

OBSERVATIONS  
DE  
**L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 30 AOUT 1905**

---

RAPPORT DE LA MISSION D'ALGER

PAR  
M. J. RENAUX.

VIII.

C. I



---

OBSERVATIONS  
DE  
**L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 30 AOUT 1905**

---

RAPPORT DE LA MISSION D'ALGER.

---



Le rapport que Trépiéd, notre regretté directeur, se disposait à rédiger pour le Bureau des Longitudes, lorsqu'il nous fut enlevé par une mort imprévue, devait se composer de deux Parties bien distinctes : la première concernant les observations de l'éclipse totale de Soleil du 30 août 1905, faites à Guelma par la mission d'Alger; la seconde relative à la réduction de clichés photographiques pris le même jour à l'Observatoire d'Alger, dans le but de terminer les corrections à faire subir au diamètre du Soleil d'une part, à l'ascension droite, à la déclinaison et au diamètre de la Lune d'autre part.

Trépiéd n'ayant laissé aucun texte, aucun document, pour la première Partie, nous avons dû la rédiger complètement d'après nos notes personnelles.

Les seuls documents trouvés concernent la deuxième Partie du rapport. Les calculs pour la représentation de l'ensemble des observations faites à Alger pouvaient être considérés comme achevés. Mais il y avait lieu de rechercher s'il était possible, avec les éléments corrigés, de représenter d'une manière satisfaisante certaines observations faites à Guelma. Les calculs commencés dans ce but n'étaient pas achevés. En les terminant, j'ai pu remarquer que les observations seules d'Alger ne permettaient pas de déterminer d'une façon convenable toutes les corrections indiquées plus haut, et j'ai été conduit à remanier complètement cette seconde Partie.

---

---

## PREMIÈRE PARTIE.

---

La mission d'Alger se composait tout d'abord de MM. Trépied, directeur, Renaux, Rambaud, astronomes, Maubert, mécanicien. Une dizaine de jours avant l'éclipse, M. Sy, astronome à l'Observatoire d'Alger, fut adjoint à la mission qui avait adopté pour lieu d'observation la cour de l'école des garçons de la ville de Guelma (1).

*Instruments.* — 1° Un petit cercle méridien de Brunner a servi à MM. Rambaud et Sy pour la détermination de l'heure et des corrections des chronomètres de différentes missions. En outre, M. Rambaud a envoyé l'heure aux astronomes étrangers fixés à Souk-Aras.

2° Les appareils photographiques et spectroscopiques destinés aux observations mêmes de l'éclipse comprenaient :

*a.* Une grande lunette photographique munie d'un objectif Henry de 25<sup>cm</sup> d'ouverture et de 6<sup>m</sup> de distance focale. Cette lunette, placée horizontalement dans la direction Nord-Sud, l'objectif au Nord, la culasse au Sud, n'était pas pourvue d'un réflecteur entraîné par un mouvement d'horlogerie. Mais, au moyen d'un dispositif spécial imaginé pour la circonstance par M. Rambaud, la manœuvre du réflecteur put être ainsi effectuée à la main par M. Sy, de façon à maintenir fixe l'image du Soleil ou de la couronne sur la plaque photographique. Malgré des poses qui ont atteint la durée de 4 secondes, les résultats ont été bons, comme on peut s'en convaincre par l'examen des photographies de la couronne, *Pl. I, II, III.*

L'objectif, utilisé ordinairement pour des études spectroscopiques à

---

(1) Nous remercions les membres de la municipalité de Guelma, M. Joly, délégué financier, M. Bachotet, directeur des écoles communales, MM. Chevassu et Nataf pour l'empressement qu'ils ont mis à faciliter notre tâche. Ces trois derniers nous ont servi d'assistants.

l'Observatoire d'Alger, ne possédait aucune monture utilisable dans les circonstances de l'éclipse. Voici la manière dont on a opéré. L'objectif et la culasse ont été placés sur des piliers en maçonnerie de dimensions aussi réduites que possible, et simplement reliés par un tube double en étoffe noire imperméable à la lumière. La culasse était composée de deux tubes parallèles s'emboîtant l'un dans l'autre, l'extérieur fixe, l'intérieur mobile à volonté pour la mise au point. A ce dernier tube étaient fixés un obturateur de plaque *Thornton-Pickard* et un cadre en bois dans lequel pouvaient glisser les châssis.

b. Une lunette photographique avec objectif Planar-Zeiss d'ouverture  $\frac{f}{4,5}$ , de 37<sup>cm</sup>,7 de distance focale et couvrant une plaque de dimension  $13 \times 18$ . L'objectif n'a pas été diaphragmé.

c. Une lunette photographique munie d'un objectif Henry de 16<sup>cm</sup> d'ouverture, de 90<sup>cm</sup> de distance focale, et munie d'un obturateur de plaque Thornton-Pickard. L'objectif n'a pas été diaphragmé.

d. Une lunette spectroscopique imaginée par Trépied.

Ces trois derniers appareils étaient fixés à l'axe de déclinaison d'une monture équatoriale et entraînés simultanément par un mouvement d'horlogerie.

*Lunette spectroscopique.* — Trépied cherchait à démontrer la rotation de la couronne. Dans ce but il avait imaginé un dispositif spécial dont le principe était celui du sextant. La chambre spectroscopique munie d'un réseau ne présentait par elle-même aucune particularité, et nous pensons qu'il est inutile de la décrire. La partie intéressante de l'appareil était une lunette de 10<sup>cm</sup> d'ouverture, de 1<sup>m</sup> de distance focale, qui donnait sur la fente du spectroscope deux images du Soleil ou de la couronne, l'une directe, l'autre réfléchi. Les rayons lumineux qui produisaient cette dernière image subissaient avant d'entrer dans l'objectif deux réflexions successives. La première était obtenue au moyen d'un miroir placé sur un côté de la lunette, près de l'objectif, la face argentée tournée vers le Soleil, ou la couronne. La deuxième réflexion était produite par un second miroir placé en avant même de l'objectif, mais dont une moitié seule de sa surface était argentée, de telle façon qu'il laissait passer par transparence les rayons de

l'image directe et renvoyait dans la lunette après la deuxième réflexion les rayons lumineux contribuant à former l'image réfléchie projetée sur la fente du spectroscope. Par des déplacements convenables des miroirs, il était possible :

1° De séparer les disques des deux images, de les faire tangenter ou empiéter.

2° D'amener la ligne des centres à coïncider avec l'axe de la fente du spectroscope. Enfin, par une rotation de tout l'appareil, cette fente pouvait prendre une direction choisie à l'avance. La direction choisie fut celle de la trace de l'équateur solaire, et la distance des centres fut fixée à un diamètre un quart, de telle sorte que les bords internes étaient distants d'un demi-rayon. Ces parties en regard correspondaient à des régions de la couronne animées de vitesses directement opposées, et Trépied espérait mettre en évidence la rotation de la couronne par un déplacement des raies spectrales. Nous verrons plus loin qu'il n'y avait pas lieu de compter sur un pareil résultat avec les dimensions par trop réduites de l'appareil.

*Essais préliminaires. Réglages.* — M. Rambaud s'est occupé principalement du montage des instruments et du réglage du spectroscope Trépied. J'étais chargé de tout ce qui concerne les opérations photographiques et du réglage de la lunette Henry. La mise au point des lunettes de 6<sup>m</sup> et de 37<sup>cm</sup>, 7 de distances focales n'a présenté aucune difficulté par suite de leur destination particulière. Il n'en a pas été de même pour les autres appareils, livrés beaucoup trop tard par le constructeur pour entreprendre à Alger les expériences préliminaires nécessaires et faire construire en temps voulu des châssis spéciaux. L'objectif Henry de 16<sup>cm</sup> d'ouverture étant achromatisé pour deux raies voisines de la raie G, on ne pouvait adopter, en effet, une mise au point uniforme pour les photographies prises sous écrans colorés. Il était nécessaire d'avoir des châssis construits de façon à loger les écrans et à tenir compte de la différence de mise au point. Nous les avons construits nous-mêmes.

C'est avec de grandes difficultés que M. Rambaud est arrivé à régler l'appareil spectroscopique. La région spectrale photographiée correspondait à la longueur d'onde  $\lambda = 530$ .

En ce qui concerne la petite lunette, il n'a pas été possible de remplir

complètement le programme tracé, par suite d'un accident fortuit que nous indiquerons plus loin. Nous pensons néanmoins qu'il est utile d'expliquer les différentes opérations effectuées d'une façon systématique pour la mise au point, le choix et la préparation des plaques orthochromatiques.

