametro, la quale scorre nella scanalatura scavata nella periferia del disco della carrucola. Il peso di ciascuno dei cilindri di piombo è di kilogrammi 80.

La carrucola è **sospesa** mediante un filo di acciaio della lunghezza di met. 4. 70. In principio questa sospensione fu fatta con un solo filo, per dare all'apparecchio la maggiore possibile sensibilità; ma fin dai primi esperimenti si vide la necessità di adottare la sospensione bifilare, come avvenne per l'Isotomeografo.

La sospensione bifilare fu fatta prendendo un filo della lunghezza di mt. 9. 40 e passandolo sulla circonferenza di una piccola carrucola avente un centimetro di diametro, la quale forma il punto di sospensione. Le due estremità del filo invece di fissarle direttamente sulla armatura della carrucola furono attaccate ad una cerniera, in modo da permettere all'armatura stessa di muoversi nel piano del disco o, che è lo stesso, nel piano formato dagli assi dei due pesi.

6. La **scala di misura** è incisa sopra cristallo lattato, come si è accennato, ed è illuminata da una lampada elettrica chiusa entro una scatola, e posta dietro la scala. L'accensione della lampada si fa dalla cabina di osservazione. La scala è di centimetri 10 divisa in cento colla numerazione di 10 in 10 millimetri.

Il **teodolite,** che come si è detto, è solidamente appoggiato sopra una lastra di marmo nella grossezza del muro della nicchia ad una comoda altezza per le osservazioni, ha un obbiettivo di 25 millimetri di apertura.

L'oculare è provvisto di un reticolo a croce di fili di ragno. Lo strumento ha i soliti piccoli movimenti di azimut e di altezza.

Lo **specchio** che riflette la scala sul teodolite ha le stesse dimensioni della scala, esso è fissato sopra la cerniera situata sopra la carrucola, ed è tenuto con molle sopra uno dei fili della sospensione bifilare. Questo specchio è fatto con cristallo a facce esattamente parallele, di maniera che le imagini riflesse sono perfette. La di-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

stanza ottica dalla scala all'obbiettivo del teodolite è di mt. 7. 70. La scala, lo specchio ed il teodolite sono alla medesima altezza del pavimento della stanza.

7. Nella cabina di osservazione costruita sulla terrazza è stato collocato lo stesso **orologio** siderale che fu usato per l'Isotomeografo, il quale dà un colpo di campanello ad ogni venti secondi.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

SIXIÈME PARTIE.

THÉORIE DES NOUVELLES EXPÉRIENCES

CHAPITRE I.

Le pendule de torsion comme appareil auxiliaire.

1. Un pendule de torsion se compose d'un corps pesant, suspendu à un point fixe par un fil ou une tige possédant de l'élasticité de torsion. Dans toutes nos expériences, ce corps lourd sera considéré comme formant un système **rigide**; par suite nous n'aurons à considérer, dans l'appareil, que des mouvements de **rotation** et non des mouvements de **translation**.

Nous choisissons notre système de coordonnées parallèles, de telle façon que l'axe des z passe verticalement par le point de suspension du pendule, son sens étant du reste indifférent. Les axes horizontaux x et y sont reliés à un système de coordonnées polaires définies par les formules:

$$x = r\cos u, \qquad y = r\sin u.$$

Le sens positif de ces axes est déterminé par cette condition que si l'on fait tourner l'axe positif des x de 90^0 dans le sens positif, celui-ci vient prendre la place de l'axe positif des y. Quant à la direction positive de l'angle u, c'est celle de la rotation diurne.

Par raison de brièveté, les dérivées premières et secondes de toutes les coordonnées, par rapport au temps t, seront indiquées respectivement par un ou deux accents.

Ceci posé, le mouvement de **rotation** d'une molécule quelconque de masse m est donné par la formule:

$$(1) \qquad m r^2 u'' = r R,$$

dans laquelle mr^2 est le *moment d'inertie* de la molécule m, ainsi appelé par EULER (*Theoria motus corporum solidorum*, V), et R une force agissant perpendiculairement au rayon r, de façon que, dans son sens positif, elle tende à augmenter l'angle u. La force représentée par le produit rR, a reçu de POINSOT le nom de *couple* (*Eléments de Statique*, Paris 1804), et le produit lui-même est appelé le *moment du couple*.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Pour se servir correctement de la formule (1) il faut prendre garde qu'elle ne fait que définir la **force angulaire**, tout comme les formules:

$$(2) \qquad m x'' = X, \qquad m y'' = Y,$$

définissent des **forces rectilignes**. En fait, même, la première définition n'est qu'une conséquence de la dernière: cela ressort évidemment de la combinaison suivante des équations (2):

$$(3) \qquad m\,(x y'' - y x'') = x\,Y - y\,X.$$

L'équation (3) est identique à (1); pour s'en rendre compte, il suffit d'introduire dans (3) les coordonnées polaires r et u; il vient:

$$(4) \qquad m r^2 u'' = r\,(\cos u \cdot Y - \sin u \cdot X).$$

Le facteur qui multiplie r n'est autre que la force R, définie plus haut. Evidemment, elle forme avec l'axe positif des x l'angle $90^0 + u$ et ses composantes sont, par suite,

$$X = - R \sin u, \qquad Y = + R \cos u.$$

2. Puisque nous supposons que le pendule de torsion forme un système rigide, nous pouvons sommer la formule (1) pour l'ensemble des molécules:

$$(\Sigma m r^2)\, u'' = \Sigma r R.$$

La somme qui multiplie le facteur u'' est le *moment d'inertie* du système; nous la désignerons par K. La somme des couples qui forme le second membre est équivalente à un couple unique, que nous désignerons par P. La formule fondamentale du mouvement de rotation du système rigide est donc:

$$(5) \qquad K u'' = P;$$

elle exprime ce que l'on nomme le *principe général des aires,* en tant que distinct du *principe spécial des aires constantes.*

De même que les formules (1) et (2) expriment, de manière analogue, une force angulaire et une force rectiligne, la formule (5) a son analogue dans les équations:

$$(5') \qquad M x'' = \Sigma X, \qquad M y'' = \Sigma Y,$$

qui expriment le *principe du mouvement du centre de gravité.*

3. Pour tirer de l'identité (5) l'équation de mouvement du pendule de torsion, il est nécessaire d'y introduire l'expression des forces angulaires extérieure et intérieure qui vont agir sur lui. La somme des couples extérieurs peut se représenter par Q. La force angulaire intérieure n'est autre que le *moment de torsion* du fil. Nous pouvons l'exprimer par une formule linéaire, du moins tant que l'angle u reste dans des limites faibles; on a alors:

$$\textit{Moment de torsion} = - D u,$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

D étant une constante qui dépend du *module de torsion* et de la dimension du fil de suspension. On la nomme souvent *force de direction*. Quant à l'angle u, on le compte évidemment à partir du point $u_0 = 0$ où le moment de torsion est nul.

L'équation de mouvement est fixée par cette condition que le couple défini en (5) doit, à chaque instant, équilibrer toutes les forces intérieures et extérieures:

$$P = -Du + Q.$$

Nous avons donc finalement l'équation:

$$Ku'' = -Du + Q, \tag{6}$$

laquelle est l'**équation de mouvement du pendule de torsion.**

4. Deux cas sont à distinguer dans l'application que nous ferons de cette formule à nos expériences: ou bien le mouvement de torsion est produit uniquement par une vitesse initiale imprimée au système rigide, ou bien il est causé par des forces extérieures permanentes. Dans le premier cas, l'équation (5) doit être intégrée; dans le second, aucune intégration n'est nécessaire. Reprenons ces deux cas.

a) Lorsque le mouvement de torsion est dû à une force **extérieure** Q, après quelques oscillations, le pendule se fixe en un point u_1, différent du point u_0 où il se trouvait avant l'action de cette force. Alors la quantité qu'il est le plus convenable d'observer est la différence des deux points u_1 et u_0. Comptant donc, comme plus haut, l'angle u à partir du point $u_0 = 0$, nous avons $u'' = 0$ pour la nouvelle position d'équilibre, et nous tirons de (6) l'équation suivante:

$$Du_1 - Q = 0, \tag{7}$$

laquelle nous permettra de nous rendre compte de l'accord de l'expérience avec la théorie.

b) Quand, au contraire, le mouvement de torsion est dû à une impulsion **initiale** u'_0, sans que la force, cause de l'impulsion, continue son action, le pendule, après quelques oscillations, revient à sa première position d'équilibre, $u_0 = 0$. Mais, quelle phase du mouvement observer, la vitesse ou l'amplitude? En pratique, c'est l'amplitude que l'on observe le plus facilement. Il est donc nécessaire, pour comparer nos expériences avec la théorie, d'intégrer l'équation:

$$u'' = -A^2 u, \qquad \text{où} \qquad A^2 = \frac{D}{K}. \tag{8}$$

Ici, une explication. Les quantités D et K, on se le rappelle, sont essentiellement positives.

L'équation (8), équation différentielle linéaire du second degré, a été intégrée pour la première fois, sous une forme générale, par EULER. EULER montra (*Misc. Berolin.*, t. VII, 1743, pp. 193-242; comparez *Inst. Calc. Integ.*, II, §§ 1125-1129, spécialement § 1135) que u est, ou une exponentielle, ou une fonction trigonométrique

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

de t, suivant que le facteur de u est positif ou négatif. Dans le premier cas, le pendule tourne constamment dans la même direction, à partir d'un instant donné; dans le second cas, il oscille de part et d'autre d'une position moyenne. L'intégrale de (8) est:

$$u = B \sin (At + C).$$

La constante A est donnée par la construction de l'instrument; les constantes B et C sont arbitraires. Nous les déterminerons par les deux conditions suivantes: le temps t aura comme origine l'instant où l'angle u, partant de zéro, commence à croître dans une direction quelconque; la vitesse initiale u'_0 est une quantité donnée. On a donc:

$$u_0 = B \sin C = 0, \quad \text{ou} \quad C = 0,$$

$$u'_0 = BA, \quad \text{»} \quad B = \frac{u'_0}{A} = u'_0 \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

La constante A peut être exprimée en fonction du temps d'oscillation de l'appareil. Soit T la durée d'une oscillation **simple**; la valeur d'une période entière est:

$$2AT = 2\pi, \quad \text{ou} \quad A = \frac{\pi}{T}.$$

L'intégrale de l'équation (8) prend donc la forme définitive suivante:

$$u = u'_0 \frac{T}{\pi} \sin \pi \frac{t}{T}. \tag{9}$$

Cette formule est homogène, comme elle doit l'être, au point de vue des unités de longueur et de temps.

Pour observer l'**amplitude** initiale U, il suffirait de poser $t = \frac{1}{2} T$ ou de prendre simplement le coefficient du sinus:

$$U = u'_0 \frac{T}{\pi}. \tag{10}$$

CHAPITRE II.

L'isotoméographe.

1. Une expérience faite avec *l'isotoméographe* ou *instrument aréolaire* comprend essentiellement deux observations et une manœuvre intermédiaire: observation du repos apparent de l'appareil, - déplacement horizontal des masses, - observation du mouvement apparent de l'appareil. Au point de vue de la théorie, il est donc nécessaire de distinguer deux étapes d'observation, correspondant à deux dispositions différentes de l'appareil. Nous désignerons ces deux parties par les lettres α et β, seules ou affectant en indice les symboles que nous aurons à employer, suivant que ces symboles se rapportent à l'une ou à l'autre partie de l'expérience: α se rappor-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

tant à l'appareil **avant** le déplacement des masses, β à l'appareil **après** leur déplacement.

Entre les deux positions de l'instrument désignées par les symboles α et β, il existe un état **intermédiaire**, correspondant à la manœuvre intermédiaire du déplacement des masses. En cet état transitoire, l'appareil ne forme pas un système rigide, et la formule (5) ne saurait en général lui être appliquée [1]. Nous reviendrons sur ce point dans le second paragraphe.

D'après notre convention, les deux *moments d'inertie*, avant et après le déplacement des masses, seront K_α et K_β; les durées d'une oscillation simple du pendule de torsion seront de même T_α et T_β. L'angle u, dans la théorie précédemment faite, au chapitre I, était compté à partir du point de repos apparent, le moment de torsion étant nul à cet instant; en effet, nous avons pris

$$\textit{Moment de torsion} = -Du.$$

Puisque le point de suspension de l'appareil est en communication constante avec la terre, le point origine de l'angle u l'est aussi. L'angle u et sa vitesse sont donc **relatifs** à la terre. Pourtant, en distinguant les deux phases de l'expérience, il sera préférable de considérer les angles α et β et leurs vitesses α' et β' en **valeurs absolues**, en les comptant à partir d'un rayon qui ne participe pas à la rotation terrestre. Il suffit pour cela de faire

$$u = \beta - \alpha, \qquad \text{et} \qquad u' = \beta' - \alpha'.$$

L'appareil, dans le premier stade de l'expérience, est supposé en repos apparent: donc la vitesse angulaire α' est évidemment la vitesse angulaire de la terre autour de l'axe vertical z. Il sera bon, comme nous l'avons dit déjà plus haut, de considérer α' comme un quantité essentiellement positive.

2. Il est maintenant nécessaire, comme le demande la théorie, de connaître la **vitesse initiale** $u'_0 = \beta'_0 - \alpha'$. La quantité α' est supposée constante, et toute la question est de trouver la valeur de β'_0 dans l'instant qui suit le déplacement des masses. Or, dans la première disposition de l'instrument, et au **premier instant** qui suit sa modification, l'appareil participe au mouvement angulaire du point de suspension, et le couple P de l'équation (5) est **nul**. Cette assertion, à la vérité, implique une hypothèse, à savoir que, pendant la manœuvre intermédiaire du déplacement des

[1] ROUTH (*The Advanced Part of a Treatise on the Dynamics of a System of Rigid Bodies*, London, 1905, art. 46, Ex. 5, p. 43) a prouvé, le premier ce semble, que, dans le cas du *ressort coudé* de POINSOT, comme du reste pour tout appareil qui se meut symétriquement, ou à l'axe de suspension ou au plan horizontal, le produit Ku' demeure constant **durant le déplacement des masses** (voir la note p. 101).

Cette condition, évidemment, n'est pas vérifiée dans l'appareil de TESSAN (voir p. 100). Cet appareil se meut bien symétriquement par rapport au centre de gravité de la barre rigide; mais son mouvement n'est symétrique ni à l'axe de suspension, ni au plan horizontal.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

masses, manœuvre qui sera toujours de courte durée, la vitesse angulaire u'_0 de l'appareil ne subit aucun changement appréciable. Cette hypothèse se trouve pleinement vérifiée par les expériences actuellement exécutées, et nous n'avons jamais noté une rotation quelconque de l'appareil **avant** que les masses aient atteint leurs nouvelles positions.

L'intégrale première de l'équation (5) est $Ku' = \text{const.}$ et elle exprime le principe de la **constance** des aires, puisque $u' \Sigma mr^2$ exprimè la double vitesse des aires.

Elle fournit immédiatement la vitesse angulaire β'_0 du système, au **premier instant** de la seconde phase de l'expérience:

$$K_\beta \beta'_0 = K_\alpha \alpha'.$$

Nous avons donc, en somme:

$$(11) \quad \begin{cases} \beta'_0 = \alpha' \dfrac{K_\alpha}{K_\beta} \ldots\ldots\ldots \text{(vitesse initiale } \textbf{absolue}\text{).} \\ \beta'_0 - \alpha' = \alpha' \left(\dfrac{K_\alpha}{K_\beta} - 1 \right) = u'_0 \text{ (vitesse initiale } \textbf{relative}\text{).} \end{cases}$$

Les deux formules indiquent que, pour $\alpha' = 0$, nous avons $\beta' = 0$ et $u'_0 = 0$, en d'autres termes que, si la terre ne tourne pas, le déplacement des masses laisse l'appareil parfaitement au repos, dans le plan horizontal; elles indiquent aussi *vice-versa* que, si la terre tourne, le déplacement des masses produit une rotation de l'appareil dans un sens **positif** ou **négatif**, suivant que, lors de sa première disposition, l'appareil a le plus grand ou le plus petit moment d'inertie.

Poinsot (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 207) donne les deux formules (11) sous la forme facile à saisir:

$$v' = v \frac{a}{A} \qquad \text{et} \qquad v - v' = v \frac{A - a}{A},$$

v et v' désignant les vitesses absolues avant et après le déplacement du ressort. Il ne parle que de la transition du plus faible moment d'inertie a au plus considérable A, et annonce la rotation du ressort en **sens contraire** de la rotation terrestre. Jullien (II, 244) donne le problème sous une forme plus générale, avec les formules même de Poinsot, mais sans s'arrêter aux conclusions.

3. Les moments d'inertie peuvent être remplacés par les temps d'oscillation correspondants.

Les équations (8) nous donnent:

$$\frac{D}{K} = A^2 = \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 \qquad \text{ou} \qquad \frac{K_\alpha}{K_\beta} = \left(\frac{T_\alpha}{T'_\beta} \right)^2.$$

Substituant ces valeurs dans (10) et (11), nous avons l'expression de **l'amplitude** initiale:

$$U = \alpha' \frac{T_\beta}{\pi} \left(\frac{T_\alpha^2}{T'^2_\beta} - 1 \right).$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Notons deux transformations pour l'application pratique de cette formule.

La vitesse constante α' est la composante de la rotation terrestre ω, suivant l'axe vertical, à la latitude φ; par suite, on a:

$$\alpha' = \omega \sin\varphi.$$

La formule de **l'amplitude** peut donc finalement s'écrire ainsi:

$$U = \frac{\omega \sin\varphi}{\pi}(T_\alpha - T_\beta)\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta} + 1\right). \tag{12}$$

Sous cette forme, les deux termes entre parenthèses ont une signification pratique. Le premier $(T_\alpha - T_\beta)$ est une constante dont le signe seul est variable et, par suite, détermine le signe de U. L'amplitude s'effectuera dans la direction de ω quand l'expérience débutera avec le moment d'inertie le plus considérable; elle s'effectuera en sens inverse lorsque l'instrument aura, au début, le plus faible moment d'inertie.

La seconde parenthèse détermine la valeur de l'amplitude. Elle montre que l'amplitude maximum est atteinte quand on commence l'expérience en donnant à l'appareil le plus grand moment d'inertie. Dans l'expérience imaginée par POINSOT, l'amplitude aurait été minimum.

Enfin les deux parenthèses montrent que l'amplitude de la première phase est plus considérable quand elle s'effectue **dans le sens** de la rotation de la terre, que lorsqu'elle a lieu **en sens contraire.**

4. Application. Le produit:

$$(T_\alpha - T_\beta)\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta} + 1\right) = \Pi,$$

a deux valeurs et représente les seules *constantes* de l'appareil. Ces valeurs peuvent être déterminées une fois pour toute une série d'expériences. La formule (12) peut se mettre sous la double forme suivante:

$$(13)\quad \begin{cases} (a) & U = \omega \sin\varphi \dfrac{\Pi}{\pi}, \\ (b) & \omega \sin\varphi = \dfrac{\pi}{\Pi} U. \end{cases}$$

La formule (a) servira à fixer la valeur **théorique** de l'amplitude U. Dans la formule (b) au contraire, on substituera à U les différentes valeurs **observées.**

Pour Rome, nous avons:

$$\varphi = 41^0\,54', \qquad \sin\varphi = 0.6678, \qquad \frac{\sin\varphi}{\pi} = 0.2126.$$

Prenons 1^m et 1^0 comme unités de temps et d'angle; nous avons:

$$\omega = \frac{1}{4}, \qquad \frac{\omega \sin\varphi}{\pi} = 0^0.05315, \qquad \omega \sin\varphi = +\,0^0\,1670 \text{ (théoriquement).}$$

5. Les valeurs de $\omega \sin\varphi$, résultant des différentes amplitudes U observées, ont besoin de subir un certain nombre de **corrections.** Les objets environnants, les appa-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

reils auxiliaires, des particularités inhérentes à l'instrument lui-même peuvent, en effet, être la cause de divers troubles.

a) Parmi les **objets environnants,** deux surtout peuvent avoir une influence troublante:

La résistance de **l'air**, lequel, en exerçant une pression latérale sur les parties horizontales de l'appareil, risque de diminuer les élongations. Pourtant, vue la faible vitesse de rotation, cet effet est difficilement appréciable.

L'induction **magnétique** qui n'est à redouter que dans les pièces **mobiles** formées de matériaux sujets à cette induction. Toute induction produite sur des parties **fixes** de l'appareil peut être considérée comme une force constante durant les quelques minutes que dure l'expérience et, par suite, ne saurait avoir d'influence troublante. Du reste, dans notre appareil, le fer et l'acier, soigneusement proscrits, n'entrent que pour former la suspension bifilaire.

b) La balance de torsion qui constitue **l'appareillage auxiliaire** de l'Isotoméographe ne semble pas nécessiter, dans la formule (13*b*), de termes de correction théoriques, analogues à ceux introduits dans la théorie du pendule (pp. 42 et 79). Pratiquement pourtant il sera nécessaire d'examiner si la suspension obéit à la loi (p. 122):

$$\textit{Moment de torsion} = -Du.$$

On peut se demander si une correction est indispensable du fait que la variation du moment d'inertie n'est pas **instantanée.** Mais si l'on se rappelle que la vitesse apparente de l'instrument u'_0 est nulle avant le déplacement des masses et que, d'autre part, ce déplacement se fait en quelques secondes, il paraîtra fort légitime de déterminer $u'_0 = \beta_0 - \alpha'$ au moyen de la formule (11).

c) L'Isotoméographe, quelle que soit d'ailleurs sa forme, présente une particularité que l'on peut ranger au nombre des influences troublantes: en déplaçant les masses mobiles on fait varier la position du centre de gravité. Crémieu (*C. R.*, t. 148, 1909, p. 1161) a récemment attiré l'attention sur le phénomène semblable qui se produit dans la balance de torsion. Tout changement du centre de gravité, en créant un couple, modifie la position d'équilibre. Cet auteur ne parle que des faibles « pendulations » de la balance de torsion, mais la formule qu'il donne s'applique également au cas qui nous occupe. Si, dit-il, le centre de gravité G de l'appareil et le point d'insertion C du fil se trouvent en dehors de la verticale passant par le point B de suspension, tout mouvement pendulaire entraînera une rotation azimutale proportionnelle à $\sin w$, w désignant l'angle du plan du mouvement pendulaire avec le plan de flexion BCG. D'après Crémieu, le seul moyen d'obtenir la précision théorique semble être d'intercaler des suspensions de Cardan aux deux extrémités du fil de suspension.

6. Dans le cas d'expériences simplement **qualitatives**, les diverses influences troublantes que nous venons de passer en revue peuvent être négligées. Au contraire, le contrôle **quantitatif** des expériences par la formule (13*b*) montre que ces influences

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

doivent entrer en ligne de compte, du moins d'une manière générale. Une minutieuse recherche de l'effet qu'elles produisent sur la quantité $\omega \sin \varphi$ serait indispensable dans le cas de mesures de **précision**; mais ce serait là, semble-t-il, quitter le domaine de l'astronomie pour celui de la physique.

Ici une remarque sur la vitesse initiale de l'instrument, afin de guider pratiquement les expériences.

Les formules développées dans cette VI[e] Partie supposent que la balance de torsion est **au repos** quand on opère le changement du moment d'inertie. La vitesse initiale de l'appareil, relativement à la terre, était exprimée par l'expression

$$w'_0 = \beta'_0 - \alpha',$$

dans laquelle α' était censé signifier la composante verticale de la vitesse de la terre autour de son axe, de telle sorte que $\alpha' = \omega \sin \varphi$. Si l'appareil, dans sa première position, n'est pas en repos relativement à la terre, α' désigne alors la somme de deux vitesses

$$\alpha' = \omega \sin \varphi + \alpha'_1,$$

α'_1 étant une vitesse angulaire variable que la balance de torsion peut posséder en plus de la vitesse constante $\omega \sin \varphi$, commune à tous les objets environnants.

Ce terme α'_1 peut présenter un double avantage: il diminuerait probablement l'inertie inhérente à l'élasticité du fil, et il dispenserait l'expérimentateur d'attendre que l'appareil soit complètement en repos. Mais, d'autre part, il compliquerait la formule qui exprime la quantité inconnue $\omega \sin \varphi$ et, surtout, enlèverait beaucoup de simplicité à l'expérience. En fait, la formule (10) ne pourrait plus être employée sous sa forme présente si simple, et la *phase* d'oscillation α'_1 devrait être soigneusement déterminée à l'instant même où l'on modifie le moment d'inertie. Dans toutes les expériences qui suivent et qui constituent un premier essai de l'Isotoméographe, on s'est toujours arrangé de manière que $\alpha'_1 = 0$.

CHAPITRE III.

La Poulie Suspendue.

1. La Poulie Suspendue est, en un double sens, un appareil **auxiliaire**. La suspension en fait une balance de torsion, et la poulie facilite le déplacement des masses dans le sens vertical. La partie **essentielle** de l'appareil comprend deux masses suspendues à des hauteurs différentes au-dessus de la surface du globe terrestre. Les mécanismes de l'Isotoméographe et de la Poulie Suspendue se ressemblent; ils diffèrent, dans les deux instruments, par le sens dans lequel les masses sont déplacées, sens vertical dans le second, horizontal dans l'autre.

Le but de la poulie suspendue est de montrer l'existence de la rotation terrestre par la différence de la force centrifuge existante à différentes altitudes, confor-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

mément à l'idée de HENGLER. On verra que, pour cet instrument, théorie et expériences sont plus simples que pour l'Isotoméographe, bien que la quantité à mesurer soit beaucoup plus faible.

2. La variation de la force centrifuge terrestre, suivant l'altitude, changera le point origine de l'angle u, qui mesure la torsion du pendule. L'expérience faite avec la poulie suspendue consistera à obtenir sa position de repos en u_1, les masses mobiles étant dans un état donné, puis à observer sa nouvelle position d'équilibre en u_2, les masses mobiles ayant été l'une et l'autre déplacées d'une hauteur verticale h. La formule

$$Du - Q = 0, \tag{7}$$

dans laquelle D a été défini comme étant la force de direction, et Q le couple produit par la variation de la force centrifuge, nous donnera la valeur théorique de la différence entre les deux positions successives, $\pm (u_2 - u_1)$.

3. La variation de la force centrifuge peut se calculer, ou bien d'une manière élémentaire, ou bien, rigoureusement, d'après les équations dynamiques.

a) Voici la première façon de la calculer. Soit r le rayon terrestre, et ω la vitesse angulaire de la rotation du globe. Pour un lieu de latitude φ la force centrifuge de la masse $m = 1$ est:

$F_0 = r\omega^2 \cos\varphi$ . . . . . à une distance r du centre,
$F_1 = (r + dr)\,\omega^2 \cos\varphi$ à une distance $(r + dr)$ du centre;

d'où: $dF = dr\,\omega^2 \cos\varphi$.

