1931JO.....14...9

JOURNAL DES OBSERVATEURS

Volume XIV — N° 7. — *Juillet 1931.*

# SUR LA RÉDUCTION DES CLICHÉS PHOTOGRAPHIQUES

par M. F. GONNESSIAT

La réduction des clichés d'Eros ramène mon attention sur les Notes de MM. Innes et Wood (*J. O.*, XIII, n° 4) visant les remarques que j'avais faites au sujet de la méthode de Schlesinger (*Ib.*, XII, n° 10). Il n'est pas trop tard pour une brève réplique.

1. — A ne considérer que le cliché d'observation, $x$ et $y$, les *dépendences* D établissent effectivement une *liaison* entre les coordonnées de 4 points ; elles expriment simplement que ces 4 points sont dans un même plan, et que la surface N de l'un quelconque des 4 triangles en lesquels se décompose le quadrilatère est égale à la somme algébrique des trois autres, $N_1 + N_2 + N_3 = N$. Il s'agit d'une *identité*, toujours exactement vérifiée quels que soient les $x$ et $y$. Toute substitution linéaire

$$X' = a\,x + b\,y + c \quad , \quad Y' = a'\,x + b'\,y + c \qquad (1)$$

laisserait intacts les rapports des surfaces $N_i / N = D_i$, et l'on aurait tout aussi rigoureusement $\Sigma\, D\, X' = X'_p$, que $\Sigma\, D\, x = x_p$.

Mais quand il s'agit de passer des $x$ et $y$ aux X et Y du Catalogue de référence, la transformation (1) n'est qu'imparfaitement réalisée. Le rattachement des centres, la réfraction différentielle, l'aberration, donnent bien des termes cette forme ; même si au préalable on défalque des $x$ et $y$ les termes du 2e ordre, dont j'ai donné l'expression [*l. c.*, (8)], il reste les erreurs des mesures, celles du Catalogue, compliquées des mouvements propres, la distorsion optique, etc. Aux X' et Y' purement homographiques, on substitue les X et Y réels avec leurs erreurs $\varepsilon$ et $\varepsilon'$. La relation de Schlesinger devient alors :

$$\Sigma\, D\, X = \Sigma\, D\, (X' + \varepsilon) = X'_p + \Sigma\, D\, \varepsilon \quad , \quad \Sigma\, D\, Y = Y'_p + \Sigma\, D\, \varepsilon' \quad ,$$

et si l'on adopte $X'_p$, $Y'_p$, c'est qu'on admet $\Sigma\, D\, \varepsilon = \Sigma\, D\, \varepsilon' = 0$.

Les D n'établissent plus ici une *liaison* rigoureuse : ce sont des *poids* à l'aide desquels on combine des données entachées d'erreurs (je les désigne par $p$ dans mon Mémoire). Rapporté à l'erreur moyenne de l'une des coordonnées, le poids P du résultat est l'inverse de $\Sigma\, D^2$ ; maximum et égal à 3 près du centre de gravité, il *décroît* à mesure que le point à rattacher se rapproche des côtés du triangle ou passe à l'extérieur. Avec 0,03 , 0,85 , 0,12 (cas déjà cité), on a P = 1,4 ; avec − 0,89 , − 1,22 , + 3,11 , P < 0.1 ; près d'un sommet, P = 1 , il n'y a plus qu'un repère utile. Une erreur donnée, de 3" par exemple, comme il s'en rencontre couramment dans les Catalogues anciens, se répercute sur le résultat avec une valeur bien différente suivant que l'on a D = 0,85 , comme plus haut, ou 0,33. Conclusion : les *dépendences* ne sont que des *poids* avec lesquels on calcule ou construit un centre de forces parallèles ; autant que possible, ces poids doivent être à peu près égaux.

2. — Il semble bien que la plupart des Observatoires qui pratiquent la méthode de Schlesinger négligent systématiquement les termes du 2e ordre dans le rattachement. Passe encore pour les équatoriaux de la Carte du Ciel, de 2° de champ ; mais avec des clichés de 10 à 12°, cette omission n'est plus permise. Le $\partial\, \Delta_2\, x$ dont j'ai parlé [*l. c.*, (10)] est le produit de 2 facteurs, dont l'un est proportionnel à la distance des centres, et dont l'autre,



© Observatoire de Marseille • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1931JO.....14...97

invariant quant à l'origine(*), *croît* à peu près comme le carré des dimensions du triangle, c'est-à-dire comme sa surface. Près des bords, l'erreur ainsi commise est relativement considérable. On peut lire à ce sujet la Note de H. van Gent (B. A. N. 216), qui vient de donner une intéressante solution au problème du rattachement à *quatre* repères même très écartés.