Nous n'avons pas obtenu de bons résultats par des essais de mise au point effectués avec écrans colorés, plaques lentes et poses très rapides sur le Soleil. Nous avons renoncé aussi aux poses sur les étoiles et donné la préférence aux photographies de la Lune qui fournissent des indications précieuses pour les temps d'exposition. Nos essais ont été effectués pendant toute la période de temps où, avant l'éclipse, la Lune pouvait être photographiée.

Les écrans provenaient de la célèbre fabrique de matières colorantes de Meister Lucius et Brünning, à Höchst-sur-Mein. Mais nous n'avons pas utilisé les écrans violets, car nous considérons leur emploi comme inutile avec les préparations ordinaires, plaques  $\Sigma$  et marque bleue Lumière.

Nous avons adopté comme tirage de la lunette celui qui correspondait à une bonne mise au point sous l'écran vert. Dans ces conditions, et d'après nos expériences, le tirage devait être augmenté d'un millimètre un quart pour la mise au point sous l'écran rouge et d'un millimètre pour la mise au point sur plaques ordinaires sans écran (1). Il a suffi alors de mettre des cales de 1<sup>mm</sup> d'épaisseur pour les châssis renfermant les plaques ordinaires et des cales de 1<sup>mm</sup>,25 pour les châssis contenant les écrans rouges.

Un châssis spécial permettait un rapprochement plus considérable de la plaque du côté de l'objectif. Nous l'avons utilisé avec des plaques  $\Sigma$  et une pellicule rigide recouverte par nous d'une couche de gélatine teintée avec de la nitrosodiméthylaniline, de telle sorte que les radiations ultra-violettes agissaient seules. Après quelques tâtonnements la position de la plaque fut repérée.

Le choix des plaques est de la plus haute importance (2). Nous avons

(1) Dans ces conditions, la différence de tirage entre le bleu et le rouge était en apparence de 0<sup>mm</sup>,25 et en réalité de 3<sup>mm</sup>,25 par suite de l'épaisseur des écrans colorés égale à 3<sup>mm</sup>.

(2) Elles doivent satisfaire autant que possible aux conditions suivantes, réalisées à peu près avec certains colorants nouveaux.

Appelons *noir* le logarithme de l'opacité. Si l'on fait, avec de bonnes préparations orthochromatiques et sous écrans colorés, une série d'essais spectrographiques, et si l'on trace des courbes ayant comme ordonnées les différentes valeurs du *noir* observé et comme abscisses

pris comme terme de comparaison la plaque panchromatique lente du commerce sensibilisée au pinachrome. Des poses de 3 secondes étaient largement suffisantes pour obtenir de bonnes photographies de la Lune, sous écrans vert et rouge. Mais les temps d'exposition étaient considérablement réduits et les résultats incomparablement supérieurs avec les plaques sensibilisées au trempé au moyen des excellents colorants connus à cette époque, l'orthochrome T, le pinaverdol et le pinachrome. Nous avons été conduits à préparer nos plaques orthochromatiques. Mais, le séchage devant être très rapide, nous avons été obligés de faire construire une boîte séchoir dont l'air, brassé constamment par un ventilateur électrique, était desséché par du chlorure de calcium. Les premières plaques ainsi préparées possédaient un voile assez considérable produit sous l'action des étincelles électriques du ventilateur. Elles étaient en outre criblées de grains de poussière mis en mouvement dans la boîte. Nous avons tourné les difficultés en établissant des cloisons à chicane pour séparer le ventilateur des préparations sensibles et en recouvrant les parois intérieures du séchoir d'un enduit poisseux composé de gélatine et de glycérine.

## PROGRAMME.

*a. Lunette de 6<sup>m</sup>.* Opérateurs : MM. Sy, Chevassu, Nataf. — On s'était proposé d'obtenir :

1° Pendant la totalité, des photographies uniquement sur plaques  $\Sigma$  et avec des poses de 0,5, 1, 2, 3, 4 secondes, etc.

2° Avant et après la totalité, des instantanés à  $\frac{1}{100}$  de seconde.

Chaque châssis contenait une plaque  $\Sigma$  et une plaque marque bleue Lumière, de sorte que ces préparations alternaient. Deux plaques portaient

---

des quantités proportionnelles aux longueurs d'onde, les *aires* comprises entre ces courbes et l'axe des abscisses doivent être *équivalentes* pour des durées d'exposition sensiblement égales. Ces mêmes durées doivent être sensiblement égales au temps nécessaire à l'obtention d'une aire équivalente provenant d'une plaque ordinaire de sensibilité moyenne employée sans écran.



en outre un écran noir couvrant les disques du Soleil et de la Lune, dans le but de rechercher à obtenir la couronne en dehors de la totalité.

*b. Lunette Planar-Zeiss.* Opérateur : M. Rambaud. — On voulait poser pendant toute la totalité sur une plaque orthochromatique sensible au jaune et au vert avec atténuation du bleu par un écran léger de picrate d'ammonium dans la couche même. Le but était d'élucider la question des planètes intra-mercurielles. Ajoutons que le cliché a été pris et que M. Villatte a pu faire l'identification de toutes les images visibles. Par suite, il n'existait aucun astre nouveau susceptible d'être mis en évidence par la photographie dans les conditions où nous avons opéré.

*c. Spectroscope.* Opérateur : M. Rambaud. — On s'était proposé de faire une pose unique dans la région spectrale  $\lambda = 530$  sur une plaque bleue Lumière sensibilisée au moyen d'un mélange convenable de pina-verdol, orthochrome et rouge de quinquoline. Le cliché a été pris, mais n'a donné aucune trace de spectre.

*d. Lunette Henry.* Opérateurs : MM. Renaux et Bachotet.

1° Avant la totalité, poses de  $\frac{1}{55}$  de seconde sur plaques bleues Lumière et  $\Sigma$ .

2° Immédiatement après le commencement de la totalité, pose de  $\frac{1}{55}$  de seconde sur plaque  $\Sigma$ .

Ensuite mise de l'obturateur à la pose et :

3° Pose de 1 seconde sur plaque Lumière bleue.

4° Pose de 3 secondes sous écran vert sur plaque sensibilisée à l'orthochrome T.

5° Pose de 4 secondes sous écran rouge sur plaque sensibilisée au pinachrome et au pinaverdol.

6° Pose de 4 secondes sous écran à la nitrosodiméthylaniline et sur plaque  $\Sigma$ .

7° Pose de 6 secondes sous écran vert et sur plaque sensibilisée à l'orthochrome T.

8° Pose de 8 secondes sous écran rouge et sur plaque sensibilisée au pinachrome et au pinaverdol.

9° Pose de 10 secondes sur plaque  $\Sigma$  sans écran.

10° Pose de 2 secondes sur plaque bleue sans écran.

11° Après la totalité, poses sur plaques bleues et  $\Sigma$  à  $\frac{1}{55}$  de seconde (1).

*Développement.* — J'ai développé toutes les plaques à une température comprise entre 20° et 25°. Le révélateur, utilisé à l'état dilué, était le diamidophénol acide dont la résistance au voile est considérable et la propriété de désorthochromatisation certaine. La formule employée est celle que j'ai fait connaître en 1907 dans la *Revue des Sciences photographiques*, mais avec une légère variante qui consistait à ajouter progressivement, suivant les besoins, des quantités croissantes de dissolution ammoniacale diluée. Les proportions sont d'ailleurs les suivantes :

Diamidophénol.....	0 <sup>g</sup> ,5
Bromure de potassium à 10 pour 100.....	5 <sup>cm</sup> ³
Solution de réserve (A) de.....	10 <sup>cm</sup> ³ à 20 <sup>cm</sup> ³
Eau, quantité nécessaire pour un volume total de.....	300 <sup>cm</sup> ³ à 400 <sup>cm</sup> ³

*Solution (A).*

Métabisulfite de potasse.....	10 <sup>g</sup>
Quantité d'ammoniaque, suffisante pour neutraliser 5 <sup>g</sup> de métabisulfite de potasse (2).....	N <sup>cm</sup> ³
Eau, quantité suffisante pour un volume total de.....	50 <sup>cm</sup> ³

*Solution (B).*

Ammoniaque.....	N <sup>cm</sup> ³
Eau, quantité suffisante pour.....	100 <sup>cm</sup> ³

On peut ajouter progressivement au bain de développement autant de centimètres cubes de (B) qu'on a utilisé de centimètres cubes de (A).