Cette force est parallèle à l'équateur et doit être décomposée en deux:

$$\left\{\begin{array}{ll} dr.\omega^2 \cos\varphi^2 \ldots & \text{dans la direction du zénith,} \\ dr.\omega^2 \cos\varphi \sin\varphi & \text{dans la direction du sud.} \end{array}\right. \tag{14}$$

La composante verticale de dF tend à diminuer le poids de la masse montante, tandis que la composante *sud* lui donne une tendance à dévier vers le *sud*. Cette dernière composante:

$$dF_x = \omega^2 \cos\varphi \sin\varphi . dr \tag{14'}$$

fera partie du couple Q de l'équation (7).

Ajoutons sans tarder que cette manière de tirer l'équation (14) demande vérification: il faut être sûr qu'aucune quantité du même ordre de grandeur n'a été négligée.

Cette vérification peut se faire au moyen de la formule générale de GAUSS, de la manière suivante.

b) Dans son traité, paru en 1803, sur la déviation des corps en chute (*Werke*, V, pp. 498-503), GAUSS donne une formule générale rigoureuse de la chute des corps,

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

relativement à la terre. A la p. 501 il indique les trois composantes de la force par laquelle un corps **au repos** est sollicité, composantes dans les trois directions *Sud*, *Est* et *Zénith*.

La première de ces composantes intervient dans notre expérience. En la transportant de l'autre côté de x'', elle se peut noter ainsi:

$$-(x - \alpha)\left(\frac{p}{r} - \omega^2\right) - \cos\varphi\left(\frac{pq}{r} - \omega^2 Z\right).$$

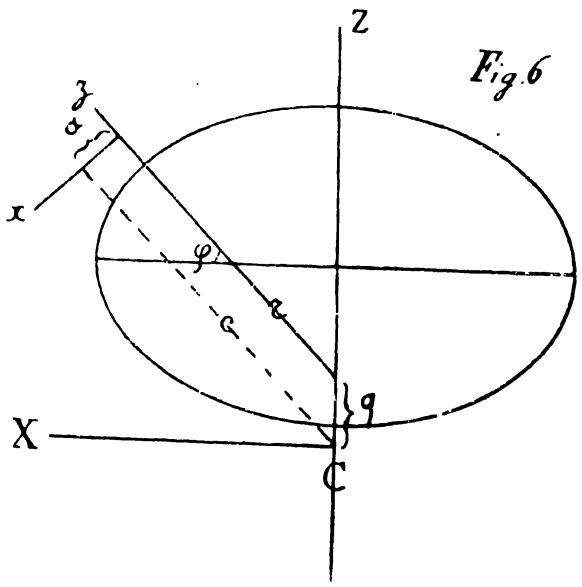


Fig. 6

La notation est celle de GAUSS, sauf que nous avons remplacé n par ω, suivant l'usage qui a prévalu. La figure 6 ci-jointe aidera à comprendre, non-seulement cette formule, mais l'ensemble des déductions de GAUSS.

La lettre p dénote la force de la pesanteur au lieu où se trouve le corps en expérience. La valeur de Z est donnée par l'équation (2) de GAUSS:

$$Z = -(x - \alpha)\cos\varphi + (z + c)\sin\varphi.$$

Appelons F la force en question; pour chaque variation de l'altitude z, nous avons l'équation différentielle exacte:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial p}dp + \frac{\partial F}{\partial r}dr + \frac{\partial F}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial F}{\partial q}dq + \frac{\partial F}{\partial Z}dZ,$$

dans laquelle chaque différentielle est dépendante de dz. Les cinq termes qui donnent la valeur de dF ne sont pas tous du même ordre de grandeur; le plus grand est le dernier avec le coefficient ω^2. Notre but étant de montrer que, dans l'expression (14') nous n'avons négligé aucun terme de l'ordre ω^2, faisons la convention que, ici, nous ne conserverons que les termes de l'ordre ω^2. Nous avons:

$\frac{1}{r} = 0.000,000,1$ en mètres, de l'ordre 10^{-7},

$\omega = 0.000,072,7$ en secondes de temps sidéral, de l'ordre 10^{-4};

par suite les termes de l'ordre $\frac{1}{r^2}$ et $\frac{\omega^2}{r}$ sont d'un ordre plus élevé que ω^2 et nous les excluons.

Tout d'abord, la pesanteur p diminue avec l'augmentation d'altitude, pour deux raisons: la distance au centre de la terre augmente et la force centrifuge devient plus considérable (voir l'expression 14). La différentielle dp aura donc dans l'un de ses termes, le facteur $\frac{1}{r}$ et dans l'autre le facteur ω^2.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

La différentielle $d\varphi$ a été calculée par TESSAN (*C. R.*, t. 50, 1860, p. 375), WITTSTEIN (*A. N.*, Bd. 74, 1869, p. 251), d'autres encore; elle a pour expression:

$$d\varphi = 4 \sin\varphi \cos\varphi \frac{\omega^2}{g} dz.$$

La différentielle dq est du même ordre que $d\varphi$.

Ces différentielles entrent dans l'expression dF avec les combinaisons suivantes:

$$\frac{dp}{r}, \quad \frac{dr}{r^2}, \quad \frac{d\varphi}{r} \text{ ou } d\varphi \cdot \omega^2, \quad \frac{dq}{r}, \quad dZ \cdot \omega^2.$$

Toutes, sauf la dernière, sont donc d'un ordre supérieur à ω^2 et doivent être exclues. Le seul terme restant est donc:

$$dF = + \cos\varphi \cdot \omega^2 dZ = + \cos\varphi \sin\varphi \cdot \omega^2 dz, \tag{14'}$$

qui concorde parfaitement avec l'expression (14') donnée plus haut.

Il faut ici remarquer que GAUSS, en calculant la déviation horizontale des corps en chute, laisse de côté même la force F (cf. V, p. 501). Par suite l'expression:

$$x = + \frac{1}{6} \cos\varphi \sin\varphi \cdot g \omega^2 t^4$$

donnée par GAUSS (p. 502), tout en restant de l'ordre ω^2, ne représente pourtant pas la somme algébrique de tous les termes de cet ordre (voir SPARRE, *C. R.*, t. 140, 1905, p. 33).

4. La force dF est dirigée vers le *Sud* pour la masse mobile la plus élevée, vers le *Nord* pour l'autre, puisque dz est positif dans le premier cas et négatif dans le second.

Représentant donc par ρ le rayon de la poulie, et plaçant l'appareil de manière que poulie et poids soient dans le premier vertical, les deux forces en question forment un couple:

$$Q = \omega^2 \sin\varphi \cos\varphi \cdot 2\rho m \cdot dz, \tag{15}$$

m étant la masse de chacun des poids et dz la hauteur dont chacun d'eux est déplacé.

La **direction** du couple Q dépend de la position E ou W du poids le plus élevé par rapport au plus bas.

5. Portons la valeur de Q dans la formule (7) en ne perdant pas de vue que l'angle u, dans cette formule, est compté à partir de la position de l'appareil pour laquelle la torsion est nulle. Cette position est atteinte quand les deux poids sont à la même hauteur. Déplaçons chaque poids de la hauteur:

$$dz = \pm \frac{1}{2} h$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B...1H

à partir de cette position; l'équation (7) donne alors:

$$Du_1 = \pm\, \omega^2 \sin\varphi \cos\varphi \cdot \rho mh \quad \text{pour une position des poids,}$$
$$Du_2 = \mp\, \omega^2 \sin\varphi \cos\varphi \cdot \rho mh \quad \text{pour l'autre » » »}$$

$$(16)\quad D(u_1 - u_2) = \pm\, \omega^2 \sin\varphi \cos\varphi \cdot 2\rho mh.$$

La différence $(u_1 - u_2)$ est l'angle dont le pendule de torsion s'est déplacé d'une position d'équilibre à l'autre, la différence de hauteur des poids ayant varié de h. La **direction** de cet angle est déterminée par la règle que, les poids étant au repos, le poids le plus élevé est dirigé au *Sud* du plus bas. Mathématiquement, cette règle peut être représentée par l'inégalité (voir p. 132):

$$dz : d\varphi > 0,$$

qui signifie que la courbe enveloppe des verticales a sa concavité du côté du pôle.

La force de direction D peut être remplacée par le temps T d'une oscillation simple du pendule de torsion, et par le moment d'inertie K de l'ensemble de l'appareil, comme l'indiquent les équations (8) et (9); on a donc:

$$\frac{D}{K} = \left(\frac{\pi}{T}\right)^2.$$

Exprimons ω par la fraction: $\omega = 2\pi : t$; enfin, eu égard au facteur faible ω^2, posons:

$$K = 2m\rho^2.$$

Ces substitutions faites, la formule (16) devient:

$$(17)\qquad u_1 - u_2 = \pm\, 2 \sin 2\varphi \left(\frac{T}{t}\right)^2 \frac{h}{\rho},$$

dans laquelle:

$u_1 - u_2$ = l'angle observé entre les deux positions d'équilibre,
φ = la latitude du lieu,
T = le temps que dure une oscillation simple du pendule de torsion,
t = la longueur du jour sidéral,
h = la distance verticale des deux poids mobiles,
ρ = le rayon de la poulie.

L'homogénéité de cette expression par rapport aux unités de longueur et de temps est évidente.

L'angle $(u_1 - u_2)$ est mesuré en unités d'arc, comme l'exige la formule (7) et peut se transformer en degrés, au moyen du facteur $\frac{180}{\pi}$. Du reste, cette transformation peut être évitée en mesurant l'angle au moyen d'une échelle millimétrique réfléchie par un miroir. Soit A la distance entre l'échelle et le miroir, et supposons

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

que l'image de l'échelle s'est déplacée de e divisions sur le fil vertical du réticule d'une lunette; nous avons alors:

$$n_1 - n_2 = e : 2A,$$

et par suite:

$$e = \pm 4A \sin 2\varphi \left(\frac{T}{t}\right)^2 \frac{h}{\rho}. \tag{18}$$

6. Pratiquement, dans tous les cas, nous aurons $e < 1$ mm. Si cette quantité peut être observée et si sa direction concorde avec la règle énoncée au § 5, l'expérience prouve l'existence d'une force dirigée vers le *Sud* et croissant avec l'altitude. D'ailleurs, toute influence magnétique est exclue par la nature des matériaux dont est fait l'instrument, et toute influence électrique ou météorologique peut être appréciée directement. Toute autre cause se trouvant ainsi éliminée, l'existence d'une force centrifuge semble l'explication la plus obvie des résultats constatés.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

SEPTIÈME PARTIE.

LES EXPÉRIENCES

CHAPITRE I.

L'Isotoméographe.

Les premières expériences, simplement **qualitatives**, furent exécutées avec un appareil provisoire, capable de déceler les plus fortes élongations, et sans grand souci d'exactitude. Lorsqu'il fut prouvé que l'instrument indiquait des déviations assez considérables pour pouvoir être aisément observées, on construisit un nouvel appareil, capable d'une plus grande régularité de mouvement. Il servit à faire des mesures **quantitatives** qui montrèrent que les élongations observées concordaient avec la théorie, du moins dans les limites d'erreur inhérentes aux imperfections mécaniques provenant de la construction. Evidemment, on ne pouvait espérer faire des mesures de **précision** avec un instrument de grandes dimensions, fabriqué par de simples ouvriers menuisiers et serruriers, et dont le plan ne comportait aucune expérience préalable.

Les expériences consistèrent, comme nous l'avons indiqué dans la V^e^ Partie, à suspendre à l'appareil de lourdes masses, de manière à constituer une balance de torsion, et à les faire se mouvoir horizontalement. La force motrice utilisée était la pesanteur et, pour éviter la formation d'un *couple,* on la faisait agir dans une direction centrale. Le mouvement angulaire de la balance de torsion s'observait en lisant la position d'une raie lumineuse projetée par une lampe électrique sur un miroir et réfléchie sur les murs de la salle. La graduation tracée sur ces mêmes murs allait de 0 à 360°, dans le sens de la rotation terrestre. La lampe électrique était enfermée dans un appareil de projection muni d'une fente verticale située dans le plan focal des lentilles. Le miroir, fixé au fil de suspension, était de verre à miroir ordinaire et ses faces n'étaient pas rigoureusement parallèles. Sur les murailles de la salle, de forme à peu près circulaire, l'échelle de lecture était tracée en degrés, un degré occupant environ 8 cm de longueur; les divisions, peintes en noir sur fond blanc, avaient une épaisseur d'à peu près le dixième de la longueur d'un degré; la ligne brillante projetée sur la graduation était légèrement plus large. L'échelle de graduation étant faiblement éclairée par une seconde lampe électrique, la raie lumineuse restait visible; l'observateur lisait la position, à l'œil nu, à travers

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

une double fenêtre, donnant sur un corridor fermé, situé en dehors de la salle circulaire; on estimait les dixièmes de degré; avec un peu d'exercice, on arriva même à estimer les demi-dixièmes, c'est-à-dire les vingtièmes de degré. Pourtant, les lectures peuvent être, en général, considérées comme entachées d'une erreur de $0^{0}.05$; il est même possible que l'erreur ait atteint $0^{0}.10$, lorsque la lampe électrique n'avait pas son voltage normal, comme cela arrive dans la matinée. L'appareil étant au repos, on commençait l'expérience en fermant un courant électrique qui fondait un fil fusible (fil de cuivre fin); les ressorts qui maintenaient les masses entraient en action et, sous l'effet de la pesanteur, ces masses se déplaçaient des extrémités vers le centre, ou en sens inverse, suivant les cas.

Une horloge sidérale, située près de l'observateur et munie de deux timbres, donnait un coup toutes les 20 secondes; de trois en trois coups, un son plus bas indiquait les minutes.

A. - Expériences qualitatives.

1. Les premières expériences furent exécutées avec un appareil qui n'est pas représenté dans les Planches. Les poids mobiles étaient constitués par du mercure coulant de deux coupes d'aluminium dans deux coupes semblables par des tubes de laiton légèrement inclinés sur l'horizontale. Deux coupes étaient situées au-dessous du centre de l'appareil; deux autres étaient placées aux deux extrémités. Le mercure mettait 37 secondes à passer du centre aux extrémités ou vice-versa. Le courant n'avait jamais exactement la même vitesse des deux côtés de l'appareil; d'où, parfois, des oscillations dans le sens vertical.

Le mode de **suspension**, dès le début, présenta des difficultés. A titre d'essai, on employa d'abord une tige de bois rigide, solidement fixée à l'appareil et pourvue, à son extrémité supérieure, d'un crochet de fer. L'extrémité de ce crochet, arrondie, portait sur une cuvette d'agate; les surfaces étaient soigneusement polies et le contact se faisait entre deux surfaces à peu près sphériques. Quelques expériences prouvèrent, à n'en pouvoir douter, que ce mode de contact et le frottement des surfaces, agate et fer, étaient amplement suffisants pour forcer le crochet à suivre la cuvette d'agate dans son mouvement de rotation diurne et ce, quelle que fût la direction imprimée aux masses mobiles et malgré la longueur du bras de levier de l'instrument, atteignant quatre mètres et demi.

De la suspension rigide, qui constituait un mode extrême, on passa à l'autre extrême en essayant un faisceau de fils fins et parallèles en cuivre doux. La théorie indiquait que les déplacements les plus accentués de l'appareil devaient être les déplacements positifs, obtenus en diminuant le moment d'inertie, c'est-à-dire en ramenant les masses des extrémités vers le centre de la balance de torsion. Les six expériences préliminaires dont les résultats sont donnés ci-dessous tranchèrent la question de savoir si le second mode de suspension offrait la sensibilité requise. La seconde colonne indique les élongations apparentes, telles qu'elles furent réflé-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

chies par le miroir, et la troisième colonne le temps employé pour effectuer la première élongation.

1908	Elongations	Temps
23 Août	+ 5°.2	3m. 4
25 »	+ 2. 85	3. 5
26 »	+ 3. 0	3. 7
27 »	+ 3. 25	4. 5
28 »	+ 3. 0	3. 8
29 »	+ 2. 85	3. 6
Moyennes	+ 3°.36	3m. 7

2. Ceci fait, la **contre-épreuve** s'imposait. Les déviations changeraient-elles de signe, quand les masses seraient déplacées dans une direction différente de la direction primitive? Avant de s'en rendre compte expérimentalement, on jugea prudent, pour éviter des accidents, et au risque de diminuer la sensibilité de la suspension, de la consolider au moyen d'un fil tirant, en forme de triangle isocèle.

Appelons *e* les élongations apparentes et *t* les temps correspondants; nous pourrons dresser le tableau suivant des expériences effectuées dans les deux sens.

Le mercure va vers le centre				Le mercure va vers les extrémités			
1908	*e*	*t*	*t* : *e*	1908	*e*	*t*	*t* : *e*
3 Octobre	+ 1°.8	1m.0	0m.55	2 Octobre	— 0°.6	1m.0	1m.67
10 »	+ 3. 0	1. 3	0. 44	9 »	— 0. 5	1. 0	2. 00
12 »	+ 4. 85	1. 7	0. 34	11 »	— 1. 45	2. 7	1. 86
14 »	+ 6. 3	2. 0	0. 32	13 »	— 0. 8	4. 0	5. 00
16 »	+ 9. 1	2. 3	0. 26	15 »	— 3. 75	4. 0	1. 07
Moyennes	+ 5°.21	1m.66	0m.38	Moyennes	— 1°.42	2m.54	2m.32

Les irrégularités que l'on remarque dans chacune des élongations sont dues au mode de suspension et à l'inégalité des deux courants de mercure. L'accroissement graduel des élongations montra que les fils de suspension perdaient peu à peu leur force sous l'action du poids considérable qu'ils avaient à supporter, et on jugea opportun de démonter l'appareil.

Au point de vue **qualitatif**, toutefois, ces expériences étaient concluantes, et ceci en un double sens. Tout d'abord **les signes positifs ou négatifs** des deux séries sont en parfaite concordance avec la théorie; en second lieu, les **élongations positives sont numériquement plus considérables** que les négatives, ainsi que le veut encore la

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

théorie. Notons d'ailleurs que le tableau ci-dessus contient les résultats de toutes les expériences faites.

Les chiffres consignés dans les colonnes intitulées t et $t:e$ montrent que la suspension n'a pas suivi la loi du synchronisme pour des angles différents, et que la durée d'oscillation, au moins dans le cas des élongations positives, est à peu de chose près proportionnelle à l'élongation.

De ces expériences deux conclusions se dégageaient: d'une part, l'instrument était parfaitement apte à démontrer la rotation de la terre; mais, d'autre part, il devait être complétement reconstruit, avec des poids mobiles solides, et une suspension élastique. La construction d'un nouvel appareil fut confiée aux mêmes ouvriers qui avaient fabriqué le premier. Naturellement, on n'espérait pas qu'il pût être un instrument de précision, mais l'on songeait moins encore que sa construction demanderait un an et demi.

B. - Expériences quantitatives.

3. Les Planches IV et V représentent le second appareil. Les masses mobiles sont constituées par deux chariots lestés de plomb et courant sur des rails de laiton. Ces rails sont horizontaux et légérement relevés à leurs extrémités; cette pente permet aux chariots un meilleur départ et coupe leur vitesse à l'arrivée. La force motrice est produite par un poids suspendu au centre de l'appareil à un fil flexible. La partie supérieure de ce fil est double et aboutit aux deux chariots en passant sur deux poulies; la partie inférieure est simple. Lorsque les chariots vont dans la direction du centre, le fil double passe sur deux poulies; quand, au contraire, ils se dirigent vers les extrémités de l'appareil, le fil a une longueur double et passe sur quatre poulies; le poids moteur doit alors être augmenté. Ce dispositif n'exerce aucune influence fâcheuse sur l'expérience et ce pour deux motifs: d'abord le fil souple unique qui supporte le poids rend la balance de torsion pratiquement indépendante des mouvements de torsion de ce poids; en second lieu, une augmentation de la tension du fil de suspension n'influence pas, comme l'on sait, le module d'élasticité. Pourtant une modification dans la masse du poids moteur peut avoir des inconvénients à un autre point de vue; en effet, elle entraîne un changement dans la vitesse des chariots. Les formules théoriques supposent que le passage de l'appareil d'un état à l'autre se fait instantanément; or, en moyenne, les chariots mettaient 6 secondes à parcourir leur trajet. Quand le choc communiqué à l'instrument par l'arrivée des chariots semblait trop fort, le poids moteur était allégé; lorsqu'au contraire les chariots avaient de la peine à atteindre l'extrémité, on augmentait le poids.

La suspension était faite de fil de piano en acier, gracieusement offert à l'Observatoire, en différents modèles, par la maison FELTEN et GUILLEAUME, de Vienne. Les premiers essais, faits avec une suspension unifilaire, montrèrent que l'appareil, avec sa longueur de près de 9 mètres et son poids de plus de 250 kilogrammes, ne pouvait guère être maintenu en équilibre par un fil unique. On construisit alors une

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatRG...4B...1H

suspension bifilaire de la manière suivante: un fil ayant ses deux extrémités fixées au sommet de l'appareil, allait passer sur une poulie de 2.5 cm, dont l'axe horizontal reposait sur une base solidement noyée dans la voûte de la salle d'expériences. Mais le fil, trop raide, ne parvenait pas à faire tourner la poulie et à prendre rapidement une tension égale dans ses deux portions. Entre les deux parties, on introduisit un chevalet de bois, d'environ 6 cm de longueur, de façon à les écarter l'une de l'autre; la figure formée ainsi par les deux brins du fil et le chevalet n'était pas, au début, exactement symétrique; elle le devint au bout de quelques mois. On désirait que l'appareil fut symétrique dans toutes ses parties, mais on n'avait aucune garantie que le centre de gravité fut exactement placé sur la verticale, au dessous du centre de suspension.

4. Les durées des oscillations de la balance de torsion étaient ordinairement observées aussitôt après l'expérience, l'appareil ayant été mis en mouvement par le simple déplacement des poids mobiles. Les observations se faisaient de la manière suivante.

Au lieu de noter l'instant où la raie brillante passait sur une division donnée de l'échelle peinte sur la muraille, on trouva mieux de lire successivement les divisions couvertes par la raie à chaque signal frappé par l'horloge. Les lectures obtenues étaient ensuite pointées sur du papier millimètré et portées en ordonnées, tandis que l'on portait en abscisses des longueurs représentant 20 secondes de temps. Une ligne courbe, tracée par les points en question permettait ensuite de lire les instants cherchés, aux endroits où la courbe coupait une ligne droite parallèle à l'axe des abscisses. Cette ligne, tracée arbitrairement, était toujours menée dans le voisinage de la partie médiane des oscillations, correspondante à position d'équilibre. La valeur moyenne de deux temps successifs, lue de cette manière, fournissait le temps de l'élongation intermédiaire, et l'intervalle entre deux élongations quelconques, divisé par le nombre d'oscillations comprises, donnait la valeur de T, durée d'une seule oscillation. Inutile d'ailleurs de faire la réduction du temps trouvé à des amplitudes infiniment petites, puisque les amplitudes obtenues montaient à peine à 1°. Cette réduction aurait été de: $-kT$, k étant un facteur positif, toujours <0.00001 dans le cas qui nous occupe.

La méthode ci-dessus est décrite dans les Œuvres de Gauss, t. V, pp. 376-384. Au point de vue de l'exactitude de la détermination de T, il est utile de rappeler ici les remarques faites dans l'introduction à cette VII[e] Partie (p. 136).

5. Durant le cours des expériences, le poids de l'appareil fut modifié à deux reprises; par le fait, changeait aussi son moment d'inertie. On détermina donc les durées d'oscillation dans les trois états successifs de l'appareil. Voici les résultats obtenus; nous nous contenterons de donner, pour chaque expérience, le nombre d'intervalles observés et les durées correspondantes.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

a) **Premier état de l'appareil.**

Oscillations brèves			Oscillations longues		
Intervalles	Durée	T	Intervalles	Durée	T
40	57m.010	1m.4253	18	67m.800	3m.7667
144	208. 700	4493	18	70. 050	8917
84	121. 800	4500	4	15. 650	9125
268	387. 510	1. 4459	40	153. 500	3. 8375

Dans l'une des expériences, les deux masses mobiles qui s'éloignaient du centre s'arrêtèrent avant d'avoir atteint l'extrémité des rails. De cette expérience on peut néanmoins tirer parti, en prenant pour la durée T_β d'une oscillation la valeur observée après l'expérience; on aurait alors:

Expérience III: Intervalles $= 24$; Durée $= 83^m.150$; $T_\beta = 3^m.4646$.

Pour la durée T_α de cette expérience, on peut prendre la valeur moyenne trouvée tout à l'heure.

b) **Second état de l'appareil.**

Oscillations brèves			Oscillations longues		
Intervalles	Durée	T	Intervalles	Durée	T
84	121m.320	1m.4443	4	15m.370	3m.8425
60	86. 560	4427	8	30. 670	8338
144	207. 880	1. 4436	12	46. 040	3. 8367

Ces valeurs de T diffèrent très peu des valeurs notées dans le paragraphe précédent; c'est qu'en effet la modification faite n'affectait pas les masses mobiles, mais la partie stable de l'appareil. Cette modification consista à remplacer les axes des quatre leviers par d'autres plus robustes.

Si l'on combine ensemble les valeurs de T obtenues dans les deux séries précédentes, ce qui semble légitime, on trouve les moyennes suivantes:

Oscillations brèves			Oscillations longues		
Intervalles	Durée	T	Intervalles	Durée	T
412	595m.390	1m.4451	52	199m.540	3m.8373

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

c) **Troisième état de l'appareil.**

Oscillations brèves			Oscillations longues		
Intervalles	Durée	T	Intervalles	Durée	T
112	161m.570	1m.4426	32	125m.250	3m.9141
60	86. 250	4375	12	46. 950	9125
72	104. 680	4539	8	31. 350	9188
			8	31. 140	8925
244	352. 500	1. 4447	60	234. 690	3. 9115

Le changement effectué consista à augmenter légèrement l'un des poids mobiles, pour améliorer l'horizontalité de l'appareil.

6. Les valeurs de T peuvent maintenant nous permettre de calculer **la valeur théorique de l'amplitude de la déviation** de l'appareil.

Pour la latitude de Rome, nous avons, en prenant comme unités 1m et 1° (voir VIe Partie, p. 127):

$$U = \frac{0.2126}{4}\left(T_\alpha - T_\beta\right)\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta} + 1\right) = 0.05315\ \Pi.$$

Les valeurs *a*) et *b*) combinées ensemble, et les valeurs *c*) nous donnent le tableau suivant:

Elongation		$T_\alpha - T_\beta$	$\frac{T_\alpha}{T_\beta} + 1$	Π	U	$\frac{\pi}{\Pi}$
(*a b*)	négative	— 2. 3922	1. 3766	— 3. 2931	— 0°. 175	— 0. 954
	positive	+ 2. 3922	3. 6554	+ 8. 7444	+ 0. 465	+ 0. 359
Exp. III	négative	— 2. 0195	1. 4171	— 2. 8619	— 0. 152	— 1. 098
(*c*)	négative	— 2. 4668	1. 3693	— 3. 3812	— 0. 180	— 0. 929
	positive	+ 2. 4668	3. 7075	+ 9. 1459	+ 0. 486	+ 0. 343

Rappelons que l'expérience III a été calculée à part, comme il est dit plus haut, § 5.

La dernière colonne a été ajoutée pour permettre de calculer $\omega \sin \varphi$.