On constate aussi la tendance, pour éviter la conversion en X et Y, à utiliser les catalogues ordinaires plutôt que les catalogues photographiques, incontestablement plus précis. L'erreur à craindre est plus forte, et l'inégalité des D marque d'autant mieux son effet nuisible. Sans compter que l'insuffisance des termes du développement des $\alpha$, surtout aux déclinaisons un peu fortes, apporte une autre cause d'incertitude. Enfin lorsqu'on prend les D seulement au 0,01 près, il faut s'attendre à des résidus $m$ de l'ordre de 0',5 ; en omettant la correction d'inclinaison, avec un coefficient qui pourrait atteindre 0,02 ou plus, on introduit une nouvelle erreur sensible.

Voilà donc signalées une série d'erreurs non négligeables, qui tiennent à la *méthode* et non aux *données*.

3. — On reproche à la méthode d'Alger sa complexité, J'ai dit moi-même combien l'exposé en est laborieux, comparé à celui de Schlesinger. Mais cette complexité n'est qu'apparente. Il y a tout ce qu'il faut pour que, *du fait de la méthode*, ne puissent s'introduire que des erreurs inférieures à celles des mesures, même lorsque la planète se projette à 8 ou 10' du centre de gravité. Dans le cas le plus général, on ne tient pas compte des petits termes correctifs qui servent aux calculs du coefficient d'échelle, obtenu à première vue. Bref, c'est 22 à $25^m$ qu'emploie un calculateur exercé pour arriver, avec 5 étoiles, aux $X_p$ et $Y_p$. Ajoutons-y 12 à $15^m$ dans le cas d'un catalogue ordinaire, pour le passage aux X et Y. Et il importe de remarquer que sur 7 colonnes de calculs, 4 servent uniquement au contrôle. Dans l'exemple qui m'est opposé, je n'aperçois aucune vérification ; il faudrait pourtant calculer N de façon indépendante afin de s'assurer que $N_1 + N_2 + N_3 = N$ ; j'imagine que les produits D X ou D Y sont effectués en double ; le contrôle individuel, qui permettrait de remplacer une étoile douteuse, n'existe pas. Ces opérations à la machine demandent-elles un temps moindre que celui indiqué plus haut ? C'est douteux ; à l'expérience de décider ! Mais j'imagine que le gain, s'il existe, doit être assez minime pour que la méthode n'ait pas à s'en prévaloir.

D'ailleurs, me dit-on, 5 étoiles ou plus, c'est du superflu ; 3 suffisent. D'un côté le nombre des repères est facultatif, chacun en prend ce qu'il juge utile ; de l'autre, trois est obligatoire. Il est trop commode de choisir 3 étoiles sur 5 tirées d'un catalogue photographique, et déjà vérifiées, et de montrer qu'elles donnent à peu près aussi bien que 5. Reprenons le cas, qui n'est pas rare, d'une erreur de 3" sur la position d'une étoile tirée d'un catalogue ordinaire et prise avec le poids 0,8 ; l'erreur du résultat sera de 2",4, alors qu'une moyenne de 5 la réduirait à 0"6.

Je n'ai aucun parti-pris contre la méthode de Schlesinger, qui rend des services à condition qu'elle soit appliquée avec discernement. Mais on voit bien, maintenant qu'il s'agit de réduire les clichés d'Eros, que la limitation des repères à 3 est une gêne. Avec la méthode des moyennes simples, ce nombre peut être porté à 6 ou 7 et au delà sans qu'il en résulte presque aucun travail supplémentaire, sinon pour les mesures.

Les réductions des clichés d'Eros que nous avons déjà effectuées pour novembre et décembre, en les basant sur les positions de cinq à sept étoiles de l'excellent Catalogue du *Recheninstitut*, montrent que l'erreur d'une position isolée ne dépassera guère $\pm$ 0",1.

---

Je ne puis me dispenser de dire un mot des publications de Renaux (*C. R.*, 190, p. 164 ; *J. O.*, XIII, n° 9).

Il prend pour point de départ exactement les formules de Comrie ; mais il conserve les surfaces N sans expliciter les D (ce serait une faute, dit-il). Il nous suffira de reproduire les relations en X :

$$N_1 X_1 + N_2 X_2 + N_3 X_3 = N X_p$$

Restreignant la généralité de la méthode de Schlesinger, il considère seulement des clichés d'à peu près même module et même orientation. Par une translation ($\Delta X$, $\Delta Y$), il peut alors amener les deux figures à peu près en coïncidence, ce qui lui permet d'écrire :

$$X_i = x_i + \Delta X + d x_i \; ; \quad \Sigma N_i d x_i = N d x_p \; ; \quad X_p = x_p + \Delta X + d x_p \; ,$$

(*) Si l'on place, par exemple, l'origine au centre de gravité ($x_0$, $y_0$), et que l'on fasse $x = x_0 + \xi$, $y = y_0 + \eta$, l'expression a la même forme en $\xi$ et $\eta$ qu'en $x$ et $y$.