*Résultats.* — Nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons dit plus

(1) Toutes les plaques sans exception ont été enduites au verso d'un vernis anti-halo.

(2) La quantité N<sup>cm</sup>³ d'ammoniaque se détermine facilement en prenant comme réactif la phtaléine du phénol.

haut relativement au cliché pris avec la lunette Planar-Zeiss et posé pendant toute la totalité. En ce qui concerne l'appareil spectroscopique, nous indiquerons plus loin quelques essais entrepris en août 1905 par MM. Rambaud et Renaux.

Le programme relatif à la grande lunette de 6<sup>m</sup> a été complètement rempli. On a obtenu, pendant la totalité, cinq clichés de la couronne avec les poses croissantes déjà indiquées. Les épreuves des planches I, II, III sont les reproductions, légèrement agrandies avec le coefficient 1,4 environ, des clichés 1, 3, 5, pris respectivement avec les poses d'une demi-seconde, 2 secondes, 4 secondes.

Il résulte des observations visuelles et photographiques que la couronne présentait bien l'aspect qu'on attendait pour une période de maximum de l'activité solaire. Très brillante jusqu'à un demi-rayon du bord de la Lune, elle diminuait ensuite rapidement d'éclat tout en demeurant, dans son ensemble, assez uniformément distribuée autour de l'astre. L'épreuve, reproduite planche III, indique deux panaches se prolongeant assez loin dans la partie australe, mais dont l'extension n'est pas en rapport avec celle qui est visible sur le cliché original. Dans le sens de l'équateur, l'expansion est moins considérable dans la partie occidentale que dans la région orientale où se trouvent également deux panaches.

Les magnifiques protubérances qui ont été observées sur le bord Est s'aperçoivent sur les épreuves des planches I, II. Elles forment un arc continu d'environ 30° le long duquel le bord du disque lunaire semble déchiqueté.

Les deux plaques avec écran noir couvrant les disques du Soleil et de la Lune, posés à des instants trop éloignés de la totalité, n'ont donné aucune trace de la couronne. Les instantanés à  $\frac{1}{100}$  de seconde avant la totalité n'ont présenté aucune particularité intéressante. Mais il n'en a pas été de même après la totalité, car les clichés ont enregistré un phénomène assez complexe, comme il est facile de s'en rendre compte par les épreuves de la planche IV, reproductions de phototypes sur plaques  $\Sigma$ . On y constate la présence de bandes lumineuses dans le voisinage du croissant solaire. Nous pensons qu'on ne peut alléguer une imperfection de l'émulsion pour les raisons suivantes :

1° Les plaques provenant de la même boîte n'ont absolument rien enregistré avant la totalité.

2° Des plaques, marque bleue Lumière, ont enregistré aussi le même phénomène après la totalité, mais avec une intensité particulièrement moindre.

3° Les bords des plaques étaient protégés par une feuilure à laquelle se sont arrêtées brusquement les bandes.

4° Nous avons constaté un phénomène encore plus complexe sur une plaque  $\Sigma$  posée, après la totalité, avec la lunette Henry de 0<sup>m</sup>,16 d'ouverture.

On a effectué toutes les opérations concernant cette dernière lunette. Mais les résultats, par suite d'un accident survenu à l'obturateur, n'ont pas été ceux qu'on était en droit d'espérer. Après l'instantané à  $\frac{1}{55}$  de seconde, pris immédiatement après le commencement de la totalité, l'obturateur devait être ramené à la pose par l'ouverture complète de la fente. La manœuvre a été certainement exécutée. Mais le bouton très doux du déclanchement a probablement été heurté sans qu'on s'en soit aperçu, et la partie opaque du rideau s'est trouvée ramenée en regard des préparations sensibles, rendant ainsi complètement inutile tout notre travail de préparation préliminaire.

Avec les instantanés à  $\frac{1}{55}$  de seconde nous avons obtenu quelques résultats intéressants que nous allons énumérer.

En 1900 j'étais arrivé à photographier les grains de Baily et je cherchais en 1905 à réussir la même expérience. M. Stéphan, directeur de l'Observatoire de Marseille, qui observait aussi dans la cour de l'école communale de garçons de Guelma, devait annoncer le commencement de la totalité, et je suivais moi-même la diminution progressive du croissant solaire projeté sur un verre dépoli par une petite lunette accolée à l'appareil photographique. Au moment du second contact, qui m'a paru très bien observé, je déclanchais l'obturateur. Malgré la pose très réduite de  $\frac{1}{55}$  de seconde, la couronne est parfaitement visible sur la petite épreuve de la planche V. On peut apercevoir aussi et d'une façon très nette les grains de Baily.

En dehors de la totalité, nous avons obtenu sur deux plaques des photographies de la couronne (1). Mais le phénomène le plus curieux est celui

---

(1) La photographie de la couronne en dehors de la totalité m'a paru beaucoup plus diffi-

qui a été enregistré sur plaque  $\Sigma$  et qui se trouve reproduit d'une façon très imparfaite par la grande épreuve de la planche V. Il est en effet très difficile de reproduire sur le blanc du papier les dégradations et les nuances les plus fines de régions très éclairées. Indépendamment d'une plage très brillante due à un phénomène de halo, on ne voit en définitive que deux anneaux elliptiques et deux régions lumineuses sans détails. L'épreuve rendant très mal le phénomène enregistré, j'ai cherché à faire un agrandissement sur verre en prenant toutes les précautions nécessaires pour ménager tous les fins détails soupçonnés. En voici une description sommaire.

On aperçoit tout d'abord un croissant solaire très délié entouré d'une plage lumineuse due à un phénomène de halo, et ensuite le disque lunaire qui se détache d'une façon nette sur la couronne. Cinq anneaux elliptiques, dégradés à partir du plus intense situé à la partie centrale, sont visibles jusqu'à une distance du bord du croissant égale environ à quatre fois le disque lunaire. Ils ne sont pas toujours complètement séparés les uns des autres par des bandes obscures, mais reliés en certaines régions, ce qui leur donne l'aspect de spires elliptiques. Ils possèdent approximativement le même axe dont la direction diffère de celle de l'axe de symétrie du croissant solaire, de telle sorte que le premier d'entre eux n'est pas tangent au bord visible du Soleil. J'ai dessiné d'après l'agrandissement un croquis qui accompagne ce texte (*fig. 1*). Sous le croissant *c* on aperçoit une plage lumineuse (A) disposée en éventail et composée de parties plus ou moins éclairées. Ensuite vient une région lumineuse B en forme de gerbe, striée de filets noirs très minces dans le voisinage du Soleil, mais s'élargissant à mesure qu'on s'en éloigne. Les bandes lumineuses, séparées par les filets noirs, disparaissent dans les parties sombres qui séparent les anneaux elliptiques. Quatre de ces anneaux sont marqués en E, deux en entier, deux partiellement.

En définitive, la photographie a enregistré un phénomène dont l'explication est encore à trouver. J'avais supposé qu'il dépendait de l'action de la lumière à travers une couronne de cristaux de glace produits par le refroidissement des couches supérieures de l'atmosphère. L'hypothèse est assez

---

cile en 1905 qu'en 1900. J'avais obtenu à cette époque et à des instants assez éloignés de la totalité des photographies sur plaques voilées aux rayons X, où la couronne était bien dessinée en positif. Ce résultat n'avait pas été publié.

plausible. Mais l'agrandissement me donne l'impression d'une violente projection de matières incandescentes retombant ensuite sur le Soleil sous forme d'anneaux elliptiques. Si invraisemblable que puisse paraître cette nouvelle hypothèse, je pense qu'il y avait lieu de la signaler, d'autant plus qu'il existe une observation intéressante de M. Borrelly à rappeler. Jetant les yeux vers le bord occidental, 16 à 17 secondes avant le troisième contact, il lui sembla voir se former une protubérance qui jaillit ensuite comme une fusée, en même temps qu'une gerbe de rayons, d'un jaune paille clair, s'élançait tout autour jusqu'à la limite extrême de la couronne.