Supposons maintenant que la Terre tourne avec une vitesse ω; dans la VIe Partie, nous avons obtenu la formule suivante:

$$\omega \sin \varphi = \frac{\pi}{\Pi}\ U.$$

La valeur **théorique** de U a été obtenue en supposant $\omega = 1:4$. Par conséquent, en substituant à U sa valeur théorique dans cette formule, nous obtiendrons la valeur vraie:

$$\omega \sin \varphi = + 0°.167, \quad \text{(pour 1m de temps)},$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

qui représente le produit invariable des nombres qui se correspondent dans les deux dernières colonnes. Reste à savoir quelle valeur de $\omega \sin \varphi$ fourniront les amplitudes **observées.**

7. Expériences. Puisque nous avons à mesurer les valeurs absolues de l'amplitude des déviations causées par la rotation de la terre, il est évident que les **erreurs de graduation** entreront directement dans les résultats obtenus. Seulement la détermination des durées d'oscillation élimine l'influence de ces erreurs, et cela parce qu'elles sont toujours symétriques par rapport à chaque élongation de l'instrument. La raie brillante s'est toujours maintenue entre 89° et 93°, pendant toute la durée des expériences qui suivent; il n'y a donc lieu d'examiner que ces seules divisions.

La distance du centre de l'appareil à la division 90°, tracée sur la muraille, est de 4.560 m. On a donc

$$1^0 = 456 \frac{3600}{206265} = 7.96 \text{ cm.}$$

Prenons la division 90° comme point de départ et mesurons en centimètres les longueurs des divisions voisines; nous obtiendrons le tableau suivant des erreurs évaluées en degrés:

Degrés	Mesurés	Théoriques	Erreurs
93°	+ 23.50 cm	+ 23.88 cm	— 0.38 cm = — 0°.05
92	+ 15.70	+ 15.92	— 0.22 = — 0.03
91	+ 7.75	+ 7.96	— 0.01 = 0.00
90	0.00	0.00	0.00 = 0.00
89	— 8.25	— 7.96	— 0.29 = — 0.04

Les lectures directes sont donc toutes trop fortes et doivent être corrigées de ces quantités soustractives. Ces corrections seront faites dans tous les tableaux qui suivront.

Ceci posé, les différentes expériences peuvent être classées comme il suit.

Elongations Positives.

Expériences		1910	Index	Centre	C — I	Ampl. app.
a	II	4 Avril	90°.10	90°.16	+ 0°.060	+ 0°.785
	IV	25 »	90. 22	90. 26	+ 0. 040	865
b	VI	29 Mai	91.05 — .08	91. 05	— 0. 015	785
	VIII	3 Juin	91. 10	90. 92	— 0. 080	910
c	X	11 »	91. 15	91. 18	+ 0. 030	985
	XII	16 »	91. 24	91. 21	— 0. 030	935
	XIV	20 »	91. 44	91. 46	+ 0. 020	905
	XVI	7 Juillet	91. 73	91. 68	— 0. 050	780
	XVIII	9 »	91. 89	91. 93	+ 0. 040	940
	XX	12 »	91. 92	91. 86	— 0. 060	955
Moyennes			91°.185	91°.171	— 0°.014	

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Elongations Négatives.

	Expériences	1910	Index	Centre	C — I	Ampl. app.
a	I	25 Mars	89°.90	89°.79	— 0°.110	— 0°.360
	III	17 Avril	90. 35	90. 39	+ 0. 040	350
	V	2 Mai	90. 25 — . 35	90. 47	+ 0. 170	450
b	VII	1 Juin	90. 93	90. 97	+ 0. 040	320
	IX	5 »	90. 95 +	90. 96	+ 0. 005	270
c	XI	13 »	91. 10	91. 16	+ 0. 060	365
	XIII	17 »	91. 24	91. 31	+ 0. 070	425
	XV	21 »	91. 17	91. 31	+ 0. 140	415
	XVII	10 Juillet	91. 63	91. 55	— 0. 080	415
	XIX	12 »	91. 75	91. 84	+ 0. 090	415
Moyennes			90°.932	90°.975	+ 0°.043	

La **première** colonne classe les expériences en trois séries qui diffèrent l'une de l'autre par une légère modification introduite dans l'instrument, ainsi que nous l'avons relaté plus haut. La série (*a*) présente quelques irrégularités; l'appareil subit, spécialement dans l'expérience II, quelques oscillations dans son plan vertical; elles provenaient de ce fait que les axes des leviers, qui supportaient le choc des masses mobiles à leur arrivée, étaient trop faibles et furent faussés. Par suite, l'une de ces masses se trouvant libérée un instant après l'autre, il se produisit une inclinaison de l'appareil et conséquemment une différence dans la vitesse des deux masses. Heureusement, les oscillations pendulaires qui en résultèrent eurent lieu dans le plan vertical même où le centre de gravité se trouvait déplacé, c'est-à-dire dans le plan de l'appareil. Elles n'eurent donc aucune influence nuisible sur l'amplitude des oscillations de la balance de torsion. En tout cas, afin d'empêcher la chose de se reporduire, on remplaça les axes faussés par d'autres ayant plus du double de la résistance des premiers.

Au cours des expériences de la seconde section, (*b*), on remarqua que l'appareil n'était pas absolument horizontal, et ce fait explique que certaines des expériences n'aient pas réussi au point de vue mécanique. Pour remédier à ce défaut mécanique, on augmenta légèrement l'une des masses, jusqu'à parfaite horizontalité.

Dans la **seconde** colonne, on trouve des intervalles de temps assez longs entre les diverses expériences de la première série. C'est que l'appareil ne paraissait pas arriver à trouver sa position d'équilibre, et la raie brillante oscillait à peu près continuellement sur l'échelle, dans les environs de 90° ou 91°. De faibles variations pendulaires, même invisibles directement, peuvent, selon Crémieu, rendre compte de ces oscillations horizontales. Mais, plus probablement, elles étaient dues à l'inégale tension des deux brins de la suspension bifilaire (voir ci-dessus, § 3, p. 139). Et, en effet, lorsque, pendant deux ou trois mois, les fils eurent supporté la tension produite par un poids de plus de 250 kg, l'appareil devint parfaitement stable et arriva à prendre sa position d'équilibre un jour, ou même une demi-journée après qu'il eut

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

été disposé pour l'expérience. Aussi jugea-t-on inutile de lui adapter un amortisseur, telle par exemple la palette immergée dans l'huile dont FÖPPL s'est servi dans ses expériences avec le gyroscope.

La **troisième** colonne donne les positions de l'Index, c'est-à-dire de la raie brillante, immédiatement *avant* chaque expérience; avant les expériences V et VI on constatera par les valeurs notées que l'appareil n'était pas en parfait repos. Toutes les colonnes suivantes indiquent les lectures faites *après* que le fil fusible était brûlé et les chariots mobiles arrivés à leur nouvelle position.

La **quatrième** colonne donne la position du centre d'oscillation, ou milieu de deux élongations de sens opposé. Les valeurs inscrites ont été déduites de toutes les élongations observées. On remarquera que les nombres de la troisième et de la quatrième colonne augmentent d'une expérience à l'autre, l'index et le centre d'oscillation se déplaçant graduellement dans une direction positive. Il faut, sans doute, voir une connexion entre ce fait et le phénomène rapporté au § 3 (p. 139). A mesure que les deux brins de la suspension bifilaire égalisaient leur tension sur la poulie où ils passaient, la position d'équilibre de la balance de torsion se déplaçait simultanément.

La **cinquième** colonne, intitulée *Centre-Index,* donne la différence des valeurs correspondantes des colonnes 4 et 3. Les élongations positives n'y montrent aucune particularité inattendue; par contre, les élongations négatives présentent des points à noter. Tout d'abord, la majorité des signes est positive; de plus, les valeurs numériques de $C - I$ sont trois fois plus grandes que dans le cas des élongations positives. Dans le cas des élongations négatives, les masses mobiles se trouvaient tout près du centre de l'appareil; un léger déplacement de ces masses pouvait alors avoir plus d'influence sur la position du centre de gravité que lorsqu'elles se trouvaient aux deux extrémités opposées de l'instrument, comme cela avait lieu lors des élongations positives. Or, un déplacement du centre de gravité peut causer, semble-t-il, un déplacement de l'index; nous l'avons dit dans le § 5 de la VI[e] Partie (p. 128), en nous référant à CRÉMIEU. La cinquième colonne paraît donc indiquer que la position du centre de gravité était légèrement différente dans les deux états de l'appareil.

La **sixième** colonne enfin donne les amplitudes apparentes, telles qu'elles étaient indiquées par le miroir. Ces valeurs sont déduites des deux ou quatre premières élongations; le signe de l'amplitude est celui de la première élongation. Les premières élongations, affectées du signe +, correspondent invariablement à un mouvement centripète des masses mobiles; les autres, affectées du signe —, correspondent à un mouvement centrifuge. Rappelons, à ce propos, que le sens de la graduation était celui de la rotation de la terre.

8. Les **résultats** des expériences, déduits de la formule (p. 127)

$$\omega \sin \varphi = \frac{\pi}{\Pi} U,$$

sont réunis dans le tableau suivant.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Expériences	$\pi : \Pi$	U	$\omega \sin \varphi$	Expériences	$\pi : \Pi$	U	$\omega \sin \varphi$
II	+ 0.359	+ 0°.3925	+ 0°.141	I	— 0.954	— 0°.1800	+ 0°.172
IV	»	4325	155	III	— 1.098	1750	192
VI	»	3925	141	V	— 0.954	2250	215
VIII	»	4550	163	VII	»	1600	153
X	+ 0.343	4925	169	IX	»	1350	129
XII	»	4675	160	XI	— 0.929	1825	170
XIV	»	4525	155	XIII	»	2125	197
XVI	»	3900	134	XV	»	2075	193
XVIII	»	4700	161	XVII	»	2075	193
XX	»	4775	164	XIX	»	2075	193
			+ 0°.154				+ 0°.181

$$\frac{1}{2}(0°.154 + 0°.181) = 0°.167\ (+).$$

a) Les valeurs de $\pi : \Pi$ données dans la seconde colonne de chaque série d'expériences, sont empruntées au § 6 de cette VII^e^ Partie. La troisième colonne, intitulée U, reproduit simplement la moitié de la dernière colonne du tableau donné un peu plus haut, au § 7 (p. 142-143): elle indique les amplitudes corrigées de l'influence due au miroir.

Au premier abord, on pourrait se demander si l'amplitude U ne doit pas se mesurer par la position de l'index, plutôt que par la position du centre d'oscillation; mais si l'on veut bien remarquer que cette amplitude U a pour cause la nouvelle situation que les masses mobiles occupent **après** leur déplacement, il semblera plus correct de la compter d'après la position du nouveau point d'équilibre.

b) Les valeurs trouvées pour $\omega \sin \varphi$ paraissent montrer une différence **systématique** dans les deux cas où elles sont déduites d'amplitudes positives et d'amplitudes négatives: les premières sont généralement trop faibles, les secondes généralement trop fortes, au moins dans l'ensemble. Nous avons relaté un phénomène analogue dans la III^e^ Partie, à propos du gyroscope horizontal de Föppl (p. 96). On dirait que la balance de torsion avait plus de facilité à tourner dans un sens que dans l'autre. Dans le cas de l'Isotoméographe au moins, le § 7 faisait déjà remarquer la chose équivalemment. Durant les quatre mois que l'appareil fut en observation le point d'équilibre subit un déplacement de + 2°; ce fait montre que la suspension bifilaire n'était pas absolument indifférente au sens du mouvement. L'appareil devrait être mis en place longtemps avant de commencer les observations.

Fort heureusement, l'erreur ainsi produite s'élimine par suite des changements de sens successifs que comportent les expériences, et le résultat déduit des vingt expériences faites est d'accord avec la valeur théorique:

$$\omega \sin \varphi = 0°.167.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Hâtons-nous du reste de l'ajouter, la concordance parfaite de la troisième décimale peut être considérée comme purement accidentelle, et cela à cause des écarts existant dans les expériences V et XVI.

c) Les expériences II, V, VI et XVI sont celles qui présentent les **écarts** les plus forts avec les valeurs moyennes. Les remarques faites plus haut, au § 7, donnent l'explication de cette anomalie dans les trois premiers cas. Dans l'expérience II, l'appareil éprouva de fortes oscillations dans le sens longitudinal, au point de faire craindre qu'il eût touché les murs de la salle. Avant les expériences V et VI, l'instrument n'était pas parfaitement en repos, comme nous l'avons signalé dans la colonne intitulée *Index*. Quant à la déviation anormale notée dans l'expérience XVI, les observations enregistrées n'en fournissent aucune explication, si ce n'est que deux élongations seulement furent observées. Si l'amplitude avait été tirée de quatre élongations, sa valeur se serait peut-être trouvée augmentée d'un multiple de $+ 0^{s}.01$.

d) Dans les tables précédentes, nous avons **omis** quatre observations seulement, et pas plus. Les voici:

Elongation	1910	Index	Centre	C — I	Ampl. app.
Positive	13 Mars	$107^{s}.3 - 106^{s}.6$			
Positive	5 Mai	$90.70 - 90.40$			
Négative	11 »	$90.35 - 90.55$			
Négative	8 Juillet	91.90	$91^{s}.46$	$- 0^{s}.440$	$- 0^{s}.510$

Dans les deux premières expériences, la vitesse initiale de l'appareil, que les calculs de la VI[e] Partie supposent nulle, était trop considérable et la phase de l'oscillation ne fut pas observée au moment même où le fil fusible fut brûlé. La troisième expérience fut manquée au point de vue mécanique: les deux masses mobiles ne partirent pas ensemble et l'instrument toucha probablement les parois de la salle. La quatrième expérience semble avoir satisfait à toutes les conditions requises; pourtant la différence $C - I = - 0^{s}.440$ témoigne de quelque anomalie dans la position du centre de gravité ou dans le fonctionnement de la suspension. En effet elle est dix fois plus forte que la moyenne des élongations négatives

$$C - I = + 0^{s}.043,$$

et elle présente un signe contraire. La déviation montre que l'appareil s'est déplacé dans la direction voulue, mais la part qui revient à l'influence de la rotation terrestre est masquée par la différence entre C et I.

C. - Le nouvel appareil.

9. Les expériences relatées à la section **B** peuvent être qualifiées de **quantitatives,** au sens défini dans l'Introduction, § 5; mais les imperfections mécaniques de l'appareil décrit ne permettent pas de l'employer à des expériences de précision. Ces

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912ApJS...1B...1H

imperfections sont particulièrement au nombre de deux: tout d'abord, la position des masses ou chariots mobiles ne peut être repérée assez exactement pour assurer l'invariabilité du centre de gravité de l'appareil dans ce que nous avons appelé ses deux états, — masses au centre et masses aux extrémités; en second lieu, les rails sur lesquels roulent les chariots peuvent bien difficilement être fixés dans le même plan vertical, de manière à éviter les chocs excentriques.

10. Ces deux inconvénients peuvent, en majeure partie, être surmontés au moyen d'un appareil décrit sommairement par TESSAN (*C. R.*, t. 32, 1851, p. 504) lequel en donna, du reste, une théorie erronée (voir IV[e] Partie, § 2, p. 100).

La « barre rigide » de cet auteur étant remplacée par deux barres parallèles, une barre unique de poids double est placée entre les deux premières. Le mouvement de la barre centrale se fait dans une direction opposée à celle de la barre double, afin de neutraliser tout mouvement pendulaire de l'appareil. Si ces barres sont bien équilibrées, le centre de gravité sera toujours situé sur leur axe commun, et les chocs excentriques seront facilement évités. On rendrait l'instrument plus sensible encore, en faisant les barres aussi légères que possible et en les munissant de disques assez lourds à leurs extrémités.

Ce n'est pas tout, et cet appareil présenterait un autre avantage sur les chariots mobiles: les masses lourdes y seraient concentrées plus près du centre et, par suite, le moment d'inertie serait aussi faible que possible. Au lieu que les chariots mobiles se rencontrent plus ou moins près du centre, les barres, elles, seraient strictement au centre de l'appareil; enfin on éviterait complétement les lourds supports formant rails dans l'Isotoméographe actuel.

Un instrument de la forme que nous venons de décrire est en construction chez la maison *Leybold's Nachfolger*, de Cologne.

Les expériences exécutées avec cet appareil formeront le sujet du second Appendice.

CHAPITRE II.

La Poulie suspendue.

A. - Différentes idées proposées.

Des écrivains scientifiques expriment, de nos jours encore, l'opinion que les expériences de GUGLIELMINI, BENZENBERG, REICH et HALL ont **effectivement** mis en évidence la déviation méridionale des corps en chute libre. Lorqu'ils ne vont pas jusqu'à l'affirmer, ils n'en expriment pas moins la pensée que des expériences bien conduites **pourraient** déceler cette déviation.

Nous nous flattons d'avoir réfuté la première opinion dans la I[e] Partie de ce travail. Mais que penser de l'espoir fondé sur des expériences futures? Faire appel à des « causes inconnues » ne jette aucune lumière sur la question. D'ailleurs la

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

seule force imaginable qui puisse produire une déviation méridionale des corps en chute semble bien être la force centrifuge de la terre. Or, si l'on veut bien se rappeler que, par définition, toute preuve **mécanique** de la rotation terrestre nécessite une machine mise artificiellement en mouvement, il devient évident que, seule, la **différence** des forces centrifuges s'exerçant en divers points de cette machine, tombe sous le coup de l'observation. On sait, de plus, que cette différence est toujours faible et de l'ordre ω^2.

1. La première question à se poser est donc celle-ci: une expérience faite avec des corps en chute, aussi parfaite qu'on la suppose, et exécutée avec les méthodes les plus perfectionnées, peut-elle servir à observer la différence de force centrifuge existant en deux points situés à des hauteurs différentes au-dessus de la surface terrestre?

Nous estimons cette espérance utopique. Dans la II[e] Partie (p. 81), nous avons donné l'équation différentielle de la courbe qui enveloppe les diverses directions de la verticale, à diverses hauteurs h, au-dessus d'un point de latitude géographique φ:

$$(1) \qquad d\varphi = 2 \sin 2\varphi \frac{\omega^2}{g} dh.$$

Un fil à plomb, suspendu à un point situé à une hauteur $dh = \frac{1}{2} g t^2$, toucherait le sol en un point défini comme étant « **verticalement** » au-dessous du point de suspension. Mais la tangente à la courbe-enveloppe, au point de suspension, toucherait le sol en un autre point, placé plus près de l'équateur, et la distance entre ces deux points serait:

$$(2) \qquad dx = dh\, d\varphi \quad \text{ou} \quad dx = \sin\varphi \cos\varphi\, \omega^2 g t^4.$$

Ceci posé, estimer que, dans notre hémisphère, un corps en chute libre atteindra le sol à une distance aussi considérable vers le sud, serait tomber dans la même erreur que Guglielmini et Olbers. En effet, pendant la chute du corps, l'attraction de la terre aura pour effet de diminuer la valeur de la déviation méridionale. A la page 39, nous avons mentionné que Gauss avait donné à l'expression (2) de la valeur de dx le coefficient $\frac{1}{6}$, et que Bertram avait réduit ce coefficient à $\frac{1}{24}$. Il suit que, dans une expérience où l'on se propose de mettre en évidence la force centrifuge terrestre, il faut faire agir les corps sur un mécanisme quelconque alors qu'ils sont à une **distance verticale considérable** l'un de l'autre, au lieu d'attendre que la force centrifuge ait été réduite par la descente. Dans cet ordre d'idées, on pourrait concevoir plusieurs méthodes d'expérimentation; bornons-nous à signaler celles qui ont été essayées de fait.

2. Trois appareils ont été imaginés et employés, jusqu'à ce jour, qui mettent en œuvre des corps situés à une certaine distance verticale l'un de l'autre; ce sont le **pendule horizontal,** le **bain de mercure** et la **poulie suspendue.** Voyons avec quel succès.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatS...1B...1H

a) **Le pendule horizontal** a été employé par HENGLER, son premier inventeur. Nous avons décrit plus haut sa méthode (p. 80). Il affirme avoir observé une différence dans la force centrifuge terrestre en deux points dont les hauteurs ne différaient que de quelques pieds. Mais la maigre description qu'il fait de ses expériences ne donne pas une garantie suffisante de l'exactitude de ses résultats.

Le pendule horizontal s'est d'ailleurs montré un excellent instrument pour l'expérience à laquelle il était destiné par PERROT, à savoir l'observation des variations de la verticale à la surface de la terre. (Voir notre note de la p. 7). Mais cette expérience n'a aucun rapport avec la rotation du globe.

HENGLER était évidemment sur la voie d'une nouvelle démonstration mécanique de la rotation terrestre; il resterait, pour la compléter, à soumettre le pendule horizontal à un examen minutieux, en ce qui concerne le problème de HENGLER, tout comme il y a été soumis au point de vue de la déformation de la surface du globe. Ajoutons que l'expérimentateur prendrait utilement connaissance de l'Art. 42 de l'ouvrage *The Advanced Part of a Treatise on the Dynamics of a System of Rigid Bodies* par ROUTH (London, 1905, p. 35).

b) **Le bain de mercure** a été proposé par PUISEUX pour déceler la force centrifuge terrestre; il fut employé par d'ABBADIE.

Voici ce que PUISEUX écrit dans les *C. R.* (t. 42, 1856, p. 682): « Concevons qu'une lunette ... soit dirigée vers un bain de mercure placé au-dessous, de manière que l'image du fil vue par réflexion coïncide avec l'image vue directement. Si l'on répète la même expérience avec un autre bain de mercure situé plus haut ou plus bas, la lunette devra changer de position ... Je détermine le petit angle dont la lunette doit tourner; il dépend de la latitude et de la différence de niveau des deux bains. En supposant cette différence égale à 1000 mètres ... l'angle dont il s'agit serait d'environ 0″17 à la latitude de 45° ».

On le voit, dès 1856, PUISEUX est en possession de la formule donnant une relation entre $d\varphi$ et dh, qui sera publiée par TESSAN en 1860 (voir. P. II, p. 81) [1]. La description qu'il fait de l'expérience montre qu'à cette époque il ne s'était pas encore familiarisé avec les observations nadirales; mais son idée est bonne et elle sera reprise plus tard par BABINET. Aucun observatoire n'était mieux outillé, pour l'expérience en question, que celui d'Abbadia, comme aussi nul n'était plus préparé à bien l'exécuter que d'ABBADIE. BABINET le savait et il pressa d'ABBADIE de l'entreprendre. Mais, quelque temps après, ce dernier publiait des résultats négatifs. (*C. R.*, t. 61, 1865, p. 838): « Après les tâtonnements nombreux qui résultent d'une expérience nouvelle, je suis enfin parvenu hier et aujourd'hui à faire plusieurs pointés, dans des conditions qui me semblent excellentes. Avec des grossissement différents,

[1] Ajoutons incidemment que PUISEUX propose plusieurs méthodes d'expériences: un fil homogène suspendu librement par une extrémité; une girouette mobile autour de la verticale de son centre de gravité et partagée par cet axe en deux parties symétriques; une tige suspendue par son centre de gravité. Mais il est permis de douter, et de la possibilité de réaliser pratiquement ces expériences, et de l'exactitude des résultats annoncés par l'auteur.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

et dans des azimuts divers, je n'ai trouvé aucune variation appréciable entre le nadir donné par un bain de mercure situé à 10 centimètres de l'objectif et celui que fournit une surface de mercure placée à environ $10^m.5$ plus bas ».

c) **La poulie suspendue**, le troisième des appareils signalés, a été employée à l'observatoire du Vatican. Deux masses portées par une poulie et placées à des hauteurs différentes, sont soumises **simultanément** à l'influence de forces centrifuges différentes, et agissent **dans le même sens** sur la suspension, de manière à former une balance de torsion. Par suite de la réversibilité de l'expérience, on doit pouvoir trouver une valeur double de la différence des forces centrifuges en question.

Quelque puisse être le résultat obtenu de fait, il ne sera peut-être pas sans utilité, pour les expérimentateurs futurs, de donner ici une description de la méthode employée.

3. Signification des expériences. Nous avons, à la page 2, fait une distinction entre expérience et observation des phénomènes naturels. Au nombre de ces phénomènes, nous avons cité l'aplatissement du globe. Eh! bien, la force centrifuge terrestre ne doit-elle pas être considérée comme un phénomène naturel, intimement lié à l'aplatissement, comme la cause à son effet? Par suite, comment expérimenter sur la force centrifuge? Ne doit-on pas se contenter de l'observer? Nous répondons:

a) Les expériences mentionnées dans le paragraphe précédent sont entièrement **indépendantes** de l'aplatissement terrestre. La terre tourne-t-elle autour de son axe: la force centrifuge agira sur des corps placés à des hauteurs quelconques; peu importe que la terre soit aplatie ou non. La terre est-elle immobile: son aplatissement ne fera pas que ces corps se meuvent dans une direction méridionale. En termes plus précis, la formule (1) est indépendante de la forme sphéroïdale du globe.

b) L'élément constitutif d'une expérience est, nous l'avons dit, la mise en mouvement d'un corps par des moyens mécaniques tels, que la rotation terrestre devienne sensible directement. Or, cette condition est remplie dans les expériences dont il s'agit. Que l'appareil employé soit le pendule horizontal ou la poulie suspendue, nous avons, dans les deux cas, une masse pesante mûe mécaniquement en haut ou en bas. Si la terre tourne, et dans ce cas seulement, l'appareil prendra un mouvement horizontal. Même remarque pour l'expérience de d'Abbadie: qu'un seul et même bain de mercure soit placé successivement à diverses hauteurs, ou que, de prime abord, l'on installe deux bains en deux niveaux différents, dans les deux cas, il y a déplacement du mercure, tandis que la lunette-viseur reste fixe. Si la terre tourne, et dans ce cas seulement, les surfaces libres ne seront pas parallèles dans les deux positions.

B. - Estimation préalable des résultats.

4. La formule théorique relative à l'expérience faite avec la poulie suspendue a été donnée dans la VI[e] Partie (p. 134), sous la forme suivante:

$$e = \pm 4\,A \left(\frac{T'}{l}\right)^2 \cdot \frac{h}{\rho},$$

attendu qu'à Rome le facteur $\sin 2\varphi = 0.9940$ est à peu près égal à l'unité.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912ApJS...1B...1H

Dans cette formule, toutes les quantités, sauf une, étaient pour ainsi dire imposées: A, distance du miroir à l'échelle graduée, était limitée par les dimensions de la salle d'observation; h, distance verticale maxima des deux masses mobiles, par la hauteur du bâtiment; le diamètre 2ρ de la poulie avait été fixé lors de la commande; enfin t, longueur du jour sidéral, était donnée par la nature. Seul, T, l'oscillation de la balance de torsion, restait arbitraire. Le fil de bronze qui servit d'abord à soutenir et à mettre en mouvement les deux masses, était de quelques mètres plus court qu'il n'aurait pu l'être. Par suite, la quantité h n'avait pas, au début, la valeur maxima qu'on lui donna par la suite. La mesure de ces diverses quantités fournit les valeurs suivantes:

$$\left.\begin{array}{l} A = 5723 \text{ mm} \\ h = 18.79 \text{ m} \\ \rho = 10.0 \text{ cm} \end{array}\right\} \quad \frac{h}{\rho} = 187.9.$$

5. La quantité T est fonction du genre de suspension, en d'autres termes, de la force directrice de torsion. Vue l'incertitude du résultat, il était obvie de donner à cette quantité T une valeur aussi considérable que possible, en augmentant la sensibilité de l'instrument. Une suspension **unifilaire** s'imposait donc. On employa, pour la construire, du fil d'acier de même qualité que celui qui avait servi pour l'isotoméographe.

a) Le 16 Juillet 1910, on fit une première mesure de T. Les deux masses suspendues à la poulie furent placées à la même hauteur, $\frac{h}{2}$, et on les laissa prendre leur position d'équilibre pendant une journée. Notons, en passant, que l'horloge sidérale placée dans le local d'observation, était la même que celle qui avait servi dans la Tour Léonine pour les expériences avec l'isotoméographe. Nous avons dit déjà (p. 136) que deux timbres marquent le temps dans cette horloge: l'un annonce les minutes, l'autre frappe les 20 secondes.

