

Tratamiento formal de imágenes astronómicas con PSF espacialmente variable

B. O. Sánchez^{1,2}, M. J. Domínguez^{1,2}, M. Lares^{1,2}

¹ *Instituto de Astronomía Teórica y Experimental, CONICET-UNC, Argentina*

² *Observatorio Astronómico de Córdoba, UNC, Argentina*

Contacto / bruno@oac.unc.edu.ar

Resumen / Presentamos una implementación de un método para la determinación de la función de dispersión de punto (*point spread function*, PSF) en el contexto de la substracción óptima de imágenes astronómicas. Para esto introducimos una expansión de la PSF variable en la imagen, mediante un desarrollo de tipo Karhunen Loève en bases de funciones, que se adaptan naturalmente a los datos sin imponer una forma analítica *ad-hoc*. Se analiza la aplicación de este método en la reconstrucción de imágenes simuladas, mediante la medición de la PSF, encontrando buen acuerdo entre imágenes reconstruidas y simuladas en términos del nivel de ruido de fondo de cielo. La técnica muestra ser lo suficientemente simple para ser implementada en métodos de diferencia de imágenes de mayor sofisticación, ya que mejora sus resultados sin comprometer el costo computacional al considerar PSF espacialmente variable.

Abstract / We present a python implementation of a method for PSF determination in the context of optimal subtraction of astronomical images. We introduce an expansion of the spatially variant point spread function (PSF) in terms of the Karhunen Loève basis. The advantage of this approach is that the basis is able to naturally adapt to the data, instead of imposing a fixed ad-hoc analytic form. Simulated image reconstruction was analyzed, by using the measured PSF, with good agreement in terms of sky background level between the reconstructed and original images. The technique is simple enough to be implemented on more sophisticated image subtraction methods, since it improves its results without extra computational cost in a spatially variant PSF environment.

Keywords / methods: data analysis, statistical — techniques: image processing

1. Introducción

La astronomía ha sufrido una transformación profunda desde que grandes relevamientos sinópticos como SDSS Stripe 82 (Sesar & Ivezić, 2007) han comenzado a coleccionar datos. Estos grandes proyectos han sido capaces de detectar nuevos objetos variables en el óptico e infrarrojo gracias al desarrollo de la adquisición y tratamiento de imágenes digitales con CCD. Hoy la astronomía de mensajeros múltiples propone un desafío mayor: encontrar las fuentes progenitoras de los eventos de ondas gravitacionales. Los modelos actuales de las mismas proponen un escenario con varias dificultades: se necesita detectar un evento transitorio similar a un estallido de supernova pero con magnitudes mínimas cercanas a $I \sim -14$ (Barnes & Kasen, 2013, figura 3); y con un tiempo característico de decaimiento cercano a los dos días. Las técnicas de detección de transitorios en imágenes CCD mayormente utilizadas corresponden al análisis de diferencia de imágenes (DIA, *difference image analysis*), que efectúa comparaciones entre dos imágenes tomadas en diferentes épocas de la misma porción del cielo. Comúnmente se contrasta una imagen N obtenida en cierta época, con una imagen de referencia (R) tomada en óptimas condiciones observacionales, mediante calibraciones de fotometría y astrometría. Los candidatos a transitorios se obtienen del residuo de esta sustracción.

2. Análisis de diferencias de imágenes

2.1. Modelos de núcleo linealizado

Las técnicas de DIA se remontan a los trabajos de Phillips & Davis (1995) y principalmente de Alard & Lupton (1998), donde se utiliza un núcleo (*Kernel*) de convolución como intermediario para comparar la imagen R con la observación N . Para determinar la forma de este *Kernel* estos autores proponen una expansión lineal en funciones base Gaussianas. Bramich (2008) propone en cambio un modelo para el *Kernel* que es mucho más flexible, ya que trata de forma independiente cada pixel de la PSF como una función base. Esto es básicamente utilizar bases de funciones tipo *delta*, y ajustar cada coeficiente en el plano de la imagen.