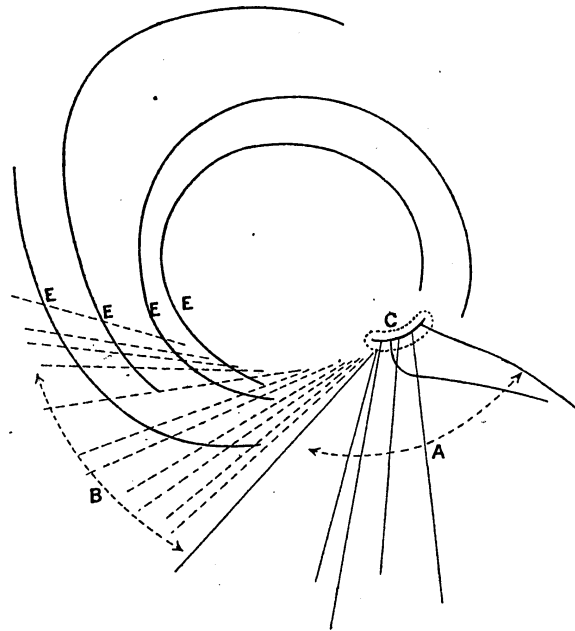
Quelques secondes avant la totalité, Trépied eut l'occasion de remarquer la formation brusque d'un anneau lumineux tangent au croissant et qui lui sembla s'étendre à trois diamètres de la Lune. Les instantanés pris à deux lunettes différentes n'ont pas enregistré de pareil phénomène avant la totalité.

Pour terminer la première partie de ce rapport, je vais donner quelques explications sur des expériences entreprises en août 1906 par MM. Rambaud et Renaux sur la demande de Trépied.

M. Rambaud a enlevé la partie antérieure du spectroscopie de Trépied et l'a fixée en avant du spectroscopie de Thollon que possède l'Observatoire d'Alger. Nous avons projeté sur la fente deux images du Soleil, qui nous ont donné deux spectres accolés, sur lesquels on distinguait de la façon la plus parfaite le déplacement des raies métalliques par rapport aux raies telluriques; une même raie métallique se rapprochant d'une raie tellurique sur l'un des spectres et s'en éloignant sur l'autre. Nous avons fait aussi des photographies de différentes régions spectrales. La difficulté n'était pas dans l'obtention d'images suffisamment intenses, ce qui est toujours possible avec les colorants sensibilisateurs nouveaux, mais de réaliser une mise au point simultanée pour les deux spectres. Nous n'y sommes jamais complètement arrivés, de sorte que les mesures des déplacements sur les plaques photographiques ont toujours été incertaines. Néanmoins ces déplacements paraissaient bien être de l'ordre de ceux qui sont indiqués par le calcul, c'est-à-dire très faibles. Nous pouvons conclure qu'avec le spectre de premier ordre très peu étendu, sur lequel opérait à Guelma M. Rambaud, il eût été impossible de constater un déplacement quelconque des raies. Le principe

de la méthode n'en subsiste pas moins, et elle permet d'obtenir visuellement,

Fig. 1.



d'une façon permanente, les déplacements que Thollon ne réalisait qu'en faisant passer sur la fente successivement deux bords du Soleil.

---



---

## DEUXIÈME PARTIE.

---

### I. — MÉTHODE DE RÉDUCTION DES CLICHÉS.

Dans cette seconde Partie, nous exposons, avec les modifications que nous avons jugées indispensables, la méthode employée par Trépied pour faire la réduction des clichés obtenus par M. Villatte, le 30 août 1905, à l'Observatoire d'Alger. Cette réduction présente quelques particularités intéressantes.

Les clichés, au nombre de 30, ont été pris avec la grande lunette photographique (3<sup>m</sup>,43 de distance focale), munie d'un châssis à obturateur de plaque. Mais, l'orientation des préparations sensibles n'y étant qu'approximative, il a été impossible de faire les observations d'angle de position qui donnent de si bonnes déterminations des corrections d'ascension droite et de déclinaison de la Lune. Ces observations sont effectivement indépendantes de la valeur du tour de la vis qui sert à faire les mesures, de la valeur de l'échelle des photographies et du phénomène de la diffraction, qui affectent simultanément les mesures des diamètres et de la distance des cornes. Pour la longueur de ces diamètres et de la ligne des cornes, on ne peut assigner que des valeurs approximatives (très approchées il est vrai), et il est nécessaire d'introduire une *correction inconnue*, dite simplement *correction de la valeur de l'échelle*, que l'on essaiera de déterminer par les équations de condition au même titre que les corrections cherchées du diamètre du Soleil, de l'ascension droite, de la déclinaison et du diamètre de la Lune.

L'utilisation la plus complète des clichés aurait pu être faite en déterminant tout d'abord les positions, corrigées des effets de la réfraction, d'un certain nombre de points des contours des disques du Soleil et de la Lune, et ensuite, par le moyen de ces positions, les rayons mêmes des disques. Une pareille opération aurait permis d'adjoindre aux équations de condi-



tion, fournies par les mesures de la distance des cornes, un certain nombre d'autres équations de condition entre les corrections de la valeur de l'échelle et des diamètres du Soleil et de la Lune. On s'est contenté de mesurer simplement la ligne des cornes et un certain nombre de diamètres du disque du Soleil. Toutes ces mesures ont été faites avec beaucoup de soin par M. Villatte, qui a pris aussi une part très active aux calculs préparés par Trépied. Nous n'avons pas voulu rédiger ce Rapport sans faire une vérification complète. Nous avons repris entièrement les calculs et, comme contrôle, nous avons employé soit des formules différentielles, soit des formules exactes, mises sous des formes analytiques différentes de celles utilisées par Trépied.

La discussion des observations repose sur la comparaison entre les longueurs théoriques de la distance des cornes et les longueurs observées, corrigées des effets dus à la réfraction. La distance théorique est donnée par la formule

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} C^2 = \frac{1}{\Delta^2} (R + r + \Delta)(r + \Delta - R)(\Delta + R - r)(R + r - \Delta) \\ \quad = 4R^2 - \Delta^2 \left( 1 + \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2} \right), \end{array} \right.$$

dans laquelle  $R$ ,  $r$ ,  $\Delta$  représentent respectivement les valeurs des demi-diamètres apparents de la Lune et du Soleil et de la distance apparente des centres des deux astres, valeurs qu'il faut connaître aux heures d'obtention des clichés. On est donc conduit à effectuer les opérations comme il est indiqué ci-après.

1° De la *Connaissance des Temps* on a extrait, pour des époques convenables et nécessaires pour l'interpolation, l'ascension droite et la déclinaison  $\alpha_{\odot}$ ,  $\delta_{\odot}$  de la Lune, sa parallaxe équatoriale  $\pi$ , les corrections de Newcomb, l'ascension droite et la déclinaison  $\alpha_{\odot}$ ,  $\delta_{\odot}$  du Soleil, son rayon vecteur et l'équation du temps. Par interpolation, on a déterminé ensuite tous ces mêmes éléments pour des intervalles de temps variant de 10 en 10 minutes, à partir de 0<sup>h</sup>0<sup>m</sup> jusqu'à 3<sup>h</sup>0<sup>m</sup>, temps moyen de Paris. Les valeurs des principaux éléments sont inscrites au Tableau I.

2° On a calculé  $\alpha'_{\odot}$ ,  $\delta'_{\odot}$ ,  $\alpha'_{\odot}$ ,  $\delta'_{\odot}$ , coordonnées apparentes, affectées par la

VIII.