© Observatoire de Marseille • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1931JO.....14...97

avec des $dx$ inférieurs en général à l'unité, et se prêtant au calcul avec la simple Table de Crelle, On reconnaît là une simplification déjà utilisée par Lagrula, qui prend même $\Delta X = X_1 - x_1$ pour annuler $dx_1$. Donc rien de nouveau jusqu'ici.

Dans le cas de 4 étoiles, Renaux considère les 4 triangles que l'on peut former par la combinaison 3 à 3 des sommets, et applique à chacun, si je comprends bien, les formules ci-dessus. Il obtient ainsi quatre valeurs de $dx_p$, qui se contrôlent mutuellement et qu'il combine en leur laissant le coefficient N correspondant. Mais ces résultats ne sont pas indépendants et la précision ne croît pas comme la surface du triangle, c'est même le contraire qui a lieu. Pour trois au moins des triangles, l'image de la planète tombe près des diagonales, c'est-à-dire des côtés des triangles, à l'intérieur ou à l'extérieur : mauvaises conditions, dénoncées plus haut. Si bien que les diverses combinaisons méritent des poids forts différents. Pour une étoile de plus, le gain paraît fort mince comparé au supplément de besogne.

A partir de 5 étoiles, la décomposition du polygone donne un trop grand nombre de triangles, il faut recourir à un « choix judicieux », d'ailleurs arbitraire. Renaux est revenu sur cette question dans une Note récente (*C. R.*, 192, p. 1360), qu'il sera plus facile de discuter lorsque l'auteur voudra bien produire au complet un exemple numérique.

*(Observatoire d'Alger, juin 1931)*

---

## Formules d'un nouveau genre dans quelques problèmes relatifs aux petites planètes

par M. Benjamin Jekhowsky

Dans un Mémoire [1] inséré dans le Volume XIV (n° 2, p. 13) du même Recueil, j'ai donné sous une forme très simple la résolution de quelques problèmes relatifs aux petites planètes.

Depuis, en continuant à m'occuper de la même question, je suis arrivé pour certaines formules, indiquées dans le Mémoire cité, à des simplifications notables, dont les résultats ont été brièvement exposés dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences [2].

Voici le développement succint de ces formules d'un nouveau genre, accompagné d'un exemple numérique.

### § 1. — Formules préliminaires

Considérons les valeurs des constantes $a_1$, $b_1$, $c_1$, $A_1$, $B_1$, $C_1$, qui correspondent aux trois directions $O\xi'$, $O\eta'$, $O\zeta'$ du trièdre $O\xi'\eta'\zeta'$, menées par le Soleil O et parallèles à celles qui correspondent aux vraies constantes de Gauss $a$, $b$, $c$, A, B, C.

En posant

$$(1)\qquad \begin{cases} l_1 = \sin a \sin A \;;\; m_1 = \sin b \sin B \;;\; n_1 = \sin c \sin C \;; \\ l_2 = \sin a \cos A \;;\; m_2 = \sin b \cos B \;;\; n_2 = \sin c \cos C \;; \\ l_3 = \cos a \;;\; m_3 = \cos b \;;\; n_3 = \cos c \;; \end{cases}$$

et en appelant $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ les cosinus directeurs de la direction calculée

$$(2)\qquad \begin{cases} \lambda_1 = \cos\delta \cos\alpha \\ \lambda_2 = \cos\delta \sin\alpha \\ \lambda_3 = \sin\delta \end{cases}$$

pour déterminer les quantités $a_1$, $b_1$, $c_1$, $A_1$, $B_1$, $C_1$ définies ci-dessus, en fonction des constantes de Gauss proprement dites, on a les formules suivantes : [3]

(1) Réflexions sur la correction des éphémérides de petites planètes et sur les problèmes qui s'y rattachent.

(2) Comptes Rendus Ac. Sc., t. 192, n° 5, 2 Février 1931, p. 277.
Comptes Rendus Ac. Sc., t. 192, n° 7, 16 Février 1931, p. 404.

(3) H. Andoyer. Cours de Mécanique Céleste, t. 1, p. 111 et suivantes.



© Observatoire de Marseille • Provided by the NASA Astrophysics Data System