2.2. El método de Zackay et al

En un trabajo reciente Zackay et al. (2016) desarrollaron un tratamiento más elaborado de este problema. En primer lugar se proponen modelos para la imágenes N y R

$$R = z_r T \otimes P_r + \epsilon_r \quad (1)$$

$$N = z_n T \otimes P_n + \epsilon_n, \quad (2)$$

asumiendo una imagen verdadera T , que simboliza una imagen tomada con un telescopio perfecto, de diámetro

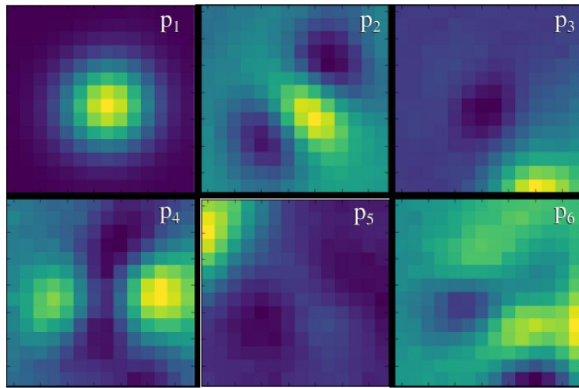


Figura 1. Primeros 6 elementos de la base p_i descomposición Karhunen-Loeve. Notar sus tamaños de 14×14 .

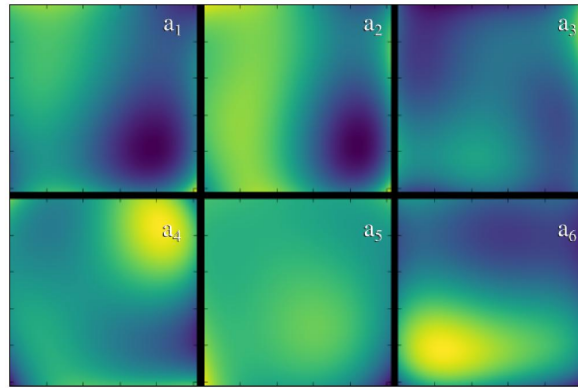


Figura 2. Coeficientes a_i de los elementos de descomposición Karhunen-Loeve. Notar las dimensiones 1024×1024 , tal como la imagen analizada.

infinito y afuera de la atmósfera, afectada por una PSF P , con un dado punto cero fotométrico z y un fondo de cielo ϵ . Esta distinción permite derivar una técnica de comparación directa de imágenes mediante una prueba de hipótesis. Las hipótesis nula y alternativa se pueden escribir como

$$H_0 : N = T \otimes P_n + \epsilon_n \quad (3)$$

$$H_1(q, \alpha) : N = (T + \alpha \delta_q) \otimes P_n + \epsilon_n. \quad (4)$$

Es decir, H_1 se verifica si la imagen contiene un evento transitorio en la posición q con intensidad α . Luego se maximiza el logaritmo de la razón de verosimilitud (o *Likelihood ratio*) de ambas hipótesis para todos los valores de α . De esta forma se obtiene la transformada de Fourier del logaritmo del *Likelihood ratio*,

$$\hat{S} = \frac{z_r z_n^2 \overline{\hat{P}_n} |\hat{P}_r|^2 \hat{N} - z_n z_r^2 \overline{\hat{P}_r} |\hat{P}_n|^2 \hat{R}}{z_n^2 |\hat{P}_n|^2 + z_r^2 |\hat{P}_r|^2}, \quad (5)$$

en términos de las transformadas de Fourier de ambas imágenes y sus respectivas PSF. Entre las ventajas de éste método, se puede mencionar que plantea una sustracción de imágenes que es estable numéricamente, proviene de una prueba de hipótesis (proporcionando así probabilidades de detecciones de forma directa), es simétrica al intercambio de R y N (algo que métodos anteriores no aseguran), y es más veloz (pues no hay que minimizar sobre matrices de costo).