C. 3

parallaxe, de la Lune et du Soleil et les demi-diamètres de ces astres. Des formules, bien connues, employées pour déterminer les coordonnées apparentes de la Lune, à savoir :

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} f' \cos \delta'_{\zeta} \sin (\alpha'_{\zeta} - \alpha_{\zeta}) = -\rho \cos \varphi' \sin \pi \sin (t - \alpha_{\zeta}), \\ f' \cos \delta'_{\zeta} \cos (\alpha'_{\zeta} - \alpha_{\zeta}) = \cos \delta_{\zeta} - \rho \cos \varphi' \sin \pi \cos (t - \alpha_{\zeta}), \\ \operatorname{tang} \gamma = \operatorname{tang} \varphi' \frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha'_{\zeta} - \alpha_{\zeta})}{\cos \left[ t - \alpha_{\zeta} - \frac{\alpha'_{\zeta} - \alpha_{\zeta}}{2} \right]}, \\ f' \sin (\delta'_{\zeta} - \delta_{\zeta}) = \rho \sin \varphi' \sin \pi \frac{\sin (\delta_{\zeta} - \gamma)}{\sin \gamma}, \\ f' \cos (\delta'_{\zeta} - \delta_{\zeta}) = 1 - \rho \sin \varphi' \sin \pi \frac{\cos (\delta_{\zeta} - \gamma)}{\sin \gamma}, \end{array} \right.$$

où, pour Alger,

$$\operatorname{Log}(\rho \cos \varphi') = \bar{1},9040097, \quad \operatorname{Log}(\rho \sin \varphi') = \bar{1},7750243,$$

on déduit les formules différentielles

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \partial \alpha'_{\zeta} = \partial \alpha_{\zeta} [1 + \rho \cos \varphi' \sin \pi \sec \delta_{\zeta} \cos (t - \alpha_{\zeta})] + \operatorname{tang} (\alpha'_{\zeta} - \alpha_{\zeta}) \cot \pi \partial \pi, \\ \partial \delta'_{\zeta} = \partial \delta_{\zeta} [1 + \rho \sin \varphi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \cos (\delta_{\zeta} - \gamma)] + \operatorname{tang} (\delta'_{\zeta} - \delta_{\zeta}) \cot \pi \partial \pi, \end{array} \right.$$

que nous aurons à utiliser et qui permettent de calculer les variations des coordonnées apparentes de la Lune en fonction des corrections que l'on peut avoir à faire subir à la parallaxe  $\pi$  et aux coordonnées vraies. En toute rigueur, ces formules devraient encore contenir : la première un terme en  $\partial \delta'_{\zeta}$ , la seconde un terme en  $\partial \alpha_{\zeta}$ . Mais ces termes sont négligeables dans les conditions d'observation du 30 août 1905 à Alger.

Trépied, dans tous ses calculs, a négligé la variation  $\partial \pi$ . Pour nous conformer aux usages établis, nous l'avons partout introduite en la laissant toutefois indéterminée.

Le demi-diamètre du Soleil est donné par  $r = \frac{S_0}{\mathcal{R}_0}$ , où  $\mathcal{R}_0$  désigne le rayon vecteur du Soleil et  $S_0$  la constante d'Auwers. Pour l'intervalle des observations  $\frac{1}{\mathcal{R}_0}$  reste constant et égal à 1,009. La variation  $\partial S_0$  de  $S_0$  est donc liée à la variation  $\partial r$  de  $r$  par la relation

$$(4) \quad \partial r = 1,009 \partial S_0.$$

C'est cette variation  $\partial r$ , constante dans la période d'observation, qui entre dans nos équations de condition et non  $\partial S_0$ .

Trépied a calculé le demi-diamètre apparent de la Lune par la formule

$$R = K \frac{\sin \pi}{f'}, \quad K = \frac{S'_0}{\sin \pi_0},$$

$\pi_0$  étant la constante de la parallaxe lunaire et  $S'_0$  la constante de Küstner et Battermann.  $K$  étant le rapport de deux constantes, nous pouvons faire dépendre sa variation uniquement de celle de  $S'_0$ , en n'affectant  $\pi_0$  d'aucune variation. La variation de  $f'$  étant négligeable, celle de  $R$  est donnée par la relation

$$\partial R = \frac{R}{S'_0} \partial S'_0 + R \cot \pi \sin 1'' \partial \pi.$$

Il est aisé de s'assurer que les coefficients de  $\partial S'_0$  et de  $\partial \pi$  sont sensiblement constants pendant la période d'obtention des clichés. Le premier de ces coefficients prend respectivement les valeurs 1,0698; 1,0687; 1,0666, pour le premier cliché, celui du milieu et le dernier. Dans les mêmes conditions, le coefficient de  $\partial \pi$  prend les valeurs 0,2768; 0,2765; 0,2759. Nous adoptons alors pour  $\partial R$  la variation constante

$$(5) \quad \partial R = 1,068 \partial S'_0 + 0,276 \partial \pi,$$

et c'est  $\partial R$  et non  $\partial S'_0$  qui entre dans nos équations de condition.

3° Le triangle sphérique, formé par le pôle et les centres apparents du Soleil et de la Lune, permet de déterminer l'angle de position de l'arc de grand cercle qui joint ces centres et la distance apparente  $\Delta$  des deux astres. L'angle de position  $P$  n'intervenant, dans la réduction de nos clichés, que pour le calcul des effets de réfraction, on peut alors rapporter cet angle soit au cercle de déclinaison du Soleil, soit au cercle de déclinaison de la Lune. C'est ce dernier cercle qu'a choisi constamment Trépied pour calculer rigoureusement les quantités  $\Delta$  et  $P$ . Nous avons choisi, au contraire, le premier cercle et déterminé les quantités

$$(6) \quad X = \frac{\text{tang } \Delta \sin P}{\sin 1'}, \quad Y = \frac{\text{tang } \Delta \cos P}{\sin 1'}$$

(qui ne sont pas autre chose que les coordonnées rectilignes de la Lune) par les formules approchées

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = (\alpha'_\zeta - \alpha'_\odot) \cos \delta - [5,67016] (\alpha'_\zeta - \alpha'_\odot) (\delta'_\zeta - \delta) \cos \delta \\ \quad \quad \quad + [8,4447] (\alpha'_\zeta - \alpha'_\odot)^3 \cos^3 \delta \\ \quad \quad \quad - [8,9275] (\alpha'_\zeta - \alpha'_\odot) (\delta'_\zeta - \delta'_\odot) (\delta'_\odot - \delta) \cos \delta, \\ Y = \delta'_\zeta - \delta'_\odot + [8,4503] (\delta'_\zeta - \delta'_\odot)^3 \\ \quad \quad \quad + (\alpha'_\zeta - \alpha'_\odot)^2 \cos^2 \delta [(5,63913) + (8,6150) (\delta'_\zeta - \delta)], \end{array} \right.$$

dans lesquelles  $\alpha'_\zeta - \alpha'_\odot$  et  $\delta'_\zeta - \delta'_\odot$  sont exprimées en minutes d'arc et  $\delta$  désigne la déclinaison apparente du Soleil pour le milieu de l'intervalle des observations. Dans chaque formule le premier terme seul est prépondérant. Les autres sont de faibles termes correctifs que l'on peut souvent négliger<sup>(1)</sup>.

4° Au moyen du Tableau des éléments ainsi calculés de 10 en 10 minutes, temps moyen de Paris, on a déduit, par interpolation, la valeur de chacun de ces éléments pour les heures, temps moyen de Paris, auxquelles ont été prises les photographies, puis les valeurs de  $\Delta$ ,  $P$  et de l'angle de position  $Q = P + 90^\circ$  de la ligne des cornes. Enfin la corde commune  $C$  a été calculée par la formule (1).

5° On calcule les effets produits par la réfraction sur les distances mesurées des cornes et sur les diamètres mesurés. La formule employée (Introduction au *Catalogue photographique de l'Observatoire d'Alger*) est la suivante :

$$(8) \quad \Delta S = S \gamma \tau_0 [K + K \tan^2 \zeta \cos^2 (q - \varpi) + \frac{\partial K}{\partial \zeta} \tan \zeta \cos^2 (q - \varpi)],$$

dans laquelle on désigne : par  $\Delta S$  la correction que doit recevoir, pour être

(1) Les formules du texte se déduisent facilement des suivantes, qui nous ont rendu de grands services en photographie astronomique. En appelant  $\alpha_0, \delta_0$  les coordonnées du centre de la plaque,  $\alpha, \delta$  celles d'un astre, et posant  $U = \alpha - \alpha_0, V = \delta - \delta_0$ , on a, pour les coordonnées rectilignes, aux termes près du quatrième ordre;

$$X = U \cos \delta_0 - (4,46373) (U \cos \delta_0) V \tan \delta_0 - (8,1493) (U \cos \delta_0)^3 \frac{1 - 3 \cos^2 \delta_0}{\cos^2 \delta_0},$$

$$Y = V + [4,16270] (U \cos \delta_0)^2 \tan \delta_0 + (8,6264) (U \cos \delta_0)^2 V (1 - \tan^2 \delta_0) + (8,4503) V.$$

affranchie de la réfraction, la distance mesurée  $S$  en tours et fractions de tour et dont l'angle de position sur la plaque est  $\varpi$ ; par  $\gamma$  le coefficient baro-thermométrique égal à 0,910 dans le cas de réduction de nos clichés; par  $\tau_0$  la valeur approximative de l'échelle dont nous parlerons plus loin; par  $\zeta$  et  $q$  la distance zénithale et l'angle parallactique vrais du centre du Soleil, donnés par des formules bien connues. Le terme en  $\frac{dK}{d\zeta}$  est négligeable dans les conditions de nos observations, et enfin  $K$  a pour valeur

$$K = (59'',225 - 0'',066 \tan^2 \zeta) \sin 1'',$$

expression dans laquelle on peut aussi négliger le second terme.