On opérait de la manière suivante: à chaque coup de timbre, on lisait la graduation de l'échelle couverte par le fil vertical de la lunette viseur et, de plus, la direction dans laquelle cette échelle se déplaçait. Les valeurs notées étaient ensuite pointées sur papier quadrillé et jointes par une courbe. On fit, dans la même journée, deux séries d'observations. Les deux diagrammes obtenus fournissent le tableau suivant:

Hauteur	Formule	T	Poids
$\frac{h}{2}$	$2T \times 27 = 22^m.01$	$0^m.4076$	1
»	$2T \times 29 = 23.71$	88	2
Moyenne		$0^m.4084$	

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

b) Ces expériences permettaient, dès l'abord, une estimation préalable du nombre *e* de divisions de l'échelle graduée que l'on pouvait espérer voir indiquer par l'instrument sous l'influence de la force centrifuge terrestre. Nous avons en effet:

$$\left(\frac{T}{t}\right)^2 = 0.000,284^2 = \frac{80656}{10^{12}}, \qquad \left(\frac{T}{t}\right)^2 \frac{h}{\rho} = 0.000,015,15,$$

$$e = \pm 5723 \times 0.000,060,6 = \pm 0.35\,\text{mm}.$$

D'après la théorie, cette quantité n'est autre chose que la différence des positions du fil de la lunette sur l'image réfléchie de l'échelle graduée, lorsque l'une des masses mobiles est en haut et lorsqu'elle est en bas, par rapport à l'autre masse.

c) La lunette-viseur pouvait, à la rigueur, permettre d'estimer les dixièmes et même les demi-dixièmes de millimètre. Donc, supposé que la suspension de la balance de torsion fonctionnât convenablement, l'expérience devait réussir. Mais cette condition était loin d'être réalisée: d'abord la balance de torsion n'était jamais en parfait repos et l'échelle graduée, par moment, sortait du champ de la lunette; en second lieu, les oscillations se montraient irrégulières, l'image de la graduation disparaissant tantôt à droite, tantôt à gauche, sans loi apparente bien nette.

Au risque de réduire la sensibilité de l'appareil et pour rendre les lectures possibles, il devenait nécessaire d'augmenter la stabilité, en employant une suspension **bifilaire.** On procéda exactement comme on l'avait fait pour l'isotoméographe.

6. La suspension bifilaire adaptée, on profita de l'occasion pour remplacer le fil métallique réunissant les deux poids par un fil plus long et l'on prit $h = 23.19$ m.

a) Le temps T d'une oscillation simple fut mesuré derechef, d'abord en plaçant les deux poids à la même hauteur $\frac{h}{2}$, puis en les éloignant verticalement de toute la hauteur h et en mettant l'un des poids successivement en bas et en haut.

Une raison motivait ce changement de méthode: on avait observé une triple oscillation du miroir réflecteur qui rendait les lectures difficiles et sur laquelle nous reviendrons plus loin (voir **C**).

Pour déterminer la valeur de T, on s'y prit aussi différemment. Au lieu de lire les positions à chaque coup de timbre, on lisait l'heure à l'instant de l'une des élongations. Les résultats obtenus le 10 Novembre et le 10 Décembre sont consignés dans le tableau suivant.

Hauteur	Formule	T_1	Hauteur	Formule	T_2
$\frac{h}{2}$	$2T \times 44 = 24^m.52$	$0^m.2786$	*o* et *h*	$2T \times 40 = 22^m.81$	$0^m.2850$
»	$2T \times 86 = 47.36$	54	*h* et *o*	$2T \times 105 = 59.23$	21
égale	$2T \times 130 = 71.88$	0.2765	inégale	$2T \times 145 = 82.04$	0.2829

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1902VtPS...1B...1H

La valeur de T_2 était nécessairement supérieure à celle de T_1 pour la raison suivante. Bien que les deux poids mobiles se fissent équilibre, cet équilibre se trouvait détruit lorsque l'un des poids était en haut et l'autre en bas, à cause de la différence des longueurs du fil de bronze qui les reliait, et le poids supérieur devait recevoir une masse additionnelle d'environ 2 kg pour contrebalancer le poids de fil qui se trouvait de l'autre côté. Mais alors le moment d'inertie de l'appareil se trouvant augmenté, la durée d'oscillation de la balance de torsion augmentait aussi. Dans les diverses expériences, on devra donc faire usage des valeurs T_1 ou T_2, suivant que l'on emploiera ou non la masse additionnelle.

L'accord qui existe entre les quatre expériences ci-dessus est une garantie que l'oscillation observée est bien celle qui appartient en propre à la balance de torsion; du reste, nous donnerons plus bas (voir **C**) d'autres preuves de ce fait.

b) Nous pouvons maintenant faire, en connaissance de cause, l'estimation préalable des résultats que devra donner la suspension **bifilaire**, avec le fil de bronze de longueur supérieure. Il semblerait, à première vue, que la durée d'une oscillation simple doit toujours être fournie par la valeur T_2; mais il n'en est rien. Comme nous le dirons tout à l'heure, nous sommes arrivés, en faisant plonger le poids inférieur dans un bain d'eau, à amortir les oscillations et à contrebalancer l'effet de la différence de poids des deux brins du fil. Aussi prendrons-nous toujours, pour valeur de la durée d'une oscillation, la valeur T_1, que nous désignerons simplement par T. Ceci posé, nous avons:

$$h = 23.19 \text{ m}; \qquad \frac{h}{\rho} = 231.9;$$

$$\left(\frac{T}{t}\right)^2 = 0.000,192^2 = \frac{36864}{10^{12}}; \qquad \left(\frac{T}{t}\right)^2 \frac{h}{\rho} = 0.000,008,55;$$

$$e = \pm 5723 \times 0.000,034,2 = \pm 0.20 \text{ mm}.$$

7. Comparons la quantité

$$e = \pm 0.20 \text{ mm}$$

avec la déviation méridionale qu'éprouverait un corps tombant, en chute libre, sur un espace égal h. A la page 40 nous avons donné la formule numérique de BERTRAM, sous la forme suivante:

$$x = + \frac{t^4}{10^6} \text{ mm}.$$

Dans le cas actuel, nous avons:

$$t^2 = \frac{2 \times 23.19}{9.8} = 4^s.73, \qquad t^4 = 22.4.$$

Par suite, la déviation méridionale subie par un corps tombant de la hauteur du bâtiment d'expérimentation serait:

$$x = 0.000,022 \text{ mm},$$

et le rapport des deux quantités est:

$$e : x = 10,000;$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

en langage courant, la quantité à observer sur la graduation où se réfléchit le rayon lumineux est **dix-mille** fois plus considérable que celle que pourrait directement déceler un corps en chute libre.

Mais une question reste à résoudre: est-il possible de donner à la poulie une **stabilité** suffisante, tout en lui laissant assez de **sensibilité** pour que la quantité e ne soit pas masquée par les différentes erreurs inhérentes à semblable mesure? Les expériences dont la description va suivre diront quels ont été, jusqu'à présent, les résultats obtenus.

Remarque. Théoriquement parlant, la valeur

$$e = \pm 0.20 \text{ mm}$$

est un peu trop forte, et cela pour trois raisons:

1) Comme nous l'avons noté déjà (p. 150), nous avons, à la **latitude** de Rome, le facteur:

$$\sin 2\varphi = (1 - 0.006).$$

2) En prenant, pour le **moment d'inertie** (ibid.)

$$K = 2 \text{ m } \rho^2,$$

nous n'avons tenu compte que des deux poids mobiles et du fil de bronze qui les relie. En appelant $2k$ le moment d'inertie de la poulie, nous aurions l'expression:

$$K = 2(\text{m } \rho^2 + k) \quad \text{et} \quad \frac{1}{K} = \frac{1}{2 \text{ m } \rho^2}\left(1 - \frac{k}{\text{m } \rho^2}\right).$$

Or, le poids de la poulie est au plus de 3 kg, tandis que le poids de l'ensemble des masses suspendues dépasse 160 kg. Par suite, le facteur correctif différerait de l'unité d'un peu moins de:

$$(1 - 0.02).$$

3) Le temps T d'une oscillation simple devrait être déterminé dans le **vide**, afin de n'avoir pas à le corriger de l'amortissement dû à la résistance de l'air. Ajoutons du reste que cette correction est très faible, et n'aurait aucun sens par rapport aux résultats qui suivent.

C. - Premiers essais.

8. L'**échelle graduée** sur verre, dont l'image était réfléchie par le miroir dans la lunette-viseur, est divisée en 100 mm, et le champ de cette lunette mesure 117 mm; aussi la graduation était-elle entièrement visible. L'oculaire contient un réticule dont le fil horizontal était généralement placé au-dessus des traits de l'échelle et à une très faible distance.

Les divisions de l'échelle allaient en augmentant de la gauche vers la droite, de 1 à 100, et c'est aussi dans ce sens qu'elles apparaissaient à travers la lunette, par suite du double renversement produit par le miroir et par le viseur.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1914ApJS...1B...1H

Le **sens de la torsion** de la poulie, déterminé théoriquement et expérimentalement, était donné par la règle suivante: à un déplacement du fil vertical, de 1 vers 100, sur l'image de l'échelle graduée, correspond une rotation de la poulie suspendue dans le sens des aiguilles d'une montre.

Pour éviter toute confusion dans la description des expériences, nous conviendrons de désigner les deux masses mobiles par les lettres P et C, initiales des mots poids et contrepoids. La masse P était facile à reconnaître, grâce à un anneau de plomb qu'on avait dû fixer à la partie supérieure, pour racheter une différence de poids de 4 kg provenant d'un défaut de fabrication. Nous fixerons d'ordinaire la position de l'appareil en indiquant la position occupée par la masse P.

9. Dès les premiers essais, le miroir se montra animé d'**un triple mouvement d'oscillation**; on eut beau espacer les observations de 24 heures, parfois même de 48 heures, jamais on ne le trouvait en parfait état de repos. L'amplitude variait de 5 à 15 mm; faire une lecture exacte était dès lors impossible, mais on pouvait tenter une estimation approchée, au moyen de la pendule sidérale située dans la salle d'expérience. Notons provisoirement T, t et τ les oscillations simples; la moyenne des valeurs observées, durant 9 jours, donna les nombres suivants pour les oscillations doubles:

$$2T = 35^s, \qquad 2t = 10^s, \qquad 2\tau = \text{de } 1^s \text{ à } 1\,{}^1/_4{}^s.$$

Ces chiffres montrent que T est identique à l'oscillation déterminée plus haut (p. 152) $T = 0^m.27$, et représente l'oscillation de la balance de torsion. Quant aux deux autres mouvements, ils étaient dus aux deux masses mobiles suspendues à la poulie. La masse inférieure constituait un pendule dont la longueur était égale à la somme des longueurs du fil de bronze passant sur la poulie et de la suspension bifilaire; pour la masse supérieure, au contraire, cette longueur se réduisait à la distance séparant son centre de gravité de la poulie. Le calcul donne alors:

$$t = \pi \sqrt{\frac{23+5}{9.8}} = 3.1 \times 1.7 = 5^s.3,$$

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{0.6}{9.8}} = 3.1 \times 0.2 = 0^s.6.$$

Il fut aisé de se débarrasser de l'oscillation t en faisant plonger le poids inférieur dans une cuvette pleine d'eau. Cette modification eut, de plus, l'avantage d'équilibrer le fil de bronze, comme nous l'avons déjà mentionné (p. 153).

10. La poulie fut placée dans le plan du **premier vertical**, au moyen d'un goniomètre à boussole, muni de pinnules et d'une vis micrométrique. On fit une correction de déclinaison de 9° W. La poulie ne comportant ni fer ni acier, et la salle d'expérience ne renfermant aucun objet qui pût influencer l'aiguille, l'orientation E-W, ainsi

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS..1B..1H

obtenue, pouvait être considérée comme suffisamment exacte. Le poids P fut disposé du côté **Est.**

Les premiers essais durèrent 8 jours, du 8 au 17 Décembre 1910, et se firent en plaçant toujours la masse P alternativement en haut et en bas. Le déplacement était effectué après chaque observation, entre 9 et 10 heures du matin; l'appareil avait ainsi 24 heures pour reprendre son état d'équilibre, avant l'expérience suivante.

Les oscillations $T = 17^s$ et $\tau = 0^s.6$ demeurèrent constamment visibles. La première nécessita la lecture des deux élongations (droite et gauche). L'influence des petites oscillations parasites τ, superposées aux précédentes, fut éliminée par la lecture successive de 20 doubles élongations, faite alternativement à droite et à gauche. On fit même, parfois, jusqu'à 25 lectures. Voici les moyennes obtenues:

Table I.

P	EN HAUT	EN BAS
E	56. 55	86. 46
	36. 06	19. 65
	38. 91	5. 96
	33. 51	21. 42
Moyennes	41. 26	33. 37

Différence = + 7. 89 mm.

Le signe + indique ici que la différence obtenue concorde bien en **direction** avec l'effet que la force centrifuge doit avoir sur le poids supérieur. Mais la partie **quantitative** est sujette à caution, étant données les valeurs très dissemblables notées dans la seconde colonne. La seule conclusion que l'on puisse tirer de cette Table est la suivante: les observations en question sont susceptibles d'une plus grande précision.

11. Ces premiers essais indiquaient deux **perfectionnements** indispensables au bon fonctionnement de l'appareil: il fallait amortir les mouvements de la poulie, et caler le cadre de cette même poulie pendant le déplacement des poids.

a) L'**amortissement** se fit de triple façon: l'eau du bassin dans lequel plongeait le poids inférieur fut recouverte d'une couche d'huile de ricin de 4 cm environ; sous le poids supérieur on installa un vase plein de cette même huile, dans laquelle l'extrémité plongeait d'à peu près 5 cm; enfin, au-dessous du cadre portant la poulie, on vissa une barre de laiton, terminée à chaque bout par des palettes trempant encore dans de l'huile de ricin. Ceci fait, on constata que l'image de l'échelle graduée apparaissait parfaitement immobile dans le champ de la lunette, de manière que l'on pouvait aisément lire les dixièmes et même les demi-dixièmes de millimètre.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

b) Nous avons dit, dans la V^e^ Partie, que la poulie était munie d'une charnière lui permettant de reprendre sa position d'équilibre après le déplacement des deux masses *P* et *C*. Ce dispositif n'avait pas été appliqué à l'Isotoméographe, mais il s'imposait, dans le cas de la poulie. On ne pouvait songer à une suspension sur lames de couteau, qui eut rendu assez dangereuse la manipulation d'une masse de 160 kgs; on adopta donc simplement une charnière faite d'une broche ronde réunissant ensemble les deux pièces de suspension.

Or, la Table I, donnée au § 10, indique des différences des valeurs qui semblent dues à un fonctionnement défectueux de la charnière de la poulie, et peut-être aussi aux secousses imprimées à tout l'appareil par le déplacement des poids d'une hauteur de 23 m. Il était donc nécessaire de **caler le cadre** de la poulie pendant cette opération. Dans la muraille et dans le pavement de la salle on encastra fortement un chevalet, suffisamment rapproché de la poulie, et portant à son extrémité un robuste collier de métal, en forme de fer à cheval, de manière à entourer le cadre de la poulie. Une vis, passant dans ce collier, pouvait venir buter contre le cadre de manière à le maintenir. Le maniement de cette vis devait, cela va sans dire, se faire avec quelques précautions, pour ne pas forcer la charnière, ce qui aurait eu pour effet de la déranger de sa position normale et, par suite, de modifier la valeur des lectures faites, le lendemain, sur l'échelle graduée.

12. Grâce aux précautions précédentes, les oscillations nuisibles de l'échelle dans le champ de la lunette se trouvaient détruites, et il devenait possible de faire des lectures exactes. Une influence troublante subsistait pourtant parfois, d'allure irrégulièrement progressive, de marche très lente, de sens variable, et généralement d'une grandeur inférieure à 0.5 mm. La conclusion de nos recherches fut celle-ci: il ne s'agissait ni plus ni moins que d'un courant d'air, provoqué par l'ouverture du guichet séparant la lunette viseur de la poulie. De plus, nous nous rendimes compte que la véritable valeur, devant entrer dans la discussion finale des expériences, est la première valeur, lue avant que le courant d'air eût pu produire son effet, et non pas la moyenne des lectures suivantes. Quelques explications à ce sujet.

La cage d'escalier, de 23 m de hauteur, dans laquelle les poids effectuaient leur mouvement, était fermée, de haut en bas, avec de l'étoffe et du papier, et pourtant la pression de l'air était suffisante pour y pénétrer et y causer un courant. Le sommet de cette cage, trou circulaire de un demi-mètre environ de diamètre, était naturellement toujours ouvert; mais la porte de la salle où était suspendue la poulie, demeurait hermétiquement fermée. La salle d'où l'on faisait les observations communiquait avec la salle précédente par un guichet à coulisse qui restait clos, en l'absence de l'observateur; la niche où se trouvait la lunette était également obturée par un volet; enfin la salle était elle-même fermée par une porte. Durant la nuit, portes et fenêtres de la cage d'escalier étaient maintenues soigneusement closes. L'observateur, en entrant dans la salle, fermait la porte derrière lui, puis ouvrait le volet de la niche et enfin le guichet. Lorsque l'atmosphère était calme, l'échelle gra-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

duée demeurait absolument immobile; mais, en deux occasions, l'observateur put sentir un courant d'air sur sa figure, et il constata que, ces jours-là, une porte était restée ouverte au bas de la cage d'escalier.

13. Après avoir apporté à l'appareil les perfectionnements dont il vient d'être question, pour amortir les oscillations et limiter les mouvements de la poulie, pendant le déplacement des poids, on recommença les observations du Tableau I, durant une série de 12 jours, espacés du 24 Décembre au 9 Janvier. La poulie était encore placée dans le plan du **premier vertical,** et le poids *P* placé du côté *Est*, comme précédemment. Mais la position du théodolite était modifiée par rapport à l'échelle graduée, et, dès lors, les Tableaux I et II ne sauraient êtres combinés ensemble directement.

Table II.

P	EN HAUT	EN BAS
E	73. 95	52. 50
	72. 75	8. 60
	56. 80	38. 30
	80. 00	49. 28
	40. 55	30. 80
	39. 20	33. 20
Moyennes	60. 54	35. 45

Différence = + 25. 09 mm.

La conclusion principale qui se dégage de la Table II est la même que pour la Table I: la balance de torsion présente, lorsque *P* est en haut, une tendance à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. Ici, comme plus haut, le signe +, qui précède la valeur de la différence, indique que la **direction** de la rotation est d'accord avec l'effet produit par la force centrifuge terrestre. Nous nous abstiendrons pourtant d'imiter HENGLER et de tirer de ce fait une conclusion prématurée. Il est indispensable auparavant d'examiner la tendance que la balance de torsion manifeste, au point de vue de la rotation. Pour cela, plaçons la poulie alternativement dans le plan du **méridien,** et dans le plan du **premier vertical,** en tournant la suspension de $\pm$ 90°.

D. - Contrôle de la torsion.

SÉRIE I. OBSERVATIONS FAITES AVANT LES OBSERVATIONS RÉGULIÈRES.

14. La poulie est dans le plan du **méridien;** *P* est du côté *Sud.*

Voici les résultats de 12 observations, faites du 15 au 26 Janvier 1911, avec *P* alternativement en bas et en haut.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Table III (*P* au *Sud*).

JANVIER	*P* EN HAUT	*P* EN BAS	JANVIER
15	45. 40	7. 10	16
17	23. 10	1. 80	18
19	38. 80	70. 00	20
21	27. 25	4. 10	22
23	20. 30	12. 35	24
25	23. 95	15. 85	26
Moyennes	29. 80	18. 53	

P en haut — *P* en bas = + 11. 27 mm.

Ces résultats confirment ceux des Tables I et II, à savoir que la balance de torsion a encore, lorsque *P* est en haut, une tendance à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre.

15. La Poulie est de nouveau dans le plan du **premier vertical**; *P* est à l'*Ouest*. Douze observations, espacées du 28 Janvier au 8 Février, avec *P* alternativement en haut et en bas, donnèrent les résultats suivants:

Table IV.

P	EN HAUT	EN BAS
W	49. 90	23. 75
	25. 85	27. 55
	49. 95	23. 55
	25. 20	41. 45
	46. 30	38. 30
	48. 10	37. 95
Moyennes	40. 88	32. 09

Différence = — 8. 79 mm.

Le signe négatif de la différence indique que sa **direction** est de sens contraire au sens de la force centrifuge terrestre. Mais, d'autre part, la balance de torsion a conservé sa tendance à tourner dans le sens direct, lorsque *P* est en haut.

En somme, on le voit, les chiffres indiquent, dans les quatre Tables, que la balance se comporte différemment lorsque la masse *P* se trouve en haut et lorsque cette masse est en bas. Au point de vue **qualitatif**, il y a, jusqu'ici accord complet: la balance tend uniformément à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, dans le premier cas; en sens inverse, dans le second. L'explication de ce fait est sans doute la même

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

que celle donnée à propos d'un phénomène analogue constaté avec l'Isotoméographe (p. 144-145); il se produit un déplacement du centre de gravité et, par suite, un couple troublant. Ce déplacement du centre de gravité doit se produire, *a priori*, par le fait du déplacement des masses: d'abord parce que les deux poids P et C ne sont qu'approximativement égaux; ensuite parce que le fil de bronze, de 23 m de longueur du côté du poids inférieur, est équilibré, autant qu'on peut en juger à la main, par le bain d'eau dans lequel plonge ce poids. La charnière qui se trouve immédiatement au-dessous de la suspension bifilaire, devait, dans la pensée de l'inventeur, maintenir le centre de gravité toujours au même point, quelque fût la position des masses; elle n'a pas, sans doute, assez de précision pour remplir ce rôle.

Série II. Observations faites après les observations régulières.

16. Une fois terminées les expériences résumées dans les Tableaux I à IV, on entreprit la série des expériences régulières, avec la poulie dans le premier vertical. Elles durèrent jusqu'au 25 Mars. Comme ces expériences régulières n'avaient été **précédées** que d'une seule série exécutée avec la Poulie placée dans le plan méridien, on jugea utile de les faire **suivre** d'une seconde série semblable, de manière à englober le groupe destiné à déceler la force centrifuge entre deux groupes où l'effet de cette force était nul.

Cette dernière série d'expériences se rapportant au **contrôle de la torsion**, nous en donnerons immédiatement les résultats, à leur place logique, plutôt que de les renvoyer après la série des expériences régulières.

Table V (P au *Sud*).

Avril	P en haut	P en bas	Avril
2	70.00	65.95	3
4	28.10	62.05	5
6	29.80	50.90	7
8	30.90	70.35	9
10	47.20	31.75	13
12	20.00	24.20	15
Moyennes	37.67	50.87	

P en haut $-$ P en bas $=$ $-$ 13.20 mm.

On remarquera que l'observation du 11 Avril manque, dans la colonne de droite. Elle fut pourtant faite et la lecture de l'échelle graduée donna la valeur — 20.00, c'est-à-dire que le fil vertical apparut, dans la lunette, à 20 mm à gauche du zéro de l'échelle. Cette valeur fut obtenue en lisant la distance du zéro au bord de droite du champ de la lunette, puis en rapportant cette distance au fil vertical central, au moyen d'une correction connue.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Une raison légitimait l'omission de cette observation. Au matin du 10 Avril, après avoir fait une expérience et placé la masse *P* en bas, l'observateur avait quitté la salle, lorsque se produisit un tremblement de terre, à $10^h\,43^m.5$. Cette secousse, à Rome, affecta une forme ondulatoire et elle dérangea l'instrument. Aussi, pour conserver une parfaite symétrie entre la Table V et la Table III, et donner la même exactitude à l'une et l'autre, la masse *P* fut-elle placée en haut, après l'observation du 13 Avril, puis de nouveau amenée en bas le 14, afin de préparer la dernière observation du 15. Toutes les observations se trouvent faites ainsi dans des conditions identiques.

De cette série d'observations se dégage la conclusion suivante: la poulie a perdu sa tendance à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, lorsque *P* est en haut. Le même phénomène avait été noté lors de la seconde série des observations régulières, décrite plus bas, dans la section **E**. Quel motif assigner à ce changement, sinon les modifications continuelles du sens de la poulie en azimut, avec le poids *P* à l'*Est*, puis au *Sud*, puis à l'*Ouest*, puis de nouveau au *Sud* et à l'*Est*? Et si cette explication est la bonne, elle ne fait que confirmer ce vieux principe que toute expérience doit être exécutée en en faisant varier les circonstances, de manière à éliminer toute erreur systématique. Car c'est bien une cause d'erreur systématique que cette tendance manifestée par la poulie à tourner en azimut, au moins lorsqu'elle est orientée dans le plan du méridien.

17. Les premiers essais effectués n'étaient pas destinés à être utilisés pour les mesures finales; pourtant, il n'est pas sans intérêt de voir, à titre d'indication, ce que l'on peut tirer de la combinaison de leurs résultats.

a) Commençons par les expériences exécutées dans le **premier vertical**.

Bien que les Tables I et II aient été dressées en plaçant la lunette dans deux orientations diverses, on peut essayer de calculer la moyenne arithmétique des valeurs trouvées pour les différences (*P* haut — *P* bas) dans ces deux tables.

La Table I offre deux valeurs, 86.46 et 5.96, qui peuvent sembler anormales; gardons-les cependant, étant donné qu'elles se compensent en partie. Faisons-en autant des valeurs, anormales aussi, 52.50 et 8.60 de la Table II. Prenons maintenant la moyenne des résultats des deux tables et comparons-la aux valeurs données par la Table IV. Cette dernière table contient 12 observations, tandis que nous en obtenons 20 par la combinaison des Tables I et II; mais, pour compenser les valeurs anormales en question, donnons à la combinaison de I et II le même poids qu'à la Table IV. Nous obtiendrons ainsi le tableau suivant:

TABLES	*P*	± (HAUT — BAS)	OBSERVATIONS
I, II	*E*	+ 16.49 mm	8 + 12
IV	W	— 8.79 mm	12
	Moyenne	+ 3.85 mm	32

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Le signe + indique que la différence (haut — bas) est du même sens que la force centrifuge; le signe — indique qu'elle est de sens contraire.