2.3. PSF variable: transformada de Karhunen-Loève

El método de Zackay et al. (2016) asume que la PSF es constante sobre toda la imagen, aún cuando es natural que ésta varíe debido a condiciones observacionales. Una alternativa un poco más realista sería realizar la sustracción en pequeñas regiones de la imagen donde la hipótesis de la PSF constante es aceptable.

En este trabajo se plantea incorporar en el método de Zackay et al. (2016) un desarrollo de la PSF mediante una transformada de *Karhunen-Loeve* (KL), como el propuesto por Lauer (2002). En tal caso la PSF se puede

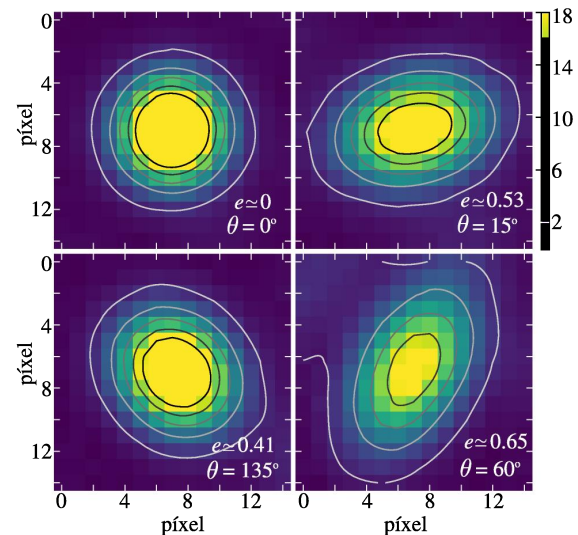


Figura 3. Apilamiento de las estrellas por cuadrante. El fondo muestra los pixeles en la imagen original. Los isocontornos corresponden a la reconstrucción.

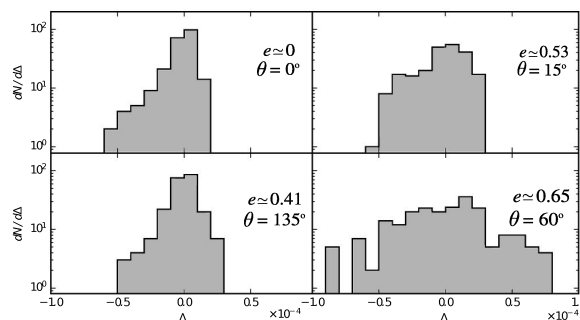


Figura 4. Histogramas de los valores residuales para cada cuadrante.

escribir como

$$P(x, y, u, v) \approx \sum_{i=1}^K a_i(u, v) p_i(x, y), \quad (6)$$

donde la expansión de KL está truncada a los primeros K elementos de la base $\{p_i\}$. Los mismos, se construyen a partir de las observaciones $\{P^*\}$ de la PSF de una imagen,

$$p_i = \sum_{j=1}^N (\vec{\omega}_i)_j P_j^*, \quad (7)$$

donde $\{\vec{\omega}_j\}$ son los autovectores de la matriz de covarianza entre las observaciones $C_{ij} = \langle P_i^*, P_j^* \rangle$. Para decidir cuales p_i utilizar en el desarrollo es necesario calcular los autovalores $\{\lambda_i\}$ de C , y elegir a los K de mayor valor. Es posible cuantificar la importancia relativa de los elementos desechados, mediante la normalización de los autovalores $\sum |\tilde{\lambda}_j|^2 = 1$, y así estimar la pérdida de información, PI , definida como:

$$PI := 1 - \sum |\tilde{\lambda}_K|^2.$$

Los coeficientes $a_i(x, y)$ son campos escalares suaves en el plano de la imagen, y se obtienen ajustando funciones polinómicas de bajo orden (típicamente 4) a las mediciones

$$a_j^*(x_i, y_i) = \frac{\langle P_i^*, p_j \rangle}{\|P_i^*\| \|p_j\|} \quad (8)$$

donde (x_i, y_i) es la posición de la medición P_i^* .