L'orientation de la plaque n'étant qu'approchée, l'angle de position  $\varpi$  sur cette plaque n'est pas connu exactement, mais l'approximation est suffisante pour déterminer les corrections dues à la réfraction. On peut employer aussi l'angle de position calculé théoriquement, car la différence, généralement petite, de ces deux angles, a atteint exceptionnellement la valeur de  $4^\circ$  au moment du maximum de variation de  $P$ . Dans ces conditions, la différence des corrections de la ligne des cornes ne dépasse pas six millièmes de seconde d'arc, comme nous avons eu le soin de nous en assurer. Ce sont les angles de position calculés qui ont été employés par Trépid.

Les plaques utilisées, de dimensions  $9 \times 12$ , n'ayant pas reçu au préalable l'impression d'un réseau, il y a lieu d'indiquer rapidement la façon dont les mesures ont été faites. Au moyen d'un intermédiaire spécial, les clichés ont été placés sur la machine n° 1 du service des mesures de l'Observatoire, machine dont l'excellente vis d'entraînement du chariot porte-plaque a servi à faire les pointés. Les fils du micromètre étant tout d'abord orientés, on fait tourner le porte-plaque jusqu'à ce que le côté du cliché correspondant à l'Ouest (possédant, par suite, au moment de la prise de la photographie, la direction nord-sud) soit dirigé parallèlement au fil double vertical du micromètre de la machine. On lit la division  $l_0$  du cercle. On tourne alors le porte-plaque jusqu'à ce que la ligne des cornes soit dirigée parallèlement au fil double horizontal du micromètre. On fait la lecture  $l$  du cercle, on amène successivement les cornes au milieu du fil double vertical, et la différence des lectures du tambour de la vis d'entraînement donne, en

tours et en fractions de tour, la valeur cherchée de la distance affectée de la réfraction. Chaque fois que cela a été possible, on a mesuré le diamètre du disque du Soleil, qui est parallèle à la ligne des cornes et correspond par suite à la lecture  $l$  du cercle, et un autre diamètre correspondant à une lecture  $l_1$ .

Cela posé, la ligne des cornes et le diamètre parallèle ayant  $\varpi'$  comme angle de position calculé et  $\varpi = 90^\circ + l - l_0$  comme angle de position affecté de l'erreur d'orientation, la correction est  $\varpi' - \varpi$ . Pour calculer les corrections de réfraction à faire subir à la ligne des cornes ou au diamètre parallèle<sup>(1)</sup>, on a utilisé l'angle de position calculé  $\varpi'$  et, pour les autres diamètres correspondant à la lecture  $l_1$ , l'angle de position

$$90^\circ = + l_1 - l_0 + \varpi' - \varpi.$$

Le nombre de pointés faits par M. Villatte a été de 700, dont 300 pour les cornes et 400 pour les diamètres mesurés, entraînant en outre 45 lectures d'angles  $l_0$ ,  $l$ ,  $l_1$ .

Les mesures des diamètres, exprimées en tours et fractions de tour de la vis, sont corrigées des effets de la réfraction au moyen de la formule (8), où l'on fait  $\tau_0 = 1$ . On fait ensuite la somme de tous les diamètres corrigés, on la multiplie par  $\tau_0$  et on l'égalé à la somme des diamètres calculés. On obtient ainsi l'équation

$$(9) \quad 1219,963\tau_0 = 1204,215,$$

d'où

$$\tau_0 = 0,98709.$$

Cette valeur de  $\tau_0$ , qui permet de transformer en minutes d'arc les mesures corrigées de la réfraction, n'est qu'approximative, et il y a lieu de lui appliquer une correction de la manière suivante. Exprimons la constante d'Auwers en minutes d'arc, ainsi que sa correction  $\delta S_0$ ; l'équation (9) s'écrit alors

$$1219,963\tau = 37,546(2S_0 + 2\delta S_0),$$

---

(1) Il eût été plus simple d'utiliser directement, comme nous l'avons déjà indiqué, les angles de position mesurés sur la plaque et affectés de l'erreur d'orientation.

et, en introduisant [formule (3)] la correction  $\partial r$  exprimée en secondes d'arc,

$$(10) \quad \tau_0 = 0,98709 + 2 \frac{37,646}{1219,963} \frac{\partial r}{60 \times 1,009} = \tau_0 + 0,00102 \partial r.$$

La correction d'échelle  $0,00102 \partial r$  est celle qu'il faudrait appliquer si, comme nous l'avons déjà indiqué, on déduisait les rayons des disques du Soleil et de la Lune des positions d'un grand nombre de points des contours. Mais avec le nombre relativement restreint des diamètres mesurés (1) il y a avantage, comme nous le verrons ultérieurement, à laisser indéterminée la correction d'échelle, de telle sorte que l'on écrit

$$(11) \quad \tau = \tau_0 + 0,00102 \partial \tau,$$

$\partial \tau$  étant indépendant de  $\partial r$ . Il y a lieu de remarquer que la valeur  $\tau$ , donnée par l'expression (11), dépend de la valeur du tour de la vis et de la valeur de l'échelle des photographies, qui est affectée par le phénomène de la diffraction.

La distance des cornes mesurée est : 1° multipliée par  $\tau_0$  et corrigée des effets de la réfraction au moyen de la formule (8); 2° multipliée par le terme correctif de la valeur de l'échelle. On fait la somme des deux quantités obtenues et l'on a définitivement la distance observée  $C_0$  de la ligne des cornes.

6° Les équations de condition s'obtiennent en formant la différence  $C_0 - C$  entre les distances des cornes, observée et calculée, et en l'égalant à la variation de  $C$ , exprimée au moyen des variations  $\partial R$ ,  $\partial r$ ,  $\partial(\alpha'_C - \alpha'_O)$ ,  $\partial(\delta'_C - \delta'_O)$ .

En d'autres termes,

$$C_0 - C = \frac{\partial C}{\partial R} \partial R + \frac{\partial C}{\partial r} \partial r + \frac{\partial C}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial x} \partial(\alpha'_C - \alpha'_O) + \frac{\partial C}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \delta} \partial(\delta'_C - \delta'_O).$$

Les dérivées partielles, qui se déduisent facilement de l'expression (1)

---

(1) Sur quinze clichés, on a mesuré deux diamètres et sur onze autres un seul diamètre. Pour quatre clichés, il n'a pas été possible de faire des mesures de diamètres; on a alors adopté, pour avoir la distance des cornes, la valeur moyenne  $\tau_0$  de l'échelle.



mise sous la seconde forme, ont pour valeurs

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial R} &= \frac{2R}{C} \left( 1 - \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2} \right), & \frac{\partial C}{\partial r} &= \frac{2r}{C} \left( 1 + \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2} \right), \\ \frac{\partial C}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} &= - \left[ 1 - \frac{(R^2 - r^2)^2}{\Delta^4} \right] \frac{\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot}}{C} \cos^2 \delta, \\ \frac{\partial C}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \delta} &= - \left[ 1 - \frac{(R^2 - r^2)^2}{\Delta^4} \right] \frac{\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot}}{C}.\end{aligned}$$

Pour calculer la variation de  $\Delta$ , on a pris la formule approchée

$$\Delta^2 = (\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot}) \cos^2 \delta'_{\odot} + (\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot})^2,$$

dans laquelle on a même remplacé  $\cos^2 \delta'_{\odot}$  par  $\cos^2 \delta$ ,  $\delta$  désignant la déclinaison apparente du Soleil pour le milieu de l'intervalle d'observation. Comme l'on ne conserve que trois décimales pour les coefficients des équations de condition, les coefficients de  $\partial(\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot})$  ne peuvent pas être affectés par cette simplification.