Toute erreur systématique est-elle, en grande partie au moins, éliminée de cette moyenne? Réservons notre réponse pour la fin de la section **E.**

b) De même que nous avons combiné ensemble les Tables (I + II) et IV, qui donnent les résultats obtenus avec la poulie orientée dans le premier vertical, essayons de fondre ensemble les valeurs trouvées lorsque la poulie était dans le **plan du méridien.** Nous obtiendrons le tableau que voici:

Tables	*P*	± (haut — bas)	Observations
III	*S*	+ 11.27 mm	12
V	*S*	— 13.20 mm	12
	Moyenne	— 0.97 mm	24

En présence de ces chiffres, on est amené à se faire la même question que tout à l'heure: toute erreur systématique de l'appareil se trouve-t-elle éliminée de la moyenne des deux séries, du moins en deçà de la valeur résiduelle d'un millimètre? Si la réponse à cette double question pouvait être affirmative, les valeurs moyennes que nous venons d'obtenir sembleraient fonder une démonstration qualitative de l'existence de la force centrifuge terrestre. Mais suspendons encore un peu nos conclusions.

E. - Les observations régulières.

18. Les expériences préliminaires exécutées avec la poulie suspendue ne laissaient aucun espoir de mesurer une quantité $e = 0.20$ mm, étant données les imperfections de l'instrument actuel. Restait pourtant à voir ce qu'on pouvait en attendre, au point de vue de la précision des mesures, en le maniant avec d'extrêmes précautions. La partie la plus délicate de la manipulation consistait, on s'en souvient, à caler le cadre de la poulie, juste assez pour ne pas faire sortir cette dernière de sa position d'équilibre, et surtout pour ne pas forcer la charnière. Il fallait, de plus, déplacer les masses lentement et sans à-coup, afin de ne faire subir aucun choc à la poulie. Enfin, il était indispensable de laisser l'appareil reprendre librement son état normal, pendant quelques jours, après avoir changé son azimut et avant de commencer toute observation.

C'est en prenant toutes les précautions énumérées que l'on fit deux séries régulières d'observations, l'une avec *P* à l'*Est* (Février 1911), l'autre avec *P* à l'*Ouest* (Mars 1911). Chaque jour, le poids *P* était déplacé, et mis alternativement en haut, puis en bas. Les observations étaient invariablement faites vers les 10 h du matin, de sorte que les masses avaient 24 heures pour prendre leur position d'équilibre.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Première série d'observations: P à l'Est.

Nous noterons L les lectures faites sur l'échelle graduée et nous affecterons cette lettre d'un indice dénotant la position du poids P:

L_h indiquera les valeurs lues quand P était en haut.
L_b » » » » » » » » bas.

Remarquons, dès maintenant, que, durant ces expériences, la suspension bifilaire de la poulie subit des modifications continuelles, assez régulières et analogues à celles que nous avons déjà décrites dans le cas de l'Isotoméographe (voir p. 144). Ces modifications consistaient en un **relèvement graduel du point d'équilibre** sur l'échelle graduée, dû probablement à l'élasticité du fil. Nous l'avons dit, la même qualité de fil fut employée pour les deux appareils; et pourtant, avec l'Isotoméographe, le déplacement se produisait dans le sens contraire à celui des aiguilles d'une montre, tandis qu'avec la poulie suspendue, le mouvement était dans le sens des aiguilles.

Admettons que ce relèvement du point d'équilibre ait été uniforme et, par suite, puisse s'exprimer au moyen d'une fonction linéaire. Appelons t le nombre de jours qui précèdent et suivent le 19 Février; nous pourrons dresser la table suivante qui classe les observations de la première série:

P en haut		P en bas	
Février	$L_h = x + t\cdot z$	$L_b = y + t\cdot z$	Février
		$43.05 = y - 10z$	9
10	$54.25 = x - 9z$	$56.15 = $ » $- 8$ »	11
12	$60.75 = $ » $- 7$ »	$55.25 = $ » $- 6$ »	13
14	$59.75 = $ » $- 5$ »	$57.25 = $ » $- 4$ »	15
16	$61.85 = $ » $- 3$ »	$56.10 = $ » $- 2$ »	17
18	$66.60 = $ » $- 1$ »	$63.85 = $ »	19
20	$71.35 = $ » $+ 1$ »	$67.90 = $ » $+ 2$ »	21
22	$68.40 = $ » $+ 3$ »	$70.90 = $ » $+ 4$ »	23
24	$77.80 = $ » $+ 5$ »	$77.15 = $ » $+ 6$ »	25
26	$71.55 = $ » $+ 7$ »	$77.25 = $ » $+ 8$ »	27
28	$78.30 = $ » $+ 9$ »	$77.95 = $ » $+ 10$ »	29

Nous avons donc 21 équations de condition pour les 3 variables x, y, z. Par suite de la symétrie des coefficients de ces variables, les équations normales s'écrivent:

$10x = 670.60$, poids de x: 10,
$11y = 702.80$, » » y: 11,
$770z = 1134.10$, » » z: 770.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1922VatPS...1B...1H

Substituons à x, y et z leurs valeurs dans les 21 équations et formons les résidus v: nous aurons la somme des carrés:

$$[v^2] = 187.1950;$$

par suite, l'erreur moyenne sera donnée par l'expression:

$$1/\frac{187.1950}{21-3} = 3.225 \text{ mm.}$$

Nous obtenons alors pour les inconnues les valeurs et les erreurs probables suivantes:

$$x = 67.06 \pm 0.69 \text{ mm},$$
$$y = 63.89 \pm 0.66 \text{ » },$$
$$z = 1.47 \pm 0.08 \text{ » }.$$

Donc, la différence des lectures faites sur l'échelle, comptée **dans le sens de la force centrifuge**, est celle-ci:

$$L_h - L_b = x - y = +3.17 \pm 0.95 \text{ mm.}$$

SECONDE SÉRIE D'OBSERVATIONS: P À L'OUEST.

Conservons exactement les notations employées pour la première série et comptons le temps t à partir du 14 Mars. Nous obtiendrons le tableau suivant:

P EN HAUT		P EN BAS	
MARS	$L_h = x + t \cdot z$	$L_b = y + t \cdot z$	MARS
3	$32.20 = x - 11z$		
5	$39.10 =$ » $-$ 9 »	$42.20 = y - 10z$	4
7	$52.50 =$ » $-$ 7 »	$58.95 =$ » $-$ 8 »	6
9	$55.05 =$ » $-$ 5 »	$44.35 =$ » $-$ 6 »	8
11	$60.25 =$ » $-$ 3 »	$65.10 =$ » $-$ 4 »	10
13	$58.70 =$ » $-$ 1 »	$60.90 =$ » $-$ 2 »	12
15	$69.35 =$ » $+$ 1 »	$79.60 =$ »	14
17	$77.70 =$ » $+$ 3 »	$69.90 =$ » $+$ 2 »	16
19	$79.20 =$ » $+$ 5 »	$75.50 =$ » $+$ 4 »	18
21	$79.20 =$ » $+$ 7 »	$81.35 =$ » $+$ 6 »	20
23	$79.65 =$ » $+$ 9 »	$87.20 =$ » $+$ 8 »	22
25	$85.70 =$ » $+$ 11 »	$89.30 =$ » $+$ 10 »	24

Les trois inconnues x, y, z sont données par 23 équations de condition. Grâce à la symétrie des coefficients, les équations normales prennent la forme suivante:

$$12x = 768.60, \quad \text{poids de } x: \ 12,$$
$$11y = 754.35, \quad \text{» » } y: \ 11,$$
$$1012z = 2302.70, \quad \text{» » } z: 1012.$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VeSS...1B...1H

La substitution des valeurs de x, y, z, dans les 24 équations de condition, laisse des résidus v, dont les carrés fournissent la somme

$$[v^2] = 597.2777.$$

L'erreur moyenne est donc

$$1 \sqrt{\frac{597.2777}{23-3}} = 5.470 \text{ mm.}$$

Les valeurs des inconnues et leurs erreurs probables sont par suite les suivantes:

$$x = 64.05 \pm 1.06 \text{ mm.}$$
$$y = 68.58 \pm 1.11 \text{ » ,}$$
$$z = 2.27 \pm 0.12 \text{ » .}$$

Finalement, la différence des lectures faites sur l'échelle, comptée encore **dans le sens de la force centrifuge**, est celle-ci:

$$L_b - L_h = y - x = + 4.53 \pm 1.54 \text{ mm.}$$

19. Il nous reste à combiner les deux séries du § 18 en une moyenne arithmétique unique. Pour cela, faisons les poids des deux valeurs $x - y$ et de $y - x$ inversement proportionnels aux carrés de leurs erreurs probables; la moyenne finale s'obtiendra comme suit:

Série	Sens de la force centrifuge	Poids
I	$+ 3.17 \pm 0.95$	2.62
II	$+ 4.53 \pm 1.54$	1.00
Moyenne	$+ 3.55 \pm 0.90$ mm.	

Avant d'essayer d'interpréter ce résultat, il n'est pas inutile de le comparer avec les résultats obtenus dans la section **D**.

La combinaison des tables I, II, IV nous a donné, comme valeur de la différence **dans le sens de la force centrifuge,** la valeur moyenne + 3.85 mm, tandis que la combinaison des Tables III et V nous fournit, comme valeur de la différence (haut — bas), le résidu — 0.97 mm, dans le **plan du méridien**.

Le rapprochement de ces deux valeurs est quelque peu surprenant, pour un double motif. D'abord, la valeur + 3.85 concorde avec le résultat des observations régulières plus exactement que chacune des Tables I, II et IV n'aurait permis de le supposer; en second lieu, le résidu — 0.97 dépasse fort peu l'erreur probable du résultat normal.

Aussi, une triple **question** vient se poser d'elle-même au lecteur:

a) L'existence de la force centrifuge terrestre est-elle mécaniquement démontrée par les expériences précédentes?

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

b) Le nombre + 3.55 a-t-il une signification physique, indépendante des erreurs instrumentales qui échappent au contrôle de l'observateur?

c) Quel appoint fournit le résultat obtenu à l'existence d'une déviation méridionale des corps en chute libre, si souvent insinuée?

F. - Conclusions.

20. A cette triple question, nous nous efforcerons de répondre de notre mieux, dans les termes suivants.

a) La valeur **théorique** de l'effet que la force centrifuge terrestre doit produire sur l'instrument est: $e = 0.20$ mm (voir p. 153). La valeur **effectivement** obtenue, $e = 3.55 \pm 0.90$ mm, est environ vingt fois plus forte, et son erreur probable presque cinq fois plus considérable. Aussi nous refusons-nous à voir, dans ce résultat, une preuve, même qualitative. Est-ce à dire que les expériences réalisées n'ont aucune utilité? Non, certes; elles prouvent que la force centrifuge terrestre est trop faible pour être décelée par la poulie suspendue, et que chercher à augmenter les dimensions ou la sensibilité de l'appareil serait probablement peine perdue sans profit réel.

Cette conclusion cadre du reste avec celle à laquelle est arrivé d'Abbadie, dans ses expériences avec un bain de mercure (voir p. 149-150). Et l'on peut affirmer que, jusqu'à ce jour, **aucune preuve mécanique n'a été fournie de l'existence de la force centrifuge terrestre**. Une méthode reste encore, qui offre des possibilités d'y arriver, celle du pendule horizontal d'Hengler. Elle tentera peut-être quelque chercheur.

b) Quelle interprétation physique donner du nombre:

$$e = 3.55 \pm 0.90 \text{ mm}?$$

Le fait que les deux séries inverses *P à l'Est* et *P à l'Ouest* concordent, et cet autre fait que l'erreur probable est égale seulement au quart de la valeur finale, pourraient induire à laisser à ce résultat l'apparence de la réalité. Il est certain que si l'on pouvait imaginer quelque force physique, agissant dans le sens de la force centrifuge et environ vingt fois plus considérable qu'elle, son existence devrait être considérée comme suffisamment démontrée par les chiffres obtenus. Mais tel n'est pas le cas, et voici l'interprétation que nous proposons.

L'erreur probable ± 0.90 mm indiquerait simplement, selon nous, les déplacements **accidentels** subis par l'instrument pendant que le cadre est calé d'une manière donnée. Lorsqu'on change l'azimut de la poulie, on change également la manière de la caler et les coins qui servent dans ce but; or une différence de calage affectant toute une série peut être considérée comme une erreur **systématique.** Une comparaison des Tables I à V montre qu'il a bien eu, de fait, semblable erreur. Aussi n'avons-nous aucune certitude que le résultat 3.55 ne soit pas affecté d'erreurs systématiques.

c) La réponse à la troisième question est plus importante encore, au point de vue du progrès de la science. Que le nombre $e = 3.55$ ait ou n'ait pas une réalité physique, il n'en reste pas moins acquis qu'il n'existe aucune force capable de pro-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

duire une déviation méridionale du poids supérieur par rapport au poids inférieur, égale à $e = 5$ mm. Il n'existe par suite aucune force qui puisse imprimer à un corps, tombant en chute libre sur une hauteur de 23 m, dans la cage d'escalier où nous avons opéré, une déviation méridionale d'une valeur égale à

$$x = + 0.0005 \text{ mm} \qquad \text{(voir p. 153).}$$

La conclusion s'impose, à moins que l'on ne veuille admettre que semblable force est produite **pendant** la chute, ou encore que les déductions de GAUSS et de LAPLACE contiennent des **erreurs** de calcul.

Cette dernière hypothèse n'a jamais été faite et elle aurait besoin d'être étayée sur une preuve positive. Faire appel à une force inconnue qui se produirait pendant la chute, est arbitraire, d'autant plus que, comme GAUSS l'a remarqué, la résistance de l'air aurait plutôt tendance à produire l'effet inverse.

Conclusion: **les expériences exécutées avec la Poulie suspendue confirment pleinement la non-existence d'une déviation méridionale des corps en chute.** Et cette conclusion concorde avec le résultat de la discussion à laquelle nous nous sommes livrés dans la I^e^ Partie.

CHAPITRE III.

Deux applications possibles de la Machine d'Atwood à la chute des corps.

1. La particularité typique de la machine qui porte le nom de son inventeur, ATWOOD, consiste en ce qu'elle permet, dans la formule:

$$f = mg,$$

qui donne la force de la pesanteur, de faire varier les deux quantités f et m, **indépendamment l'une de l'autre.** En d'autres termes, elle permet de diminuer l'accélération de la chute des corps, en diminuant la force qui agit sur eux, ou en augmentant leur masse, ou en faisant les deux.

La machine d'ATWOOD fut inventée six ans avant les premières expériences de GUGLIELMINI, et elle se trouve mentionnée dans l'ouvrage même où BENZENBERG décrit ses expériences sur la rotation terrestre. A la p. 94, il intitule un paragraphe « Die Fallmaschine von ATWOT » (sic), et la fig. 1 de sa planche VII représente cet appareil. BENZENBERG avait même parfaitement compris les avantages de cette machine, car il ajoute: « Herr ATWOT (sic) hat die sinnreiche Idee gehabt, den senkrechten Fall und sein Gesetz dem Auge dadurch anschaulich zu machen, dass er ihn durch eine Maschine sehr langsam machte ». N'est-il pas singulier qu'après avoir écrit cette phrase dans le même volume où il constatait que la **vitesse de chute** des corps était le principal obstacle à une expérience sur la rotation diurne, BENZENBERG ne se soit

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

pas rendu compte de l'application possible de cet instrument à ses expériences? Et n'est-il pas plus singulier encore que, pendant plus d'un siècle, personne, à notre connaissance, n'ait tenté d'utiliser cette application?

2. La machine d'Atwood peut s'employer de deux manières à l'étude de la chute des corps: d'abord avec la poulie suspendue, puis avec la poulie fixe. La première méthode est plus compliquée, en **pratique**, que la seconde, mais, **théoriquement**, elle offre un double avantage. Premièrement, elle permet d'observer la déviation horizontale des corps qui tombent aussi bien que de ceux qui montent; secondement, la déviation horizontale peut-être produite en sens inverse, en inversant le mouvement vertical des masses mobiles. La machine à poulie fixe n'offre aucune de ces possibilités.

Au point de vue purement théorique, il y aurait à considérer avec la poulie suspendue des vitesses ($\pm y'$), à l'est ou à l'ouest suivant le cas, des poids montant et descendant. La poulie fixe n'offre à examiner que des déviations ($+ y$), toujours orientales, du poids descendant. Les quantités y' et y peuvent s'obtenir par un développement semblable à celui que Binet a employé pour la théorie du pendule de Foucault (voir p. 56). Mais nous nous abstiendrons de faire ici ce développement, les deux applications décrites dans les lignes qui suivent étant simplement suggérées comme possibles.

3. L'idée de **diminuer la vitesse des mouvements** pour en augmenter la durée n'est pas nouvelle. C'est le but que s'efforce de réaliser une expérience récente, décrite par Maillard dans les C. R. (t. 147, 1908, p. 524). Il ne s'agit plus de la machine d'Atwood, mais tout simplement d'une masse d'eau, placée dans un tube vertical et s'écoulant lentement par des robinets fixés à la partie inférieure, de manière à produire un abaissement graduel de la couche superficielle. Sans nul doute, l'idée de considérer l'abaissement de la surface d'un liquide comme une chute est originale. De plus, le développement mathématique du problème présente de l'intérêt, étant donné qu'il introduit une **accélération négative** dans les formules du mouvement relatif. Et pourtant, l'expérience semble ne pas même offrir une valeur qualitative.

a) L'auteur a préféré employer les équations sous la forme de Gauss, plutôt que sous la forme de Laplace, mais, contrairement à ce que fait Gauss, il compte les valeurs positives, sur la coordonnée verticale z, de haut en bas. D'autre part, puisque l'eau s'écoule de plus en plus lentement, à mesure que la hauteur de la colonne liquide diminue, l'accélération de la chute est négative. Enfin, au point de vue de la notation employée pour désigner l'accélération et les vitesses initiales, il existe entre les valeurs fixées par nous à la page 17 et celles usitées par Mr Maillard les rapports suivants:

$$g = -k, \quad a = o, \quad b = o, \quad c = -v_0$$

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Ceci posé, notre formule (5) de la page 17, donnant la déviation *Est*, devient dans la notation nouvelle:

$$y = \omega t^2 \cos\varphi \left(v_0 - \frac{1}{3} k t \right).$$

Mais il est à noter que, dans son intention, l'auteur s'occupait de la déviation *Sud*, plutôt que la déviation *Est*. A la page 39, nous avons signalé le terme de GAUSS; dans la nouvelle notation il s'écrirait:

$$x = -\frac{1}{6} \cos\varphi \sin\varphi . \; k \omega^2 t^4.$$

Dans cette expression, GAUSS supposait la vitesse initiale $c = 0$. En calculant de nouveau la formule, avec l'hypothèse $c = -v_0$, Mr MAILLARD obtient:

$$x = \frac{1}{3} \omega^2 t^3 \cos\varphi \sin\varphi \left(2 v_0 - \frac{1}{2} k t \right).$$

b) Le tube vertical employé dans les expériences avait une hauteur $h = 3$ m. La vitesse initiale v_0, prise à cette hauteur par la surface du liquide, dans son mouvement de descente, fut trouvée égale à 30 cm. Ces valeurs permettent de trouver l'accélération, au moyen de la formule usuelle de la chute des corps:

$$k = \frac{v_0^2}{2h} = 1.5 \text{ cm}.$$

En moyenne, le tube se vidait en un temps $t = 20$ minutes. Théoriquement, nous devions donc avoir:

$$y = 23.0 \text{ cm}, \qquad x = 1.14 \text{ cm}, \qquad y : x = 20 : 1.$$

A la page 39, nous avons signalé que, suivant BERTRAM, GAUSS ne prétendait pas donner la somme algébrique de tous les termes en ω^2, et que son coefficient $\frac{1}{6}$, dans l'expression de la valeur de x, est environ 4 fois trop fort. Par suite, on doit avoir $x < 1$ cm et le rapport $y : x > 20$.

Voici la disposition de l'appareil de Mr MAILLARD. Il comprenait un tube de laiton, de 10 cm de diamètre extérieur, prolongé à la partie inférieure par un manchon de verre de 20 cm de longueur, qui permettait d'observer un flotteur en paraffine, de 5 à 8 mm de diamètre, dès que le niveau de la colonne liquide n'était plus qu'à 20 cm du fond. Sur ce fond étanche étaient fixés excentriquement quatre robinets, suivant les deux diamètres *nord-sud* et *est-ouest*.

Le tube étant rempli d'eau, on plaçait le flotteur au centre de la surface. Puis on ouvrait l'un des robinets *nord-sud*, ou mieux les deux ensemble; lorsque le liquide était descendu au niveau du manchon de verre, on remarquait que le flotteur avait été entraîné vers l'*Est* « *par le mouvement de la couche superficielle* ». Deux petits fils-à-plomb disposés près du manchon, l'un au *Nord*, l'autre au *Sud*, permettaient de constater la déviation initiale. L'eau continuant à s'écouler, le flotteur décentré était « attiré par les bords et, au bout de quelques secondes, allait se coller

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

au manchon. Une bande de papier graduée permettait d'apprécier, à 1° ou 2° près, la position finale ».

Une série d'expériences donna 16 lectures, variant de — 10° à + 45°, et une moyenne de + 19°.6, les angles étant mesurés de l'est vers le sud. Ce résultat donne lieu, de la part de Mr MAILLARD, à l'interprétation suivante. Tout d'abord, le rayon de la colonne liquide, à l'intérieur du manchon, étant de 5 cm, la déviation *Est*, $y = 23$ cm, ne saurait être mesurée. Quant à la déviation *Sud* représentée par x, voici comment on peut l'estimer. « La distance finale du centre du flotteur au centre du fond est de 3 à 4 cm », ce qui donne une moyenne de 3.5 cm. Par suite, - et telle est en substance la conclusion de l'auteur -, on a:

Déviation *Sud* observée: $x = 3.5 \times \sin 19°.6 = 1.18$ cm,
» » calculée: $= 1.14$ cm.

c) Divers motifs nous poussent à affirmer que ces résultats quantitatifs sont illusoires et que, même au point de vue qualitatif, la valeur de ces expériences est fort contestable. Voici nos raisons.

(1°) Une mesure **quantitative** de la déviation *Est* serait le meilleur contrôle possible de la valeur de l'appareil. La déviation constante du flotteur vers l'*Est* donne bien, il est vrai, à ces 16 expériences, l'apparence d'une preuve qualitative; mais il n'y a là qu'une apparence. En l'absence de mesures quantitatives, rendues impossibles par le faible diamètre du tube, impossible de savoir si les décentrements remarqués dans le flotteur sont l'effet de la rotation terrestre ou proviennent des causes que nous allons mentionner au 2° et au 3°.

(2°) L'auteur suppose que la rotation terrestre produit un « mouvement de la couche superficielle » du liquide. Qu'est-ce à dire, sinon un **courant**? Mais un courant superficiel s'accompagne forcément de courants en profondeur; or les expériences faites ne nous renseignent aucunement sur les courants produits dans la colonne liquide par suite de l'écoulement des robinets.

(3°) On ne tient aucun compte de la **capillarité**, pas plus dans le calcul que dans l'expérience. Pourtant, la surface du liquide devait former un **ménisque**; or, la forme du ménisque dépend de la surface intérieure du tube et, par suite, change pendant la descente, si ce tube n'est pas parfaitement cylindrique et parfaitement poli. En toute hypothèse, il eut fallu tourner ce tube de 180° autour de son axe et faire une seconde série d'expériences. Il eut fallu de même, pour chaque série d'expériences, indiquer quel était le robinet ouvert.

(4°) Tout le résultat quantitatif des 16 expériences repose sur l'évaluation de la « *distance finale* du centre du flotteur au centre du fond ». Cette distance est estimée à 3 ou 4 cm, alors que, théoriquement, elle devrait être de 23 cm. Qu'entend-t-on par « distance finale »? Le rayon intérieur du manchon de verre était de 5 cm; le flotteur décentré apparaît attiré par les parois et, au bout de quelques secondes, il va se coller au manchon. Peut-on vraiment dire que cette « distance finale » de 3 à 4 cm a une signification physique?

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

d) Il demeure pourtant, après toutes ces critiques, que l'idée présentée par Mr MAILLARD est si originale en principe, si nette et précise au point de vue mathématique, qu'elle méritait une mention et une discussion dans ce volume, d'autant plus qu'elle représente le premier effort fait pour diminuer la vitesse des mouvements dans un appareil destiné à donner une preuve mécanique de la rotation de la terre.

A. – Application de la Poulie suspendue à l'étude de la déviation des corps en mouvement vertical.

4. Trois **anneaux** de plomb, ajoutés à la Poulie suspendue, décrite dans le précédent chapitre, suffirent à la transformer en « Machine d'ATWOOD à suspension ». Deux de ces masses étaient destinées à donner l'impulsion initiale et à surmonter la résistance de frottement; la troisième servait à arrêter le mouvement.

a) Il fallut faire usage d'un anneau de 4 kg pour mettre en mouvement la masse de 160 kg constituant l'ensemble de l'appareil, et d'un anneau de poids égal pour produire l'arrêt. Les deux anneaux en question furent suspendus à une barre horizontale, placée juste au-dessus de la poulie et étroitement serrée contre le cadre portant cette poulie; ils étaient, l'un et l'autre, suspendus à un double fil, d'environ 2m de longueur. De cette manière, une certaine accélération était communiquée au poids qui tombait, sur une distance d'un mètre et demi, et, sur une longueur égale, le mouvement du poids montant se trouvait retardé.

Les deux anneaux symétriquement placés n'étaient pas suffisants pour donner à la machine d'ATWOOD le mouvement voulu. Un troisième anneau, pesant 2 kg, et placé sur la masse descendante, fut employé à surmonter soit le poids du fil de bronze, durant la première moitié de la descente, soit le frottement, pendant la totalité de la chute.

On le voit, le mouvement de montée et de descente n'était pas uniformément accéléré; par suite de la présence du fil de bronze, d'un poids approximatif de 2 kg, l'accélération de la chute, plus lente d'abord, devenait ensuite plus rapide.

b) Le mécanisme ainsi établi dans ses parties essentielles, il suffit d'une légère adjonction pour le rendre parfait. Lorsque le poids montant avait atteint l'anneau d'arrêt et, après l'avoir entraîné sur une longueur d'environ 1m.50, s'arrêtait un instant, il avait une tendance à retomber d'une hauteur égale. Pour l'immobiliser, on planta 4 pointes dans la poulie, et on fixa sur le cadre, du côté du poids tombant, un petit levier qui venait butter contre l'une des pointes, aussitôt que la poulie commençait à repartir en arrière.