Esta metodología es útil al realizar operaciones de tipo convolución donde la PSF intervenga, ya que al estar expresada en términos de elementos p_i de tamaño reducido (~ 15 píxeles por lado) se acelera el cómputo numérico. En caso que la elección de PI implique $K = 1$ el método entrega un sólo elemento p_1 , con $a_i \equiv 1$, evitando imponer una PSF estática a lo largo de la imagen.

3. Implementación de la técnica

Se implementó la descomposición de Lauer (2002), mediante un código desarrollado en Python utilizando como mediciones P^* pequeños parches de ~ 14 píxeles de lado.

Se simuló una imagen de un campo estelar con variación espacial de la PSF, y se analizó la capacidad del método para recuperar la misma. Para ello se asignó un modelo Gaussiano para la PSF en cada uno de los cuadrantes de la imagen, con diferencias notables en sus parámetros, que definen su forma y orientación. En el primer cuadrante la PSF es simétrica, o de forma análoga a una elipse con elipticidad $e = 0$. En los cuadrantes segundo, tercero y cuarto las elipticidades son $\simeq 0.53$, $\simeq 0.41$ y $\simeq 0.65$, con ángulos de rotación de 15° , 135° y 60° , respectivamente. La simulación incluyó la inyección de ruido gaussiano, de media y dispersión constante dentro de cada cuadrante.

Se realizó una medición de la PSF utilizando nuestro programa, con una $PI = 0.003$. Esto entregó 6 elementos base p_i y a_i , los cuales se incluyen en las Figs. 1 y 2, respectivamente. Para el caso con $PI = 10^{-3}$ se encuentran 9 funciones base p_i , de las cuales las primeras 6 son exactamente las de la Fig. 1.

Luego se reconstruyó la imagen simulada mediante una convolución de una suma de funciones delta (una por cada estrella) con la PSF medida (se utilizaron las 9 componentes correspondiente a $PI = 10^{-3}$). Para estimar la confiabilidad del método, se comparó la imagen simulada y el modelo obtenido de la PSF. En la Fig. 3 se muestra el apilamiento de todas las estrellas para cada uno de los cuadrantes (en escala de color) y en superposición las curvas de nivel del modelo correspondiente de la PSF.

La Fig. 4 muestra las distribuciones discriminadas por cuadrante de los residuos $\Delta = \frac{I-I'}{I_{rms}}$ de una resta directa de ambas imágenes, (simulada I y reconstruida I') normalizados al valor de la media cuadrática del fondo de la imagen original (I_{rms}). Se observa que el cuadrante con mayor dispersión es aquel donde la elongación de la PSF es mayor. Así también puede observarse que en los cuadrantes 2 y 3 donde la orientación cambia y la elongación varía un pequeño porcentaje los residuos poseen dispersiones indistinguibles de la correspondiente al cuadrante 1.

4. Conclusiones

Se implementó un método de medición de PSF variable, mediante transformada de Karhunen-Loève, para algoritmos de subtracciones de imágenes. Este enfoque para la determinación de la PSF tiene la ventaja de que permite una descripción más realista de la variación de la PSF sin requerir recursos computacionales adicionales. Se programó un código nuevo, capaz de realizar estas mediciones en imágenes, y se comprobó su capacidad mediante reconstrucciones de campos con PSF de extrema variación. El *software* utilizado esta disponible mediante solicitud a los autores.

Referencias

- Alard C., Lupton R. H., 1998, ApJ, 503, 325
- Barnes J., Kasen D., 2013, ApJ, 775, 18
- Bramich D. M., 2008, MNRAS, 386, L77
- Lauer T., 2002, in Starck J.-L., Murtagh F. D., eds., Vol. 4847, Astronomical Data Analysis II, pp 167–173
- Phillips A. C., Davis L. E., 1995, in ADASS IV, p. 297
- Sesar B., Ivezić Ž., 2007, AJ, 134, 2236
- Zackay B., Ofek E. O., Gal-Yam A., 2016, ApJ, 830, 27