Nous attribuons à la Lune seule les corrections  $\partial(\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot})$ ,  $\partial(\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot})$ ; elles peuvent donc s'exprimer en fonction de  $\partial\pi$  et des corrections  $\partial\alpha_{\zeta}$ ,  $\partial\delta_{\zeta}$  des coordonnées vraies, par les formules (3) :

$$\begin{aligned}\partial(\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot}) &= \partial\alpha_{\zeta} [1 + \rho \cos \varphi' \sin \pi \sec \delta_{\zeta} \cos(\iota - \alpha_{\zeta})] + \tan(\alpha'_{\zeta} - \alpha_{\zeta}) \cot \pi \partial\pi, \\ \partial(\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot}) &= \partial\delta_{\zeta} [1 + \rho \sin \varphi' \sin \pi \cos \sec \gamma \cos(\delta_{\zeta} - \gamma)] + \tan(\delta'_{\zeta} - \delta_{\zeta}) \cot \pi \partial\pi.\end{aligned}$$

Les corrections  $\partial\alpha_{\zeta}$ ,  $\partial\delta_{\zeta}$  et  $\partial\pi$  sont considérées comme constantes pendant l'intervalle d'observation. Mais il n'en est pas de même pour  $\partial(\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot})$ ,  $\partial(\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot})$ , par suite de la présence dans les formules précédentes de coefficients variables pour  $\partial\pi$ . Les termes indépendants de  $\partial\pi$  peuvent, au contraire, être considérés comme constants, car, dans l'intervalle d'observation, ils diffèrent excessivement peu de  $1,012 \partial\alpha_{\zeta}$ ,  $1,015 \partial\delta_{\zeta}$ , de telle sorte que, dans les équations de condition, nous remplaçons  $\partial(\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot})$ ,  $\partial(\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot})$  respectivement par

$$\begin{aligned}\partial\alpha_1 + \tan(\alpha'_{\odot} - \alpha_{\zeta}) \cot \pi \partial\pi, \\ \partial\delta_1 + \tan(\delta'_{\odot} - \delta_{\zeta}) \cot \pi \partial\pi,\end{aligned}$$



$\partial\alpha_1, \partial\delta_1$ , n'étant pas autre chose que les corrections des coordonnées apparentes de la Lune, lorsqu'on néglige, comme faisait Trépiéd, la variation  $\partial\pi$ . Les équations de condition prennent donc la forme

$$C_0 - C = \frac{\partial C}{\partial R} \partial R + \frac{\partial C}{\partial r} \partial r + \frac{\partial C}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \partial \alpha_1 + \frac{\partial C}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \delta} \partial \delta_1 + A \cot \pi \partial \pi,$$

en posant

$$A = \frac{\partial C}{\partial \Delta} \left[ \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \operatorname{tang}(\alpha'_\zeta - \alpha_\zeta) + \frac{\partial \Delta}{\partial \delta} \operatorname{tang}(\delta'_\zeta - \delta_\zeta) \right].$$

## II. — TABLEAUX NUMÉRIQUES.

Les éléments calculés, les résultats des mesures de la corde commune et des diamètres, les corrections de réfraction, les coefficients des équations de condition se trouvent inscrits aux Tableaux suivants :

TABLEAU I.

$T_m$ .	$\alpha_\odot$ .	$\delta_\odot$ .	$\alpha_\zeta$ .	$\delta_\zeta$ .	X.	Y.
h m						
0. 0	158.10'.22",5	+9. 9'.41",4	157.37'.14",7	+9.54'.39",9	-33,5979	+17,6857
0.10	10.45,3	32,5	43.11,2	52.57,0	30,1647	16,0714
0.20	11.08,0	23,5	49.07,7	51.13,9	26,7231	14,4411
0.30	11.30,8	14,6	157.55.04,1	49.30,7	23,2718	12,7954
0.40	11.53,6	9. 5,7	158. 1. 0,6	47.47,4	19,8070	11,1354
0.50	12.16,4	8.56,7	6.57,0	46. 4,0	16,3259	9,4600
1.00	12.39,1	47,8	12.53,4	44.20,5	12,8232	7,7701
1.10	13.01,9	38,8	18.49,8	42.36,8	9,2965	6,0659
1.20	13.24,7	29,9	24.46,2	43.53,1	5,7420	4,3478
1.30	13.47,4	21,0	30.42,5	39.09,2	- 2,1559	2,6161
1.40	14.10,2	12,0	36.38,8	37.25,2	+ 1,4654	+ 0,8711
1.50	14.33,0	8. 3,1	42.35,1	34.41,1	5,1252	- 0,8867
2. 0	14.55,7	7.54,1	48.31,4	33.56,9	8,8265	2,6572
2.10	15.18,5	45,2	158.54.27,6	32.12,6	12,5729	4,4395
2.20	15.41,3	36,2	159. 0.23,9	30.28,2	16,3676	6,2333
2.30	16.04,1	27,3	6.20,1	28.43,6	20,2136	8,0381
2.40	16.26,8	18,4	12.16,3	26.59,0	24,1139	9,8535
2.50	16.49,6	7. 9,4	18.12,4	25.14,2	28,0716	11,6792
3. 0	158.17.12,4	+9. 7. 0,5	159.24. 8,6	+9.23.29,3	+32,0890	-13,5138

Dans le Tableau I, les  $\alpha_\zeta, \delta_\zeta$  ont été calculés en tenant compte des cor-

VIII.

C.4

rections de Newcomb. X, Y sont les coordonnées rectilignes apparentes de la Lune.

TABLEAU II.

Clichés.	T <sub>m</sub> .	R.	r.	Δ.	C.	C <sub>m</sub> .	D <sub>1</sub> .	D <sub>2</sub> .
1...	0. 21 <sup>h</sup> 494 <sup>m</sup>	997",74	950",68	1788",32	773",22	13,1711	32,0154	32,1245
2...	25,998	73	69	1685,20	977,60	16,6655	0475	0997
3...	31,385	72	69	1561,60	1164,67	19,7733	0735	0314
4...	36,205	70	69	1450,76	1299,89	22,0398	0893	1045
5...	42,106	66	69	1314,75	1436,96	24,3315	0445	0313
6...	49,770	61	69	1137,45	1580,45	26,7162	1297	0738
7...	0.55,654	56	69	1000,81	1669,71	28,2653	"	"
8...	1. 2,136	49	69	849,81	1750,41	29,6023	0575	0481
9...	9,067	41	69	687,85	1818,41	30,7209	0817	"
10...	14,437	33	69	562,17	1858,71	31,3679	0717	"
11...	18,875	27	69	458,39	1883,46	31,7707	1461	"
12...	21,717	23	69	392,14	1894,56	31,9313	1229	"
13...	24,611	18	69	325,10	1900,82	32,0682	2521	"
14...	26,955	14	69	271,41	1900,39	32,0570	1607	"
15...	32,273	04	70	155,48	1853,25	31,1803	"	"
16...	34,718	997,00	70	111,02	1767,33	29,6813	"	"
17...	38,907	996,92	70	90,38	1671,85	28,7074	"	"
18...	41,101	88	70	119,15	1791,99	30,4996	"	"
19...	48,115	73	70	268,01	1900,24	32,0692	"	"
20...	50,460	67	70	322,94	1900,85	32,0253	1295	"
21...	1.54,998	57	70	431,46	1888,11	31,8220	1665	"
22...	2. 3,209	37	70	631,83	1836,89	30,9369	1101	"
23...	10,391	18	70	809,75	1767,70	29,8215	1103	"
24...	14,829	996,06	70	920,69	1713,21	28,8122	0819	0877
25...	22,857	995,83	70	1123,15	1588,54	26,6626	0753	0475
26...	29,474	63	70	1291,70	1455,06	24,4419	0472	0489
27...	36,105	43	71	1462,13	1283,77	21,4927	0754	0589
28...	41,374	26	71	1598,63	1109,15	18,5553	0117	0258
29...	45,398	12	71	1703,53	940,02	15,6655	"	"
30...	2.49,022	994,97	950,71	1798,49	742,13	12,2370	2014	1531
30...	"	"	"	"	"	"	32,1629	32,0998

Dans ce Tableau, comme dans le précédent, les heures sont exprimées en temps moyen de Paris. Elles indiquent, dans la deuxième colonne, les instants où les photographies ont été prises. Dans la colonne C<sub>m</sub>, sont inscrits les résultats des mesures de la corde commune, exprimées en tours et fractions de tour, mais non corrigées des effets de réfraction. Les colonnes D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> donnent les mesures analogues pour les diamètres. Les

mesures des diamètres, sur les clichés 7 et 29, ont été écartées parce que les bords du disque du Soleil n'y étaient pas assez nets. Enfin, pour le cliché n° 30, les diamètres  $D_1$  et  $D_2$  ont été mesurés deux fois.

TABLEAU III.