L'ensemble de l'appareil se comporta convenablement, en dépit des difficultés et même du danger qu'il y avait à le manipuler.

c) On commençait l'expérience en attachant le poids qui devait descendre au moyen d'un fil fusible, qu'un courant électrique fondait au moment voulu. Ce fil avait à maintenir le poids d'impulsion de 4 kg et la masse additionnelle de 2 kg. Le courant arrivait par le point de suspension et partait par une plaque de cuivre avec laquelle venait en contact une chaîne légère suspendue sous le poids inférieur.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VarPS...1B...1H

5. Quelques mots maintenant sur la manière dont on pourrait réaliser l'expérience. Il s'agirait de placer le plan de la poulie dans le méridien et de mesurer **l'amplitude d'oscillation** provoquée par le déplacement des masses mobiles.

L'amplitude d'oscillation de la balance de torsion a été donnée plus haut (p. 124) sous la forme

$$U = u'_0 \frac{T}{\pi}.$$

La vitesse **angulaire** initiale u'_0 de cette balance provient des vitesses **linéaires** y' des deux poids montant et descendant. Ces vitesses se combinent de manière à produire la même vitesse angulaire:

$$\pm u'_0 = y' : \rho,$$

ρ désignant, comme plus haut (VI^e Partie, p. 133) le rayon de la poulie.

Inutile, à propos d'une application possible, de donner ici un développement rigoureux. On prévoit que y' doit être d'ordre ω, et proportionnel à la distance verticale h sur laquelle s'opère le mouvement. Nous pouvons donc poser $y' = c\omega h$ et écrire:

$$\pm u'_0 = c\omega \frac{h}{\rho}.$$

Si l'on fait, comme précédemment, $\omega = 2\pi : t$, il vient:

$$U = \pm 2c \frac{T}{t} \cdot \frac{h}{\rho}.$$

Gardant la notation dont nous avons fait usage dans la VI^e Partie (p. 134), la relation $U = e : 2A$ nous permettra d'introduire finalement dans les calculs l'échelle graduée et le miroir, et nous avons:

$$e = \pm 4cA \frac{T}{t} \cdot \frac{h}{\rho}.$$

Cette formule est analogue à la formule (18) de la p. 134, à cela près qu'elle est du premier ordre ω et que le coefficient c est indéterminé.

6. Quelques **expériences** furent tentées, avec la machine d'Atwood suspendue, avant celles que décrit le chapitre précédent, c'est-à-dire, avant l'été de 1910. La suspension de l'appareil était alors unifilaire; les masses mobiles employées, les diverses mesures, étaient déjà identiques à celles qui furent utilisées dans la suite; exception est faite pour les trois masses additionnelles de 10 kg dont il a été question plus haut, au § 4. On négligea de déterminer la durée T d'une oscillation simple, du moins avec précision; elle devait être approximativement de $0^m.5$. La distance A séparant le miroir de l'échelle graduée était trop forte, dans les expériences en question; aussi l'image de la graduation sortait-elle du champ de la lunette-viseur. On eut pu, facilement, remédier à ce défaut, mais une autre difficulté sollicitait alors l'attention de l'expérimentateur.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Nous l'avons dit, l'anneau d'impulsion et l'anneau d'arrêt, ajoutés à la machine, étaient suspendus au cadre même de la poulie, au lieu d'être, comme dans la machine d'Atwood ordinaire, fixés à des supports indépendants. On avait jugé la chose nécessaire pour éviter à l'appareil toute secousse et toute impulsion provenant d'une cause **extérieure**; mais la disposition adoptée présentait un gros inconvénient: les masses mobiles faisaient éprouver à la poulie des chocs brusques, et l'image de l'échelle graduée, vue dans le viseur, présentait des mouvements violents et irréguliers dans toutes les directions.

Une suspension **bifilaire** eut partiellement remédié à la chose; mais, en même temps, **l'amortissement** par bain d'huile était contre-indiqué, puisque l'expérience comportait l'observation de la vitesse angulaire et de l'amplitude d'oscillation de la balance de torsion.

On jugea que la « machine d'Atwood suspendue » ne constituait pas une **idée pratique**, et on abandonna les essais. Ajoutons d'ailleurs que ces quelques essais préliminaires ne prouvent nullement l'impossibilité radicale et définitive d'obtenir des résultats au moyen de cette méthode.

B. - Application de la Poulie fixe à la mesure de la déviation Est des corps en chute.

7. L'application de la poulie fixe à l'observation de la déviation orientale des corps en chute nous a été suggérée par Mr l'Ingénieur Mannucci, pendant que nous discutions les résultats des expériences faites avec la poulie suspendue.

Avec la poulie fixe, il ne peut y avoir de déviation du poids montant; l'expérience n'est donc pas réversible, au point de vue des effets obtenus; mais elle présente différents avantages qui peuvent engager à l'exécuter. Ces avantages sont les suivants:

a) La machine d'Atwood, telle que nous la proposons, écarte la difficulté principale qu'ont eu à surmonter les divers expérimentateurs, à savoir la **vitesse** du corps en chute. Du même coup, elle annule en grande partie l'effet nuisible de la résistance de l'air sur le corps en chute libre, qui tourne autour de son centre de gravité.

b) La trace laissée par le corps en chute libre sur un bloc de bois dur ou un plateau rempli de cire ne peut jamais s'observer aussi nettement que la déviation du fil dans la machine d'Atwood. Avec celle-ci on peut employer une **lunette-viseur** en face du point où l'on suppose que le poids tombant arrivera; une échelle graduée, placée dans le plan focal, permettra de lire la position de ce poids, ou, si l'on préfère, la position du fil de suspension. Si la lunette est mise dans le plan du méridien, on y lira directement la composante orientale de la déviation totale. Il demeure entendu, d'ailleurs, que le poids qui tombe ne descend pas jusqu'au sol, mais se trouve arrêté, dans son mouvement vertical, par la résistance du fil de suspension, et prend alors un mouvement pendulaire.

c) La détermination de la **verticale**, qui forme l'une des difficultés des expériences avec les corps en chute libre, et qui a enlevé de leur valeur aux observa-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

tions de GUGLIELMINI (voir p. 24), est ici opérée directement par l'appareil, à chaque expérience. Il suffit pour cela d'observer les deux élongations *E* et *W* du pendule, dans le champ de la lunette. La demi-amplitude correspond à l'élongation orientale du poids descendant.

d) La déviation orientale peut être mesurée avec une exactitude double; mais ce n'est pas tout, et on peut la mesurer **à plusieurs reprises**, à chaque oscillation, tant que l'amplitude se maintient à peu près constante. L'exactitude de la mesure effectuée à chaque expérience est donc beaucoup plus grande qu'elle ne peut l'être avec des corps en chute libre.

e) Comparée à celle que l'on peut effectuer avec la poulie suspendue, l'expérience dont nous parlons a l'avantage de pouvoir se faire avec des masses mobiles **assez faibles.** Dans le cas de la poulie suspendue, on fut amené à employer des masses considérables afin d'éliminer l'influence du poids-mort de la poulie proprement dite. Mais il y a un réel danger à mettre une masse de 160 kg en mouvement avec une vitesse accélérée: par deux fois le fil de suspension se rompit près de l'une des masses, et toutes deux tombèrent jusqu'au bas de la cage d'escalier. Ce danger permanent fut même l'une des raisons qui dissuadèrent de continuer les expériences avec la machine d'ATWOOD suspendue.

8. Les expériences **qualitatives** peuvent se faire simplement et sans aucun calcul, en observant si la première élongation du pendule, après la descente du poids, a lieu vers l'*Est*, et la seconde vers l'*Ouest*. Par contre, une détermination **quantitative** suppose la théorie mathématique du mouvement d'un corps en chute lente. Nous n'en dirons rien ici. Il nous a suffi, en effet, de signaler le problème au Dr STEIN pour qu'il acceptât de le traiter à fond. On trouvera le développement complet de la théorie et la description des expériences dans le *Second Appendice*. Ajoutons seulement que, preuve faite, nous pouvons affirmer qu'il y a loin de l'idée à l'exécution, en mécanique comme en tout le reste.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

ADDITIONS ET CORRECTIONS

Page	Ligne	
2	...	à la fin du § 2 insérer: La différence entre *observation* et *expérience* est nettement indiquée dans la *Natural Philosophy* de Lord Kelvin (I, §§ 369-374): « When, as in astronomy, we endeavour to ascertain these causes by simply watching their effects, we **observe**; when, as in our laboratories, we interfere arbitrarily with the causes or circumstances of a phenomenon, we are said to **experiment** ».
5	3 bas	au lieu de $1'' = 2.25583$, lire: $1''' = 2.25583$.
7	3 bas	après la citation de Hecker insérer: et n° 49 (1911), pp. 25. 43.
17	10 haut	au lieu de 393, lire 298, éd. 1880, p. 299.
18	12 haut	après 301 insérer: éd. 1880, pp. 301-302.
20	7 bas	au lieu de: 2° Le, lire: 2° « Le...
21	2 haut	après 305 insérer: éd. 1880, pp. 303-306.
»	3 haut	après la citation de Poisson, insérer: Plus récemment, une *Etude de l'influence de la rotation de la Terre sur le mouvement des projectiles dans l'air* a été publiée par Charbonnier dans le *Journal de l'Ecole Polyt.* (12, 1908, pp. 87-196). Son but était de mettre la théorie d'accord avec les expériences ballistiques, en cherchant les corrections à lui faire subir en pratique.
»	8 haut	au lieu de $c - v \sin \alpha$, lire $c = v \sin \alpha$.
23	19 haut	au lieu de attaque, lire attache.
39	...	fin du § *c*: Note. La lettre dans laquelle Olbers répète l'erreur de Guglielmini, au sujet de la déviation orientale des corps en chute, est adressée à Gauss, à la date du 12 Nov. 1802. Celle dans laquelle il corrige cette erreur est adressée au même, et datée du 4 Mars 1803. Quatre jours plus tard, Olbers envoyait à Benzenberg copie de cette correction; celui-ci la publia à la pp. 354-357 de son ouvrage. Les deux premières lettres ont été insérées par Schilling (W. Olbers, *Sein Leben und seine Werke*, II a, 1900) sous les n^{os} 45 et 55; mais la dernière, datée du 8 Mars 1803, n'existe pas dans cette édition.
57	...	avant le § *b* insérer: Une autre construction géométrique intéressante a été proposée par Drew (*MN.* XI 1851, p. 199). Son but était de représenter sur un globe terrestre les directions diverses d'oscillation d'un pendule, pour différentes heures successives. Nous avons déjà mentionné, à la p. 11, qu'un globe semblable, sur lequel sont figurées les orientations successives du plan d'oscillation, fut légué par Foucault au Conservatoire National des Arts et Métiers.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Page	Ligne	
58	...	dans la Fig. 4, les lignes droites passant par z_1 et z_2 représentent des grands cercles du globe terrestre; ce sont les traces des intersections du globe et des deux plans tangents au cône dont il est question dans le texte. La ligne centrale menée du Pôle est l'hypothénuse commune de deux triangles sphériques symétriques.
82	4 haut	après Laplace, insérer: Arago a-t-il lu cette phrase de la *Mécan. Cél.* (IV, éd. 1880, p. 300): « mais le fil à plomb s'écarte à l'*Est* de ce rayon de la quantité... »? S'il l'a fait, il a négligé de remarquer que l'expression « le rayon r mené du centre de la Terre au point d'où le corps tombe » doit s'entendre de la position initiale de r, au temps $t = o$.
84	14 bas	après le § 4, insérer:

5. Les expériences faites avec le gyroscope furent présentées à l'Académie dans la séance du 27 septembre 1852, et répétées par Foucault en personne à l'assemblée de la *British Association for the Advancement of Science,* à Liverpool, en 1854 (voir *Report for* 1854, pp. 56-57).

Ces deux séances soulevèrent des questions de priorité:

a) Lamarle (*C. R.*, t. 35, 1852, p. 574) adresse une réclamation relativement aux dernières expériences de M. Léon Foucault, concernant la démonstration du mouvement de la Terre: « J'étais en possession non-seulement des moyens d'expérimentation réalisés par M. Foucault, mais encore des lois mathématiques qui régissent le phénomène d'orientation signalé par ce physicien ».

(Ibid., p. 689): « Les documents de M. Lamarle sont renvoyés, à titre de renseignement, à l'examen d'une Commission ». Aucune mention nouvelle n'étant faite des réclamation de Lamarle, il semble qu'elles ne furent pas prises en considération.

b) Le *Catalogue of Scientific Papers, Royal Society of London* (V, 395), donne le titre suivant:

Sang, Edward, 28. *Remarks on the gyroscope, in relation to his suggestions of a new experiment which would demonstrate the rotation of the Earth. Edinb. Trans. Scot. Soc. Arts,* IV, 1856, pp. 413-419.

Les « *Suggestions* » dont il est fait ici mention consistaient en une note lue par Sang devant la même *Scottish Society of Arts* en 1836, mais qui ne fut pas imprimée à cette époque, bien qu'il en ait été donné, paraît-il, connaissance au public par l'*Edinburgh Philosophical Journal for 1836,* p. 164 sq. L'attention des chercheurs a été attirée sur la note de Sang par M. Hollis de l'Observatoire Royal de Greenwich, dans *The Observatory*, n° 435, p. 190. C'est à M. Hollis que nous sommes redevables des détails qui suivent sur la réclamation de priorité de Sang. Grâce à lui nous pouvons donner quelques extraits de la note rédigée par Sang en 1856, note difficilement accessible à Rome, voire même à Londres. Voici les passages les plus caractéristiques, au point de vue priorité:

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

PAGE LIGNE

« Several of my friends urged me to lay my claims to priority formally before the public...

« I therefore think it probable that M. FOUCAULT merely exhibited these phenomena (of the precession machine) as more prominently brought out by the great velocity which he communicated to the gyrator...

« In consequence, I prepared and submitted to the Society of Arts a paper, which I now proceed to read, in order that no room may be left for doubt on the one hand or for exaggeration on the other.

« " N° 355. *Suggestions for a new Experiment which would demonstrate the Rotation of the Earth* (Read before the Royal Scottish Society of Arts, 9th March 1836. Professor FORBES V. P. in the Chair.)...

« " While using TROUGHTON's top, an idea occurred to me that a similar principle might be applied to the exhibition of the rotation of the earth. Conceive a large flat wheel poised on several axes, all passing exactly through its center of gravity, and whose axis of motion is coincident with its principal axis of permanent rotation, to be put in very rapid motion. The direction of its axis would then remain unchanged. But the directions of all surrounding objects varying on account of the motion of the earth, it would result that the axis of the revolving wheel would appear to move slowly. Were the influence of friction and of the air's resistance suspended, the axis would appear to perform a circuit daily; it would, in fact, describe the surface of a cone, of which the polar line would be the axis; and were a telescope placed along it, that telescope would point always to the same fixed star. It would indeed be an equatorial telescope... " ».

« (The letterpress of the above quotation has been compared with the original paper in the custody of the Secretary) ».

c) Nous arrêterons là ces citations. Si, maintenant, l'on veut bien se rappeler les expériences sur le pendule faites à Florence au XVII^e^ siècle, et rapportées à la p. 7, on se trouvera en présence de ce fait curieux que les deux démonstrations mécaniques du mouvement diurne de la Terre, données par FOUCAULT, avaient déjà été partiellement trouvées par d'autres: dans un cas, une expérience avait été exécutée sans être appuyée sur aucune idée; dans un autre cas, une idée avait été émise sans être accompagné d'aucune expérience. Double leçon à tirer de ceci; tout d'abord, une leçon de choses historique: il est peu, disons point de découverte ou d'invention qui puisse être revendiquée par un homme comme sa propriété exclusive. En second lieu une conclusion pratique: une idée sans expérience, pas plus qu'une expérience sans idée, ne peuvent constituer une preuve mécanique d'une loi physique quelconque.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

PAGE LIGNE

86 ... après la dernière ligne du texte, insérer:

L'inexactitude de la loi générale énoncée par FOUCAULT, au point de vue mathématique, à été plusieurs fois démontrée, par exemple par GILBERT, dans les *Annales de la S. S. de Bruxelles* (t. II, 1878, p. 308); par JANNE (ibid., t. XXXV, 1911, p. 151 sq.); dans *Theorie des Kreisels* (Leipzig, 1897, VIII, § 9, p. 371 seq.).

89 ... à la fin du § 2, insérer:

Dans le *British Association Report* de 1884 (p. 625), W. THOMSON mentionne une « Gyrostatic Balance » qui est simplement une autre forme du Barogyroscope. Cet auteur ajoute: « ... which I had actually myself put in practice with partially satisfactory results ». La balance gyrostatique de THOMSON n'était pas pourvue de moteur électrique, pas plus du reste que l'instrument de GILBERT.

89 9 bas ajouter:

L'étude théorique de la torsion dans la suspension unifilaire a été faite par W. THOMSON dans le *British Association Report* de 1884 (p. 628).

90 ... après le § 3, insérer:

4. Nous avons signalé, à la page 89, une application du gyroscope **vertical** à la navigation de commerce. Mentionnons ici une application du gyroscope **horizontal** faite sur les vaisseaux de guerre, mais hâtons-nous d'ajouter que ces deux applications diffèrent essentiellement. La première n'a aucun rapport avec la rotation terrestre; la seconde, au contraire, constitue une démonstration mécanique permanente du mouvement diurne de notre planète. En fait, lorsque le gyroscope vertical est employé comme instrument stabilisateur contre le roulis des navires, il perd complètement son caractère de gyroscope; au contraire, lorsque le gyroscope horizontal sert de boussole gyrostatique, son axe reste toujours dirigé vers le *Nord* astronomique, suivant la seconde loi de FOUCAULT (p. 86).

Pour assurer l'horizontalité de la boussole gyrostatique, son inventeur, ANSCHÜTZ, a remplacé la suspension filaire de FOUCAULT par un bain de mercure. La rotation est maintenue électriquement, tout comme dans le gyro-stabilisateur de SCHLICK. Cet instrument présente une utilité toute spéciale sur les navires de guerre, où les masses énormes d'acier, qui entrent dans la construction et l'équipement, rendent l'usage du compas magnétique à peu près impraticable. On l'a mis en essai sur des cuirassés anglais, allemands et italiens. Sa description et sa théorie se trouvent dans le *Jahrbuch der Schiffsbautechnischen Gesellschaft* (1909, pp. 352 et 561), et dans les catalogues de la *Anschütz Co.*, de Kiel, et de la maison *Elliott Brothers* (Londres, 1910). La « boussole sans aimant » imaginée par POINSINET DE SIVRY, il y a plus de cent ans (voir p. 75), a donc fini par prendre une forme pratique.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

PAGE LIGNE

150 ... après § 3 *a*) ajouter en note:

C'est précisément pour la raison ici mentionnée que nous n'avons pas jugé à propos d'ajouter le pendule à seconde aux trois appareils énumérés dans le § 2. Bien que les variations de longueur de ce pendule, aux diverses latitudes, indiquent des modifications de la force centrifuge terrestre, ces variations pourtant sont fonction de l'aplatissement du globe. Par suite, le pendule à seconde ne saurait être considéré comme une machine prouvant directement l'existence de la rotation de la terre.

167 12 haut ajouter en note:

L'idée émise par GAUSS, que la résistance de l'air aurait plutôt une tendance à produire une déviation vers le *Nord*, est exprimée dans diverses lettres échangées entre ce savant, OLBERS et BENZENBERG. L'endroit où elle semble exprimée le plus clairement est une lettre de GAUSS à OLBERS, datée du 29 Mars 1803; on la trouvera dans l'ouvrage de SCHILLING intitulé *W. Olbers, Sein Leben und seine Werke*, II a (1900), p. 141. D'autres passages intéressants de cette correspondance sont cités dans le même volume, p. 113, 117, 136 et dans le vol. I, p. 614.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

INDEX ALPHABÉTIQUE

Les nombres indiquent les pages. Les nombres précédés des lettres AC se rapportent aux pages supplémentaires intitulées *Additions et Corrections*.

d'Abbadie, son expérience sur la force centrifuge avec le bain de mercure **149-150**, **166**.

Accélération, du mouvement relatif **15**.

— irrégulière dans la machine d'Atwood suspendue **171**.

Aires, principe de la constance des — **3**, **97**.

— application à la chute des corps (Lorenzoni) **40**.

— mal compris par Baden Powell **99**, **102**; par Tessan **99-100**; par Baudrimont et Boillot **101**; par Serpieri **102**.

— application aux courants liquides par Combes **107**; justifiée par la théorie **109**.

— dans la théorie du ressort coudé (Poinsot) **98**; de l'isotoméographe **126**.

Airy, calcule le mouvement elliptique du pendule **58**.

d'Alembert, théorie des projectiles **20**.

Amortissement, par un bain d'eau **153**, **155**.

— par la résistance de l'air **154**.

— triple dans la poulie suspendue **156**.

— impossible dans la machine d'Atwood à suspension **173**.

Amplitudes, théoriques dans la pendule de torsion **124**.

— observées dans l'isotoméographe **127**.

— infiniment petites **139**.

— valeur théorique dans l'isotoméographe **141**; valeurs observées **142-143**.

— positives et négatives, différence systématique, dans le gyroscope horizontal **96**; dans l'isotoméographe **145**.

— observées dans la machine d'Atwood **174**.

Anschütz, invente la boussole gyrostatique AC **90**.

Antinori, trois notes sur l'expérience de Viviani à Florence **7**.

Aplatissement terrestre, phénomène d'observation **2**, **150**.

Appareils, principaux et secondaires, définition **2**; dans l'isotoméographe **128**; dans la poulie suspendue **129**.

Appareils, conservés à Paris au Conservatoire Nat. des A. et M. **11**.

— de démonstration, les pendules de Edelmann et de Berget **78**.

— de Bohnenberger, proposé par Person comme modèle du gyroscope **84**.

— nouveaux **113**.

— l'isotoméographe, premier modèle **114**, **136**; second modèle **115**, **138**; troisième modèle (Leybold) **146-147**.

— modèle de Tessan **147**.

— proposés pour déceler la déviation méridionale **148**.

— la poulie suspendue, expériences **147**; employée comme machine d'Atwood **168**.

— de Maillard **168** **169**.

Arago, propose une expérience mal comprise **81-82**, AC **82**.

Arnold, son gyroscope vertical **87**.

Asinelli, tour degli —, expérience de Guglielmini **23**.

Atwood, machine d'—, deux applications possibles à la chute des corps **167**.

— employée avec poulie suspendue **171**; avec poulie fixe **173**.

Auxiliaire, appareil — (voir Appareils).

Azimut, son influence sur le pendule de Foucault à Oxford **45**; Genève **45**; Rennes **45**; en Italie, mais non vérifiée par Secchi **45**; à Bristol **45**, **52**.

Babinet, la loi générale de Baer **57**, **107**.

— parle de l'expérience de Perrot **107**.

— presse d'Abbadie d'entreprendre l'expérience avec le bain de mercure **149**.

Baden-Powell, son erreur à propos du ressort coudé de Poinsot **99**; et de la boule de Baudrimont **102**.

Baer, la loi générale du sinus **57**, **107**.

Balance de torsion, théorie **121**.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Balance de torsion, appareil auxiliaire de l'isotoméographe **128**, **135**; de la poulie **150**.
— déplacement de la position d'équilibre dans l'isotoméographe **144**; dans la poulie suspendue **157**, **163**.
— tendance et contrôle de la torsion dans l'isotoméographe **145**; dans la poulie **158**, **161**.
Ball (R), lettre de Newton à Hooke **9**; de Hooke à Newton **34**.
Barogyroscope, de Gilbert, simple et double **88**; construit par Ducretet **88**; la théorie **92**; ses dimensions **94**.
— collimateur de Fleuriais **94**.
— balance gyrostatique de Thomson AC **89**.
Bartolini, expériences faites à Rimini **8**.
Baudrimont, son erreur à propos de la boule suspendue **101**; la même erreur soutenue par Serpieri et Baden-Powell **102**; mais réfutée par Secchi et Chelini **102**.
— son erreur démontrée **103**.
Baule, expérimente avec le gyroscope collimateur **94**.
Benzenberg, Dialogue de Galilée **1**.
— lettre de Newton à Hooke **9**.
— éloge de Guglielmini **10**.
— théorie de Gauss et de Laplace **17**.
— expériences sur les projectiles à Strasbourg **19**.
— théorie des projectiles **20**.
— expériences à Hambourg et Schlebusch **22**, **26**, **28**.
— conversation avec Laplace **29**.
— mentionne la machine d'Atwood **167**.
Berget, pendule composé comme appareil de démonstration **78**.
Bernardi, donne au pendule de Foucault des impulsions périodiques à l'aide d'un mouvement d'horlogerie et maintient les oscillations rectilignes **75**.
Bertelli, sur l'expérience de Viviani **7**.
— expériences de Bartolini **8**.
Bertram, corrige la déviation méridionale **39-40**.
— sa formule comparée à celle de Gauss **148**; appliquée au local de la poulie suspendue **153**.
Bertrand, publie les œuvres de Foucault **43**.
— donne une preuve de la loi du sinus **57**.
Bibliographie, listes bibliographiques **13**.
— ouvrages le plus souvent cités **14**.
Binet, développe la loi du sinus **55**.
Binet, ne se rend pas compte de la vitesse initiale du pendule de Foucault **61**.
— son calcul applicable à la machine d'Atwood **168**.
Bohnenberger, appareil de — **84**.
Boillot, son erreur sur la boule suspendue **101**.
— son erreur démontrée **103**.
Bonati, son erreur démontrée par Guglielmini **25**; et par Lorenzoni **40**.
Boncompagni, expérience de Viviani **8**.
Boussole, sans aimant imaginée par Poinsinet de Sivry (pendule permanent) **75**.
— comparaison avec les gyroscopes gênés **86**.
Braschmann, donne une théorie inexacte de l'expérience de Perrot **107-108**.
Bravais, pendule conique **41**, **65**.
— ses expériences **67**; leur théorie **68**; une erreur signalée par Kamerlingh Onnes **71**.
Bristol, expériences de Bunt **51**.
Bunt, expériences à Bristol **51**.
— sa méthode suivie à Harlem **53**.

Cajori, propose le Washington Monument pour expérimenter sur la chute des corps **37**.
— influence d'un champ magnétique sur la chute des corps **40**.
Calage, de la poulie suspendue **157**; précautions **162**.
Calandrelli, essai sur la chute des corps **35**.
Calignon, lettre de Gassendi **6**.
Centre de gravité, principe du — **3**.
— son déplacement, effet théorique sur la torsion (Crémieu) **128**; effets expérimentés avec l'isotoméographe **139**, **143-144**, **147**; avec la poulie suspendue **157**, **160**.
— observation anormale avec l'isotoméographe **146**; avec la poulie (tremblement de terre) **161**.
Centrifuge, force — (voir Force).
Charbonnier, sur le mouvement des projectiles dans l'air AC **21**.
Chelini, mouvement elliptique dans l'expérience de Foucault, observé à Rome **47**.
— proteste contre l'erreur de Serpieri **102**.
Chessin, théorie du pendule composé **78-79**.
Chronologie, des personnes et des faits **12**.
— à propos du pendule composé **73**.
Chute libre, théorie de Gauss et de Laplace **18**, **39**.
— erreurs de Guglielmini et de Bonati **25**, **38**.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912Vatt..1B...1H

Chute libre, valeur donnée par Gauss pour Hambourg **27**, **38**.
— expériences de Guglielmini **23**; de Benzenberg **26**, **28**; de Reich **29**; de Hall **32**.
— essais de Hooke et Flaugergues **34**; de Calandrelli, Rundell et Santini **35**; de Del Lungo **36**.
— projets de Benzenberg, Oersted, Gilbert, Cajori **36-37**; la machine d'Atwood **37**, **167**.
— trajectoire relative **38**.
— revue historique des théories **38-40**.
— erreur de Olbers **39**.
— déviation méridionale, corrigée par Bertram **39**, et par le Comte de Sparre **40**; le terme de Gauss développé par Möller **58**; espérance utopique **148**.
— influence d'un champ magnétique **40**.
— comparaison avec la poulie suspendue **153**.
— accélération négative (Maillard) **168**; formule pour la déviation méridionale **169**.
Cologne, expériences de Garthe **49**, **74**.
— Leybold, nouvel appareil **147**.
Colombo (Ceylan), expérience avec le pendule de Foucault **43**.
Combes, imagine une expérience sur les courants à direction centrifuge **105**.
Constantes, les deux — de l'isotoméographe **127**.
Corrections, aux expériences faites avec l'isotoméographe **128**.
Couple, définition (Poinsot) **121**.
— dans le pendule de torsion **122-123**.
— dans le ressort coudé de Poinsot **98**; couple troublant dans l'isotoméographe **128**, **144**.
— dans la poulie suspendue **132**.
Crémieu, sur une influence troublante dans la balance de torsion **128**.

Del Lungo, essai sur la chute des corps à Florence **36**.
Descartes, lettre à Mersenne sur les projectiles **19**.
Déviation méridionale, Gauss et Laplace **18**, **39**.
— observée par Guglielmini **23**; par Benzenberg **27**; par Reich **29**.
— discutée **147-148**.
— sa théorie corrigée par Bertram et de Sparre **39-40**.
— erreur de Guglielmini et de Olbers **148**.
— sa non-existence **167**, **170**, AC **167**.
— formule de Maillard **169**.
Déviation occidentale, des projectiles **20**; sa valeur nulle **21**; comparée à la déviation orientale **21**.
Déviation occidentale, dans la machine d'Atwood à suspension **168**, **172**.
Déviation orientale, des projectiles lancés horizontalement **20-21**.
— dans la chute libre (voir Chute).
— dans la machine d'Atwood à poulie fixe **173**.
Drew, représente sur un globe terrestre les directions dans lesquelles oscille le pendule AC **57**.
Dublin, expériences de Galbraith et Haughton **51**.
Dufour, expérience à Genève **45**.
Dumas, thèse de Doctorat « De motu penduli etc. » **64**, **78**.
Dupré, théorie des projectiles **20**.

Echelle graduée, dans la balance de torsion **134**.
— dans l'isotoméographe **135**; sa lecture **136**; ses erreurs **142**; sens de la graduation **144**.
— dans la poulie suspendue, distance, lecture **151**, **154**, **156**; sens de rotation **155**.
— dans la machine d'Atwood à suspension **172**.
Edelmann, pendule de Foucault comme appareil de démonstration **78**.
Eimmart fil à plomb **7**.
Ellipticité, du mouvement du pendule de Foucault observée par Secchi **46**.
— causes physiques, Secchi **48**.
— formule **42**; appliquée a York, Dublin, Bristol, Harlem **51-54**; calculée par Airy **58**; par Galbraith et Haughton **60**.
Elongations, observées qualitativement dans l'isotoméographe **137**; quantitativement **139**.
— centre des — **144**.
— observées dans la machine d'Atwood **174**.
Expériences, qualitatives, quantitatives, de précision (voir Mesures).
— définition **2**, **150**, AC **2**.
— de Guglielmini **23**; de Benzenberg **26**, **28**; de Reich **29**; de Hall **32**.
— tentatives de Hooke et Flaugergues **34**; de Calandrelli, Rundell et Santini **35**; de del Lungo **36**.
— le pendule de Foucault **42-65** (voir Pendule).
— le pendule de Bravais **65-73** (voir Pendule).
— les pendules composés **73-78**.
— le pendule horizontal de Hengler **80**.
— les gyroscopes de Foucault **85-86**; d'Arnold **87**; de Gilbert **88**; de Garthe **88**; de Föppl **89**, **94**.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Expériences, le gyroscope collimateur (Baule) **94**.
— idées sans — **97**, AC **84**.
— sur la boule de Baudrimont, par Serpieri **102**.
— sur les courants liquides (Perrot, Combes, Tumlirz) **104-111**.
— avec l'isotoméographe **135**; qualitatives **136**; quantitatives **138**; rejetées **146**.
— proposées pour déceler la déviation méridionale **148**; exécutés par d'Abbadie **149-150**.
— avec la poulie suspendue **154**; perfectionnements **156**; tendance et contrôle de la torsion **158-161**; rejetée **161**; les observations regulières **162**, **164**.
— de Maillard, chute libre avec accélération négative **169**.
— avec la machine d'Atwood à suspension **172**.

Felten et Guilleaume (Vienne), divers fils de suspension **138**.
Fil à plomb, expérience de Calignon **6**.
— direction déterminée par Guglielmini **23**, par Benzenberg **26**.
— expérience de Guyot au Panthéon **81**.
— expérience imaginée par Arago **81**.
Flaugergues, essais sur la chute des corps **34**.
Fleuriais, gyroscope collimateur **94**.
Föppl, théorie du gyro-stabilisateur **89**.
— son gyroscope horizontal **89**; théorie **94**; expériences **96**.
Force centrifuge, dans l'expérience de Hengler **80**, **166**.
— mal comprise par Arago **81-82**.
— dans la poulie suspendue **129-130**, **134**.
— calcul élémentaire **130**; calcul complet par Gauss **131**.
— le seule cause d'une déviation méridionale **148**.
— trois expériences pour la déceler **149-150**; pas démontrée par d'Abbadie (ibid.).
— indépendante de l'aplatissement **150**.
— pas démontrée par la poulie suspendue **166**.
Force-vive, principe de la — **3**.
Foucault, ses expériences avec la pendule **42-43**.
— la loi du sinus **55**.
— loi générale de Baer **57**.
— définition du gyroscope **83**.
— son gyroscope libre **84**; gêné **85**; vertical et horizontal **86**.
— ses trois lois du gyroscope **86**, AC **86**.
— présente ses expériences avec le gyroscope à l'assemblée de la « British Association for the Advancement of Science » AC **84**.
Franchot, applique un électro-aimant au pendule de Foucault **73**.

Galbraith et Haughton, expériences à Dublin **51**.
— mouvement elliptique du pendule **60**.
Galilée, dans le Dialogue, nie la possibilité de l'expérience **1**.
— dans le Dialogue, soupçonne la déviation vers l'est **9**.
Garthe, expériences à Cologne **49**, **74**.
— construit le gyroscope de Krüger, avec cercle gradué et moteur électrique **88**, **90**.
— son géostrophomètre **90**.
Gassendi, expérience de Calignon **6**.
Gauss, système de coordonnées **16**.
— équations du mouvement relatif **17**.
— corrige une erreur d'Olbers **38**, AC **39**.
— calcule la déviation des graves pour Hambourg **27**, **38**.
— donne la formule rigoureuse pour la force centrifuge **131**.
— sa formule pour la déviation méridionale des corps en chute **132**, AC **167**.
— sa méthode pour la durée des oscillations **139**.
Géostrophomètre, (Garthe) **90**.
Gilbert, décrit les expériences de Guglielmini **23**; juge les résultats de Benzenberg **28**, de Hooke **34**; exprime le désir que les expériences soient reprises **37**.
— donne une description des expériences de Foucault **43**, **48**, **49**; de Kamerlingh Onnes **78**.
— montre les défauts du gyroscope universel **85**; et l'inexactitude de la loi de Foucault AC **86**.
— son gyroscope vertical (barogyroscope) **87-89**.
— donne la bibliographie de la théorie des gyroscopes **90**; la théorie du barogyroscope **92**.
Gravité, centre de — (voir centre).
— dans le sens de la pesanteur (voir Pesanteur).
Grimaldi, Riccioli, fil à plomb **7**.
Guglielmini, éloge par Benzenberg **10**.
— expériences à Bologne **22** ss.
— lettre à Benzenberg **26**.
Guyot, expérience au Panthéon avec un fil à plomb **81**.
Gyroscope, définition, libre, gêné **83**.
— universel, horizontal, vertical **84**.
— libre **84**; théorie **91**.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Gyroscope, les — gênés **85**; théorie **91**.
— les trois lois de Foucault **86**, AC **86**.
— les — verticaux d'Arnold et de Gilbert **87**.
— de Krüger, construit par Garthe **88**.
— diffère du stabilisateur de Schlick **89**.
— horizontal de Föppl **89**; d'Anschütz AC **90**.
— théorie des — **90-96**.
— collimateur de Fleuriais **94**.
— le — universel, dans des conditions idéales, devient un corps céleste **104**.
— réclamations de priorité AC **84**.

Hall, expériences à Cambridge (Mass.) **22**, **32** ss.
Hansen, essai couronné, son erreur **64**, **78**.
Harlem, expériences de Van der Willigen **52**.
Hengler, pendule horizontal **41**, **80**.
— expérience **80**; à répéter **149**.
— conclusion prématurée **158**.
Histoire, des preuves mécaniques **6**.
— de la théorie du pendule de Foucault **55**.
— de la théorie du pendule composé **78**.
Hooke, lettre de Newton **9**; lettre à Newton **34**.
— expérience sur la chute des corps **10**, **34**.
Horloge, de Kabisch, comme pendule de Foucault **74**.
— de l'isotoméographe **114**, **136**, **139**.
— de la poulie suspendue **120**, **151**.

Index, point d'équilibre (isotoméographe) **142-145**.
Inertie, principe de l' — **3**.
— moment d' — (voir Moment).
Isotoméographe, origine du nom **11**; de l'idée (Poinsot) **12**.
— description **113**, **136**.
— sa théorie **124**; ses corrections **128**.
— les expériences **135**; qualitatives **136**; quantitatives **138**.

Jullien, formules du mouvement relatif **18**.
— calcule le premier le petit axe de l'ellipse décrite par le pendule de Foucault **61**.
— théorie du ressort coudé **100-101**, **126**.

Kabisch, expériences de Foucault avec une horloge à pivot **74**.
Kamerlingh Onnes, sur les expériences de Van der Willigen **54**.
— signale une erreur de Hansen **64**; une erreur de Bravais **71**.
Kamerling Onnes, ses expériences décrites par Van Geer, par Gilbert, par Schering, par Stein **78**.
— théorie du pendule composé **78**.
Kepler, spirale de Léonard de Vinci **10**.
Krüger, gyroscope avec cercle gradué et moteur électrique exécuté par Garthe **88**.

Lalande, manque l'occasion de devancer Guglielmini **10**.
— mentionne des expériences sur les projectiles **19**; une expérience de Flaugergues **34**.
Lamarle, adresse à l'Académie une réclamation contre Foucault à propos du gyroscope AC **84**.
Lamprey et Schaw, expérience à Colombo **43**.
Laplace, sur un puits à l'observatoire de Paris **10**, **36**.
— équations du mouvement relatif **18**.
— sur la probabilité des résultats de Benzenberg **29**.
Lecture, de l'échelle dans l'isotoméographe **136**, **139**.
— de l'index et du centre d'oscillation **142-143**.
Lehmann, la translation de la terre n'a pas d'influence sur le mouvement relatif **1**.
— ignore une erreur de Hansen **64**.
Léonard de Vinci, spirale de Newton **10**.
Leybold, isotoméographe, modèle Tessan **147**.
Liberté, du mouvement **3**.
— degré de —, définition **84**.
Lichtenberg, expériences sur les projectiles **19**.
Lindelöff, calcule le rayon de courbure dans la loi du sinus **57**.
Lissajous, donne une description de la suspension du pendule de Foucault **43**.
— courbes de — décrites par le pendule de Kamerlingh Onnes **77**; leur représentation graphique influencée par la rotation de la terre **78**.
Loi du sinus, dans les expériences **43**.
— développée par Binet **55**; la critique de Poncelet **57**; nouvelles preuves par Bertrand et Hatt **57**.
— curiosité géométrique (Young) **57**.
— loi générale (Baer) **57**, **107**.
— rayon de courbure de la déviation (Lindelöff) **57**.
— expression fausse de Schaub **57**.
Lois des gyroscopes, loi du gyroscope universel **86**, AC **86**; comparé à une lunette parallactique **85**, AC **84**; loi du gyroscope verti-

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

cal comparé à l'aiguille d'inclinaison **86**; loi du gyroscope horizontal comparé à la boussole de déclinaison **86**.

Lois des gyroscopes, application aux volants de machines **86**.

Lorentzen, théorie du pendule composé **78**.

Lorenzoni, théorie de la chute libre **40**.

Lunette, parallactique; comparaison avec le gyroscope universel (Foucault) **85**; (Sang) AC **84**.

— viseur, pour la poulie suspendue **119**, **151**, **152**, **154**, **156**; goniomètre à boussole **155**.

— viseur, pour la machine d'Atwood **173**.

Machine d'Atwood, voir Atwood.

Mâchoires, employées par Guglielmini **23-24**; par Benzenberg **26**; par Reich **29**.

Maillard, expériences sur la chute avec accélération négative **168**.

Marignac, influence de l'azimut sur le pendule de Foucault **45**.

Mercure, la masse mobile dans l'isotoméographe **114**, **136**.

— bain de — dans l'expérience de Guyot **81**; de Puiseux et d'Abbadie **149**.

— bain de flottement pour la boussole gyrostatique d'Anschütz AC **90**.

Mersenne, expériences sur les projectiles **7**, **19**.

Mesures qualitatives, quantitatives et de précision, définition **4**.

— expériences sur la chute, par Guglielmini **24**; par Benzenberg **28-29**; par Reich **30**; par Hall **33**; avec pendules, par Foucault **43** et ses successeurs (Lamprey et Schaw, Oliveira, Dufour, Secchi, Garthe, Phillips, Galbraith et Haughton, Bunt, Van der Willigen) **43-54**; par Bravais **73**; par Bernardi **77**.

— expériences avec gyroscopes par Foucault **85-86**; par Arnold **87**; par Gilbert **88**; par Föppl **89**; mesures quantitatives impossibles sans moteur électrique **90**.

— expériences sur les courants liquides à direction centripète (Perrot, Tumlirz) **104** **111**.

— expériences avec l'isotoméographe **145**.

— expériences avec la poulie suspendue **156**, ss.

— expériences de Maillard contestables **170**.

— expériences proposées avec la machine d'Atwood **174**.

Milieu résistant, lettre de Newton à Hooke **9**.

— dans les équations de Gauss **17**.

Milieu résistant, théorie des projectiles **20**.

— oscillations de la poulie suspendue **154**.

— son effet sur la déviation méridionale des corps en chute libre **167**.

Möller, à propos d'une formule de Schaub **58**.

— développe la déviation méridionale de Gauss **58**.

Moment d'inertie, dans le pendule composé **79**; dans les gyroscopes **91-94**.

— dans l'isotoméographe **121-122**, **125-126**, **139**.

— la variation n'est pas instantanée **128**.

— variable dans la poulie suspendue **153**; sa valeur corrigée **154**.

Moment de torsion, définition, équation **122-123**,

— dans l'isotoméographe **125**, **128**.

Mossotti, indique la correction pour la vitesse initiale du pendule **63**.

Moteur électrique, adapté au gyroscope de Krüger **88**; de Föppl **89**; au stabilisateur de Schlick **89**.

— sa nécessité pour des mesures quantitatives avec le gyroscope **90**.

Mouvement, relatif, équations **15**.

— elliptique du pendule, formule **42**; observé par Secchi **46**; calculs d'Airy **58**; de Galbraith et Haughton **60**; son existence nécessaire (Poncelet) **62**.

— formule modifiée par la vitesse initiale du pendule de Foucault **63**.

Müller (A), Dialogue de Galilée, déviation vers l'est **9**.

Naudée, lettre de Gassendi (Calignon) **6**.

Newton, lettre à Hooke **9**; lettre de Hooke **34**.

Notation, points cardinaux, système métrique **5**.

— système de coordonnées **16**.

Observations, définition **2**, **150**. AC **2**.

— écartées par Benzenberg **28**, **36**.

— expériences (voir Expériences).

Oersted, lettre à J. Herschel sur la chute des corps **36**.

— influence d'un champ magnétique **40**.

Olbers, théorie de la chute des corps, son erreur, avec la correction **38-39**, AC **39**.

— sur la déviation méridionale **148**, AC **167**.

Oliveira, pendule de Foucault à Rio-de-Janeiro **44**.

Orientation, de l'appareil de Guglielmini **25**; de celui de Benzenberg **27**.

— de la poulie suspendue **155**.

Oscillations, durée es — dans le premier modèle

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

de l'isotoméographe **138**; dans le second modèle **139-141**.
Oscillations, irrégulières dans l'isotoméographe **143, 146**.
— centre des — (isotoméographe) **144-145**.
— durée des — dans la poulie suspendue **151-153**; non corrigée de l'effet de la résistance de l'air **154**.
— triple mouvement de la poulie suspendue **155**.
— troublantes dues aux courants d'air **157**.
— de la machine d'Atwood à suspension **172**.
Oxford, pendule de Foucault à — **45**.

Padelletti, théorie du pendule **65**.
Panthéon, (voir Paris).
Paris, le puits de l'observatoire de — recommandé par Laplace pour l'étude de la chute des corps **10, 36**; le Panthéon proposé par Benzenberg **36**.
— expériences de Foucault **43**; répétées en 1902 au Panthéon **42**.
— appareils au Conservatoire Nat. des A. et M. **11**.
Pendule composé, de Franchot (électro-aimant) **73**; de Garthe (suspension à la Cardan) **74**; de Kabisch (horloge à pivot) **74**; de Porro **74**; de Gauss **74**; de Bernardi (mouvement d'horlogerie) **75**; de Kamerlingh Onnes **77**; de Berget **78**.
— sa théorie **78-79**.
— stabilisateur de Schlick **89**.
Pendule de Bravais, définition **41, 65**.
— comparé au pendule de Foucault **66**.
— les expériences **67**; la théorie **68**; une erreur signalée par Kamerlingh Onnes **71**.
Pendule de Foucault, assimilé à un projectile **41**.
— expérience répétée en plusieurs lieux **42**.
— description de l'expérience faite au Panthéon **43**; à Colombo **43**; à Rio-de-Janeiro **44**; à Oxford **45**; à Genève **45**; à Rennes **45**; à Rome **46**; à Cologne **49**.
— la loi du sinus **55-57**.
— mouvement elliptique observé par Secchi **46**; calculé par Airy **58**; par Galbraith et Haughton **60**; son existence (Poncelet) **62**.
— l'écartement de la verticale produit au moyen d'un fil **61**.
— littérature ancienne **63**.
— théorie par Serret **64**; par Villarceau, Padelletti, de Sparre **65**.
Pendule de Foucault, controverse entre Denizot, Rudzki, Tesar **65**.
— comparé au pendule de Bravais **66**.
Pendule de Hengler, définition **41**; description **80**.
— horizontal, inventé par Hengler, par Perrot, par Zöllner **80**.
— il reste à en faire un examen minutieux **149**.
Pendule entretenu, au moyen d'un électro-aimant par Franchot **73**; par Foucault **75**; idée d'employer un soufflet comme moteur par Poinsinet de Sivry **75**; — au moyen d'un mouvement d'horlogerie par Bernardi **75**.
Perrot, invente le pendule horizontal **80**.
— raconte son expérience sur les courants liquides **104**; son explication par la loi de Foucault **106**; remarques de Babinet **107**.
Person, propose l'appareil de Bohnenberger comme modèle du gyroscope **84**.
— montre les défauts du gyroscope universel **85**.
Pesanteur, fonction de l'altitude **131**.
— force motrice dans l'isotoméographe **135, 136**; variable **138**.
— des masses mobiles dans l'isotoméographe **138, 143**; dans la poulie suspendue **154**; dans la machine d'Atwood à suspension **171**; dans la machine d'Atwood fixe **174**.
Petit, expériences sur les projectiles à Paris et Toulouse **19**.
Phillips, expériences à York **51**.
Poinsinet de Sivry, imagine une boussole sans aimant au moyen d'un pendule permanent **75**.
— réalisation de son idée dans la boussole gyrostatique AC **90**.
Poinsot, idée du ressort coudé **12**; sa formule **98, 126**.
— définition du couple **121**.
Poisson, théorie des projectiles **20**; leur déviation vers la droite **41**.
Poleni, expérience à Padoue **8**.
Poncelet, critique le développement de Binet **57**.
— sur l'écart donné au pendule par une impulsion **61**.
— relève l'erreur de Binet sur la vitesse initiale **61**.
Poulie fixe, proposée par Mannucci pour l'expérience sur la chute des corps **173**.
Poulie suspendue, description **117**; dimensions **151, 153**.
— sa théorie **129-134, 150**.
— les expériences préliminaires **154**; régulières **162**.
— employée comme machine d'Atwood **168, 171**.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Précision, mesures de —, définition **4** (voir Mesures).
— on n'y comptait pas dans les expériences avec l'isotoméographe **129**, **135**, **138**, **146**.
Principe, de mécanique **3**.
— de la constance des aires (voir Aires).
Priorité, de l'expérience avec le pendule à Florence **7**.
— de l'idée du gyroscope; réclamations de Lamarle et de Sang contre Foucault AC **84**.
Probabilité, dans les expériences de Schlebusch (Laplace) **29**.
Projectiles, expériences près de Paris, de Strasbourg et de Toulouse **19**.
— théorie par Dupré, Poisson, d'Alembert, Laplace **20-21**; par Charbonnier AC **21**.
Puiseux, propose le bain de mercure pour déceler la force centrifuge **149**.

Qualitative, quantitative (voir Mesures).
Quet, théorie du pendule composé **78**.

Reich, expériences à Freiberg **22**, **29**.
Relativité, de toute observation, controverse **4**.
Rennes, pendule de Foucault **45**.
Représentation, définition **2**.
Résistance du milieu (voir Milieu).
Ressort coudé, imaginé par Poinsot **12**; la formule **98**.
— mal compris par Foucault **99**; par Baden-Powell **99**; par Tessan **99-100**; par Bertrand **100**.
— correctement traité par Jullien **100**; Routh **101**.
Réversible, preuve — **4**.
— pendule de Foucault non — **42**.
— pendule de Bravais — **66**.
— pendule de Hengler — **80**.
— gyroscope universel non — **85**.
— gyroscopes vertical et horizontal — **88-90**.
— le ressort coudé de Poinsot **98**, **126**.
— expérience sur les courants centripètes **106**.
— l'isotoméographe **127**; contre-épreuve **137-143**; élimination d'une erreur systématique **145**.
— la poulie suspendue **150**; employée comme machine d'Atwood **168**.
Riccioli, fil à plomb **7**.
Rimini, expériences faites à — **8**.
Rio-de-Janeiro, expérience d'Oliveira **44**.
Rome, expériences de Calandrelli **35**.
Rome, mouvement elliptique observé dans le pendule de Foucault **46-48**.
— St-Pierre proposé par Benzenberg pour l'étude de la chute des corps **36**.
— dimensions du pendule **62-64**.
— une erreur de Serpieri **102**.
— tour de Léon IV **113**.
— escalier triangulaire de Bramante **117**.
Rotation et translation, distinguées par Benzenberg; distinction confirmée par Lehmann **1**.
— distinction à propos de deux passages de Galilée **1**, **9**.
— distinction dans nos pendules de torsion **121**; dans l'isotoméographe **125-128**.
Röthig, son erreur à propos de la vitesse initiale du pendule **65**.
Routh, théorie du ressort coudé **101**.
— constance des aires durant le déplacement des masses **125**.
Rundell, observations en Cornouailles **35**.

Sang, réclame contre Foucault, à propos du gyroscope AC **84**.
Schaub, expression fausse de la loi du sinus **57**.
Schlick, gyro-stabilisateur **89**.
Secchi, sur l'expérience de Zantedeschi **45**.
— ses expériences à Rome (pendule de Foucault) **46**.
— mesures numériques de son pendule **62-64**.
— proteste contre l'erreur de Serpieri **102**.
Serpieri, son expérience sur la boule de Baudrimont **102**.
Serret, théorie du pendule de Foucault **64**.
Sir, son gyroscope **85**.
Sparre (de), déviation méridionale en chute libre **40**, **132**.
— théorie du pendule de Foucault **65**.
Spirale, de Newton, Kepler, Léonard de Vinci **10**, **38**.
Suspension, machine de — à la tour Asinelli **23-25**; à la tour St-Michel (Hambourg) **26**; à Freiberg **29**; à Cambridge **32**.
— au Panthéon, décrite par Lissajous **43**.
— à Colombo **44**; à Rome (Secchi) **48**; à York **51**; à Bristol **51**; à Harlem **53**.
— à la Cardan, de Garthe (Cologne) **49**, **74**; de Gauss **75**; de Kamerlingh Onnes **77**.
— trifilaire de Föppl **89**.
— par pivots (Kabisch) **74**; (Garthe) **90**.

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

Suspension, par un barreau aimanté (Boillot) **102**.
— de l'isotoméographe **115, 116, 136, 138-139**.
— de la poulie suspendue **119, 151, 163**.
— son moment de torsion en général **122-123**; dans l'isotoméographe **125, 128**.
— à la Cardan, proposée par Crémieu **128**.
— bifilaire, inégale tension **139, 143-145**.
— à charnière pour la poulie **157, 160**.
— sa modification, fonction linéaire du temps, dans la poulie **163**.

Tessan, formule pour la trajectoire de la verticale **81, 132, 149**.
— son erreur à propos de la constance des aires **99-100**.
— la constance des aires durant le mouvement de sa barre rigide **125**.
— appareil proposé **99**; en construction **147**.
Torsion, moment de — (voir Moment).
— balance de — (voir Balance).
— sa tendance et son contrôle dans la poulie suspendue **158**; variation de la tendance **161**.
— relèvement du point d'équilibre dans l'isotoméographe **144**; dans la poulie suspendue **157, 163**.
— unifilaire étudiée théoriquement par Thomson AC **89**.
Trajectoire, relative des corps en chute libre **38**.
— de la verticale (Tessan, Wittstein) **81**.
Translation et rotation, distinction **1**.
— distinction à propos des deux passages de Galilée, **1, 9**.
— distinction dans nos pendules de torsion **121**; dans l'isotoméographe **125-128**.
Tumlirz, reprend l'expérience de Perrot sur les courants centripètes **105-106**; en développe la théorie exacte **108-110**.

Van der Willigen, expériences à Harlem **52**.
Verticale, à la tour Asinelli (Guglielmini) et à la tour Eiffel **24**.
Verticale, sa trajectoire **81, 132**; elle est concave du côté du pôle **133**; sa tangente et un fil à plomb **148**; connue par Puiseux **149**.
— sa détermination avec la machine d'Atwood **173**.
Villarceau, théorie du pendule de Foucault **65**.
Vitesse angulaire, de la terre, valeur de ω **16**; sa composante verticale pour Rome **141**.
— initiale du pendule de Foucault (Secchi) **47**; négligée par Binet et calculée par Jullien **61**; Poncelet insiste sur son existence **62**.
— effet de la — initiale du pendule sur la formule de Foucault (Mossotti) **63**.
— initiale fausse de Röthig **65**.
— initiale des gyroscopes (Foucault) **91**; (Gilbert) **94**.
— du gyroscope de Föppl **95**.
— initiale nulle par rapport à l'espace absolu, dans la boule suspendue de Baudrimont et Boillot et dans le gyroscope universel **103-104**.
— initiale dans l'isotoméographe **125-126**; variable troublante **129, 144**.
— dans la machine d'Atwood à suspension **172**.
Vitesse linéaire, initiale des projectiles **20**.
— du mercure dans l'isotoméographe **136**; des chariots **138**.
— sa réduction pour perfectionner les expériences **22, 37**; par la machine d'Atwood **167, 173**; expériences de Maillard **168**.
— initiale, formule de Maillard pour la déviation méridionale **169**.
Viviani, la déviation du pendule à Florence **7-8**.

Wittstein, formule pour la trajectoire de la verticale **81, 132**.

Young, sur la loi du sinus **57**.

Zantedeschi, influence de l'azimut sur le pendule de Foucault **45**.
Zöllner, sur l'expérience de Hengler **80**.

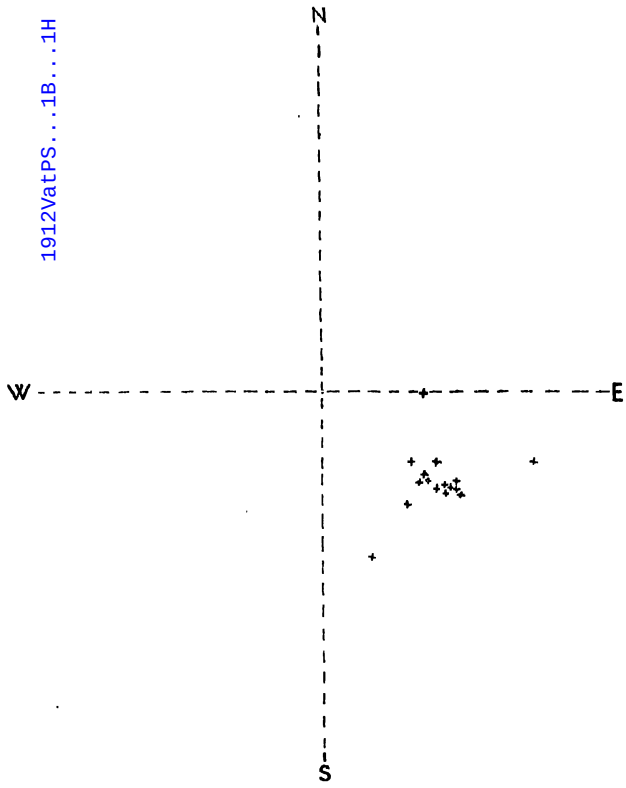
John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

I

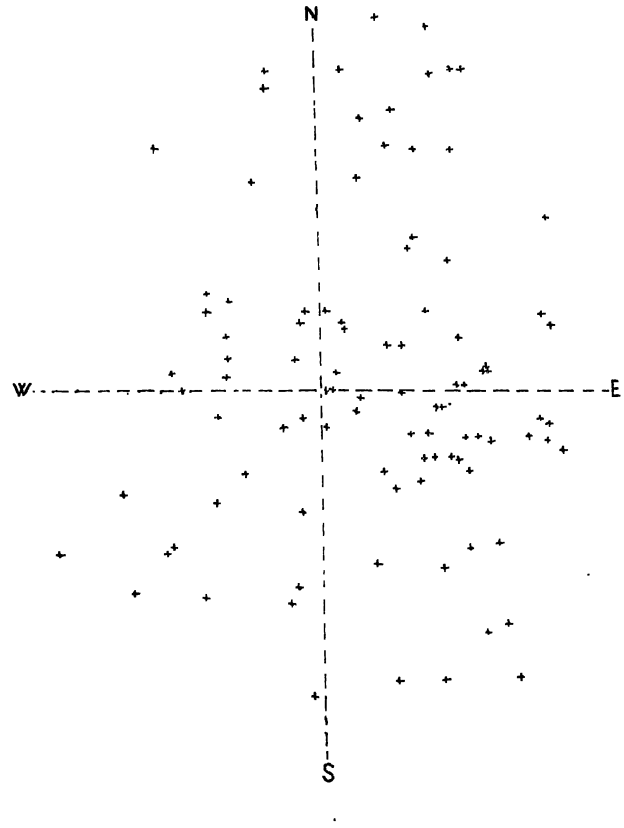


BOLOGNE, 1791-1792.

HAUTEUR: 78, 3 M.

ECHELLE 1:1

IV

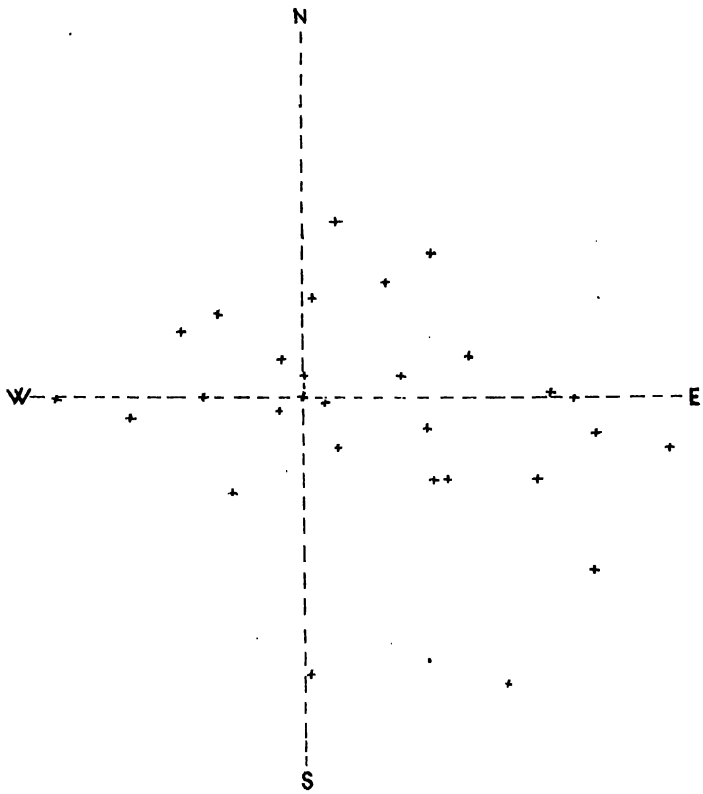


FREIBERG, 1831.

HAUTEUR: 158, 5 M.

ECHELLE 1:3

II

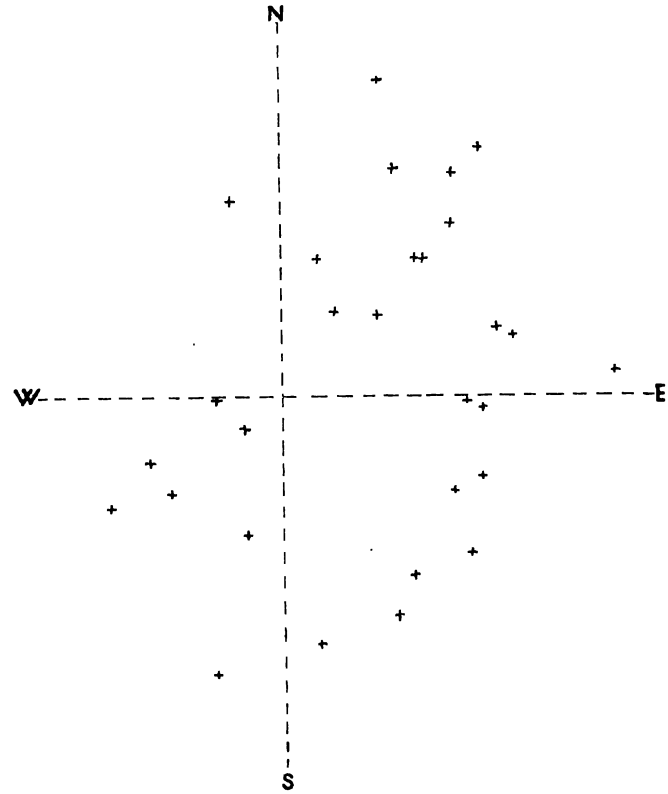


HAMBOURG, 1802.

HAUTEUR: 76, 3 M.

ECHELLE 1:1

III



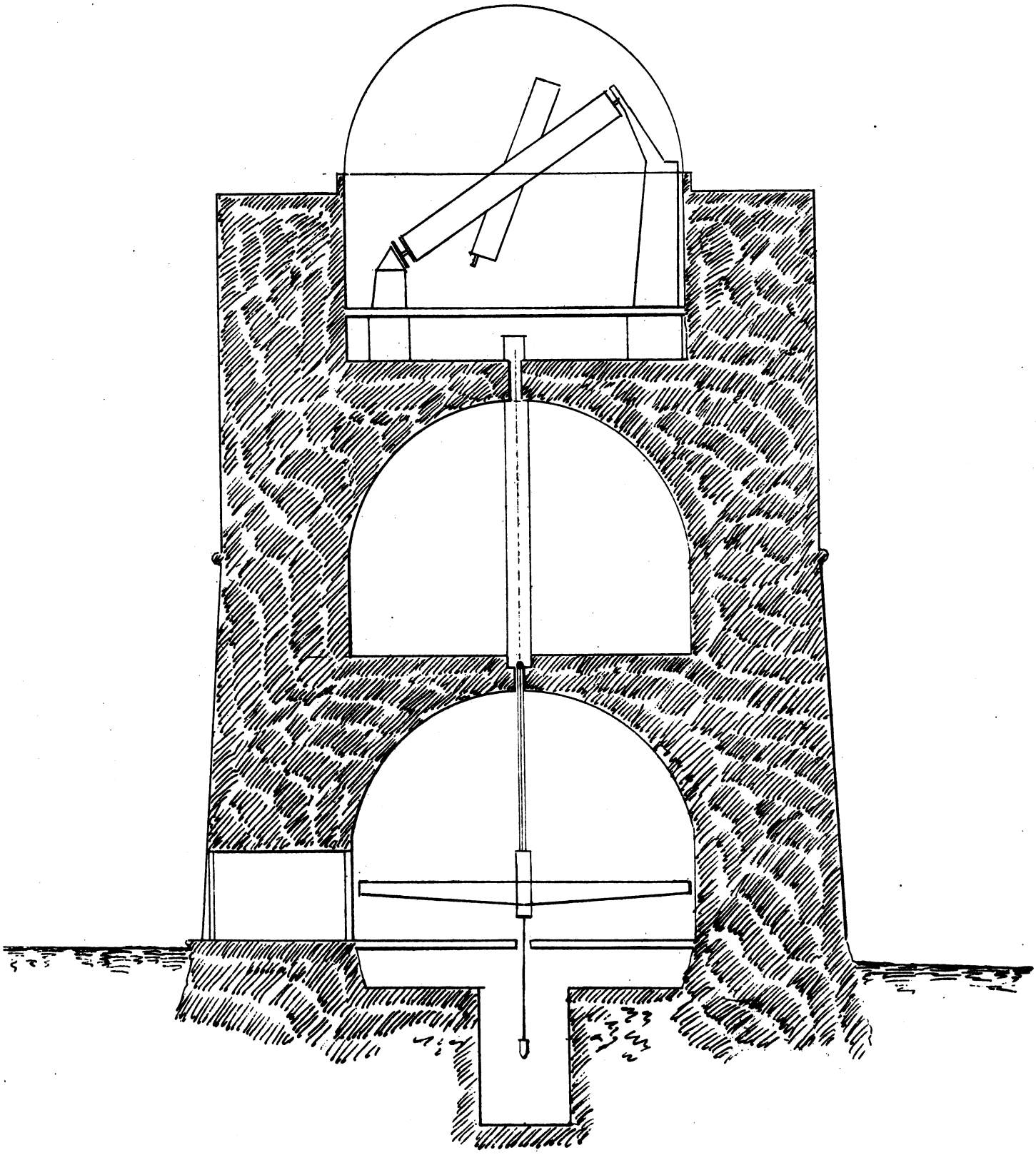
SCHLEBUSCH, 1804.

HAUTEUR: 85. 1 M.

ECHELLE 1:1

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

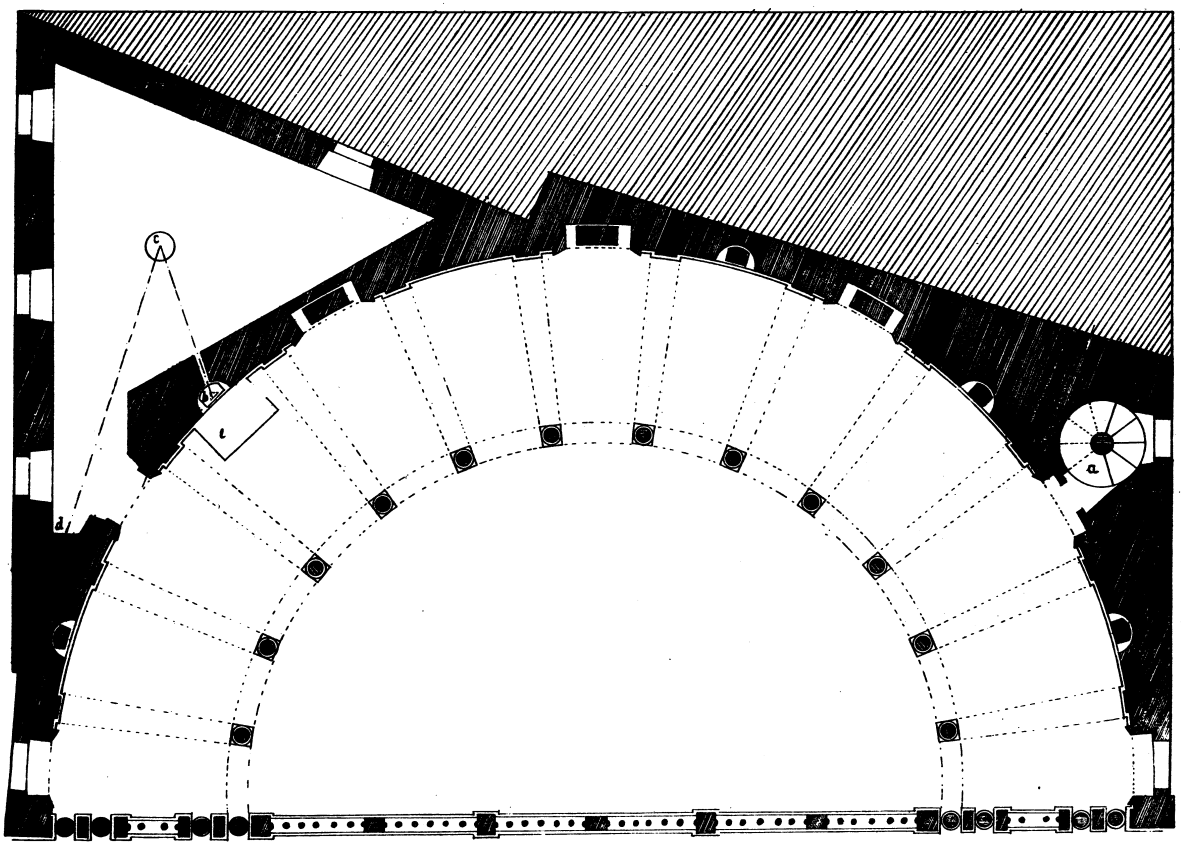


TORRE LEONE IV

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

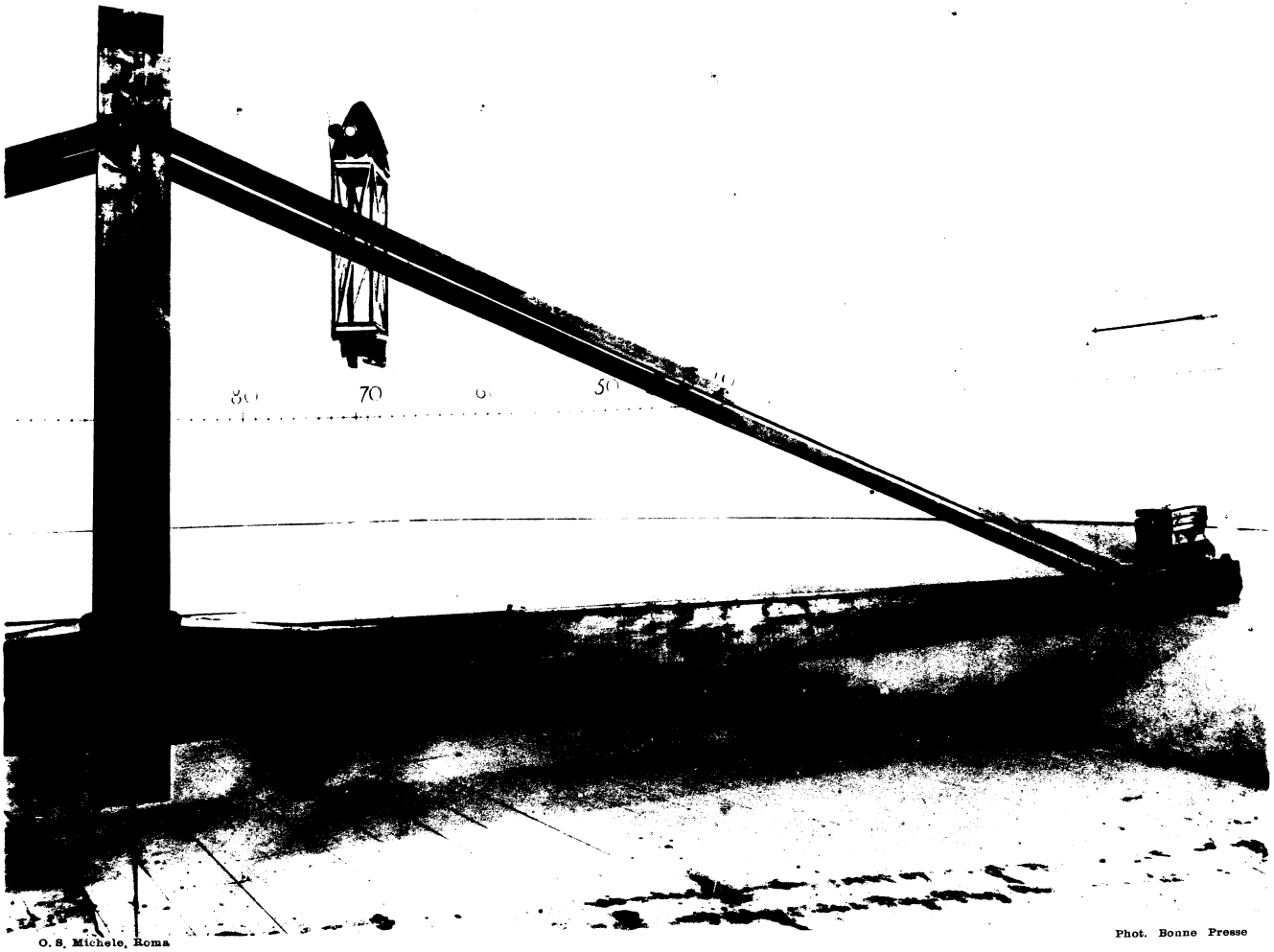


LOGGIA SOPRA IL NICCHIONE

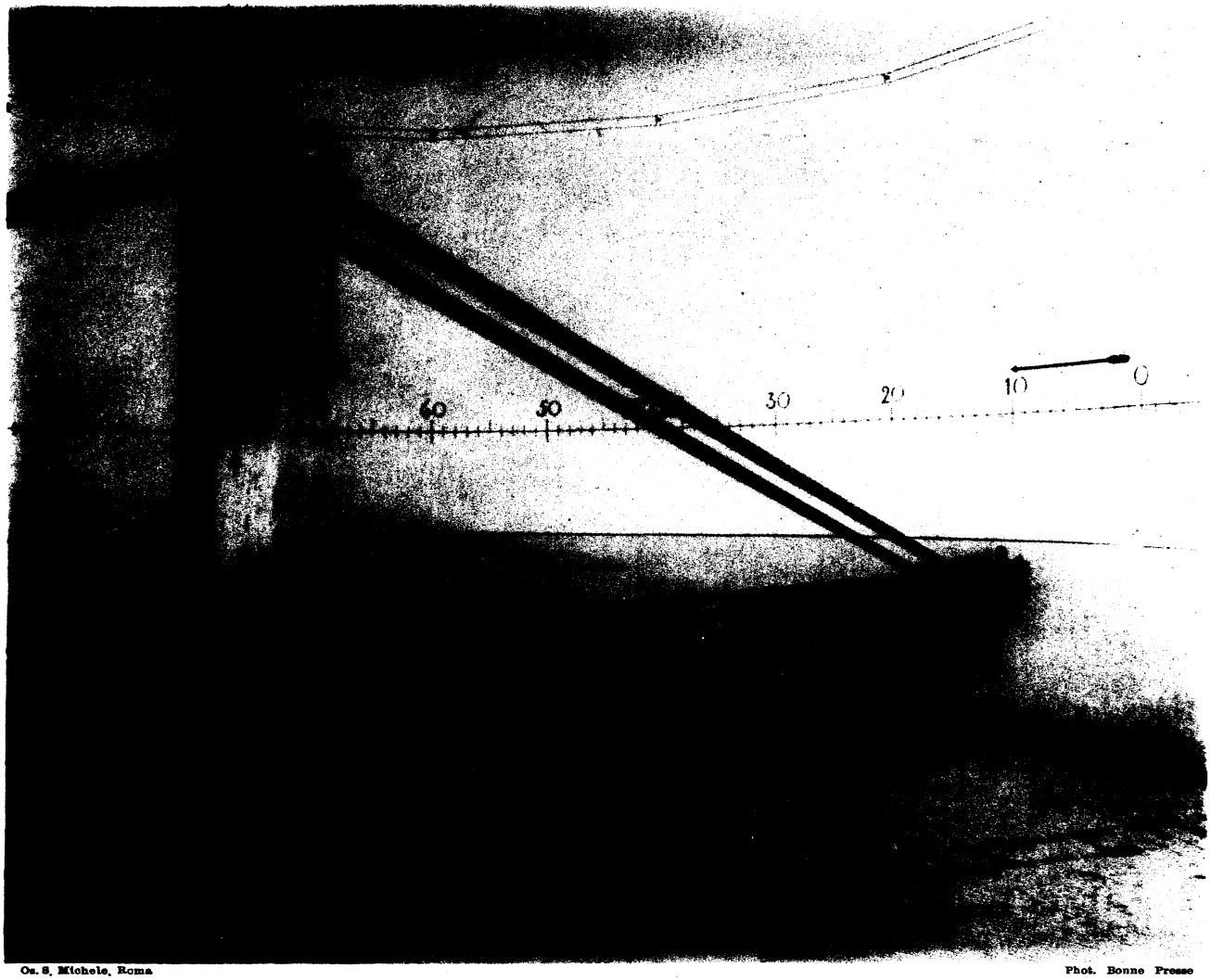
John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System



John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

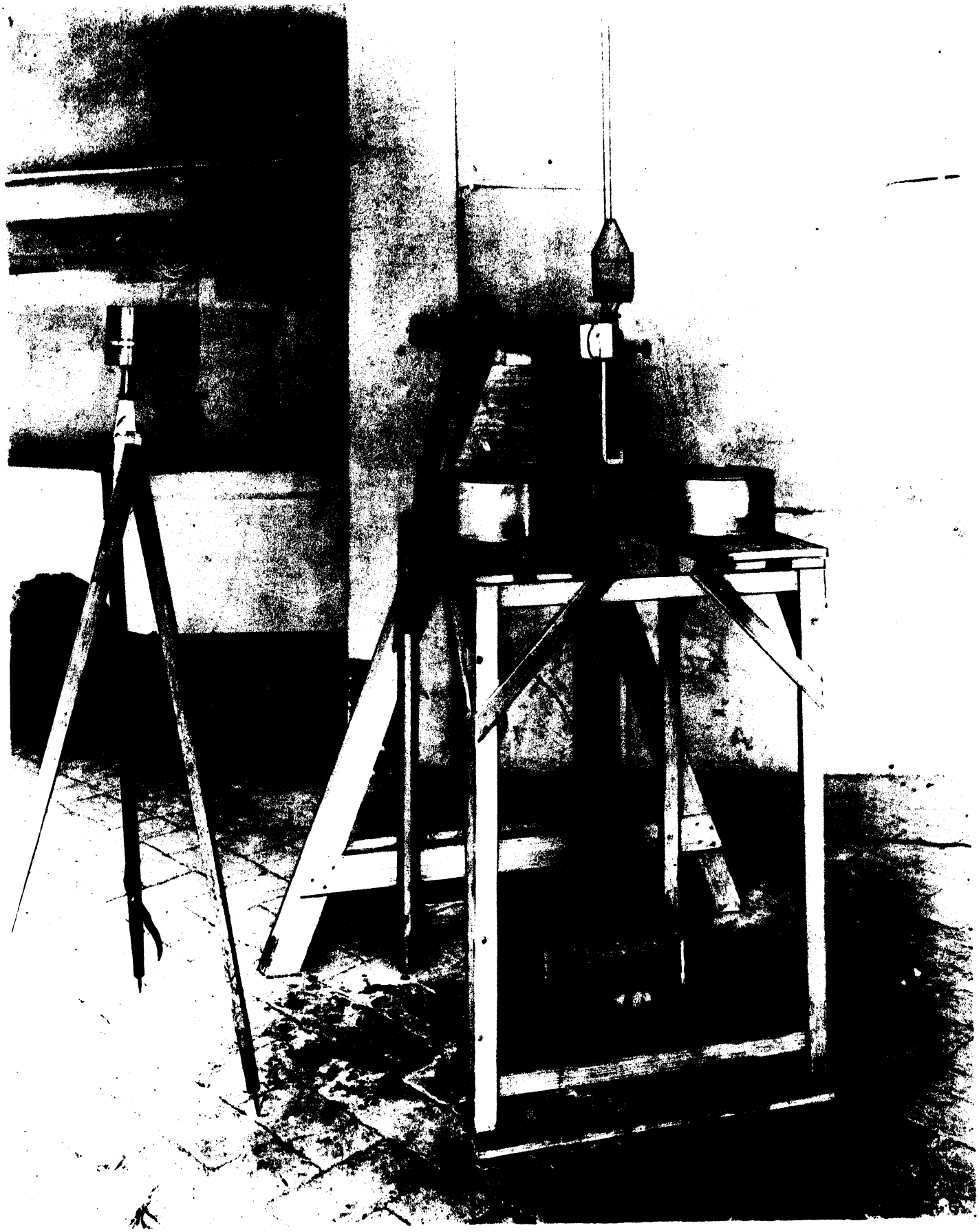


Os. S. Michele, Roma

Phot. Bonne Presse

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1912VatPS...1B...1H



O. S. Michele, Roma

Phot. Bonne Presse

POULIE SUSPENDUE

John G. Wolbach Library, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics • Provided by the NASA Astrophysics Data System