Clichés.	$l_0$ .	$l$ .	$l_1$ .	$D'_1$ .	$D'_2$ .	$C_0$ .
1...	353. 3'	291. 16'	336. 16'	32,0259	32,1334	780",32 + 0,806 $\delta\tau$
2...	352.58	291.40	336.40	0581	1086	987,35 1,019
3...	56	291.40	246.40	0843	0404	1171,48 210
4...	57	292. 7	322. 7	1002	1142	1303,76 348
5...	353. 5	292.22	322.22	0554	0412	1441,15 488
6...	352.50	293.00	323. 0	1409	0839	1582,83 634
7...	353. 3	293.28	308.28	"	"	1674,68 729
8...	352.48	293.55	308.55	0689	0592	1753,84 811
9...	50	295.18	"	0934	"	1820,12 879
10...	50	297.19	"	0835	"	1858,46 919
11...	57	299.45	"	1580	"	1882,34 943
12...	50	301.14	"	1350	"	1891,86 953
13...	40	303.47	"	2271	"	1899,97 962
14...	50	306.59	"	1729	"	1899,31 961
15...	45	323.55	"	"	"	1847,35 907
16...	52	341.10	"	"	"	1758,48 816
17...	48	42.12	"	"	"	1700,66 756
18...	48	65.18	"	"	"	1806,90 866
19...	48	89.11	"	"	"	1900,02 962
20...	53	93. 5	"	1418	"	1897,44 959
21...	37	96.52	"	1792	"	1885,42 946
22...	50	100.47	"	1234	"	1833,01 892
23...	52	101.56	"	1240	"	1766,96 824
24...	52	103. 2	88. 2	0959	1002	1707,16 762
25...	47	102.57	72.57	0898	0585	1579,82 631
26...	44	104.23	74.23	0622	0600	1448,26 495
27...	51	104.44	74.44	0909	0702	1273,53 315
28...	50	104.52	59.52	0276	0353	1099,49 1,135
29...	47	104.20	59.20	"	"	928,26 0,958
30...	43	105. 8	60. 8	2181	1626	725,11 + 0,748 $\delta\tau$
30...	352.43	105. 8	60. 8	32,1795	32,1094	"

Dans le Tableau III, sont inscrites : les mesures d'angles  $l_0$ ,  $l$ ,  $l_1$  sur les plaques ; les mesures  $D'_1$ ,  $D'_2$  des diamètres, corrigées des effets de réfraction ; les mesures de la corde commune  $C_0$ , corrigées des effets de réfraction, affectées de la correction d'échelle et exprimées en secondes d'arc. La valeur

approximative d'échelle s'obtient, comme nous l'avons déjà indiqué, en formant la somme des diamètres  $D'_1$ ,  $D'_2$ , multipliés par  $\tau_0$ , et en l'égalant à la somme correspondante des diamètres calculés, qui se déduisent de la colonne  $r$  du Tableau II.

TABLEAU IV. — *Équations de condition.*

	$C_0 - C.$		$X_1 \partial R.$	$X_2 \partial r.$	$X_3 \partial \alpha.$	$X_4 \partial \delta.$	$X_5 \partial \pi.$	Résidus.
1...	+ 7,10 + 0,806 $\partial \tau$		+ 2,507	+ 2,530	+2,008	-1,099	+0,323	-3,50
2...	+ 9,75	1,019	+ 1,975	+ 2,008	+1,493	-0,824	+0,220	+1,97
3...	+ 6,81	210	+ 1,649	+ 1,694	+1,158	-0,646	+0,153	+0,91
4...	+ 3,87	348	+ 1,468	+ 1,526	+0,961	-0,542	+0,114	-0,92
5...	+ 4,19	488	+ 1,315	+ 1,393	+0,785	-0,449	+0,081	+0,41
6...	+ 2,38	634	+ 1,173	+ 1,288	+0,612	-0,359	+0,052	-0,39
7...	+ 4,97	729	+ 1,086	+ 1,243	+0,505	-0,303	+0,036	+2,84
8...	+ 3,43	811	+ 0,996	+ 1,223	+0,402	-0,250	+0,024	+1,94
9...	+ 1,71	879	+ 0,886	+ 1,247	+0,302	-0,198	+0,016	+0,86
10...	- 0,25	919	+ 0,765	+ 1,317	+0,226	-0,157	+0,013	-0,58
11...	- 1,12	943	+ 0,602	+ 1,445	+0,157	-0,118	+0,011	-0,95
12...	- 2,71	953	+ 0,432	+ 1,595	+0,105	-0,084	+0,009	-2,14
13...	- 0,86	962	+ 0,150	+ 1,857	+0,034	-0,030	+0,004	+0,29
14...	- 1,08	961	- 0,239	+ 2,229	-0,052	+0,050	-0,007	+0,77
15...	- 5,90	907	- 2,942	+ 4,858	-0,553	+0,929	-0,257	-0,01
16...	- 8,85	816	- 7,127	+ 8,948	-0,796	+3,200	-1,243	-1,06
17...	+28,81	756	-11,950	+13,671	+4,557	+4,593	-3,750	+0,06
18...	+14,91	866	- 5,936	+ 7,783	+2,415	+0,889	-1,274	+0,24
19...	- 0,21	962	- 0,260	+ 2,249	+0,077	-0,010	-0,024	+0,78
20...	- 3,41	959	+ 0,148	+ 1,859	-0,043	+0,008	+0,013	-1,85
21...	- 2,69	946	+ 0,549	+ 1,490	-0,168	+0,043	+0,046	-0,33
22...	- 3,88	892	+ 0,843	+ 1,266	-0,307	+0,100	+0,081	-0,65
23...	- 0,75	824	+ 0,975	+ 1,221	-0,418	+0,150	+0,112	+3,24
24...	- 6,05	762	+ 1,042	+ 1,226	-0,492	+0,184	+0,135	-1,54
25...	- 8,72	631	+ 1,166	+ 1,280	-0,648	+0,254	+0,186	-3,07
26...	- 6,80	495	+ 1,297	+ 1,375	-0,812	+0,327	+0,243	+0,09
27...	-10,24	315	+ 1,488	+ 1,541	-1,040	+0,427	+0,324	-1,62
28...	- 9,66	1,135	+ 1,734	+ 1,773	-1,315	+0,547	+0,424	+1,08
29...	-11,76	0,958	+ 2,054	+ 2,083	-1,651	+0,692	+0,546	+1,60
30...	-17,02 + 0,748 $\partial \tau$		+ 2,610	+ 2,630	-2,207	+0,931	+0,745	+0,70

## III. DISCUSSION DES OBSERVATIONS.

Il y a lieu de considérer les trois cas suivants :

1° Comme cela a déjà été indiqué on écrit  $\partial \tau = \partial r$ .

2° On laisse l'inconnue  $\partial\tau$  indépendante de  $\partial r$  et on la détermine par les équations de condition. C'est le seul cas envisagé par Trépiéd.

3° On considère  $\partial\tau$  comme ne pouvant pas être obtenue d'une manière satisfaisante par les équations de condition et on laisse cette inconnue complètement indéterminée. A ce dernier cas se rattachent ceux où, indépendamment de  $\partial\pi$  et de  $\partial\tau$ , on laisse encore d'autres inconnues indéterminées.

*Première hypothèse.* — Faisons  $\partial\tau = \partial r$ ; négligeons  $\partial\pi$ . Nous obtenons le système normal suivant :

$$\begin{aligned} & 282,255 \partial R - 226,796 \partial r - 62,977 \partial \alpha_1 - 87,350 \partial \delta_1 = - 413,507 \\ & - 226,796 \partial R + 249,440 \partial r + 59,769 \partial \alpha_1 + 85,790 \partial \delta_1 = + 329,403 \\ & - 62,977 \partial R + 59,769 \partial r + 49,686 \partial \alpha_1 + 9,376 \partial \delta_1 = + 323,279 \\ & - 87,350 \partial R + 87,790 \partial r + 9,376 \partial \alpha_1 + 38,227 \partial \delta_1 = + 44,563 \end{aligned}$$

qui donne pour les inconnues

$$\partial R = - 0'',75, \quad \partial r = - 0'',93, \quad \partial \alpha_1 = + 6'',69, \quad \partial \delta_1 = - 0'',11.$$

Nous donnons ces corrections comme une simple indication. Elles sont un peu différentes de celles qu'on obtient en laissant  $\partial\tau$  indépendant et ne permettent pas de représenter aussi bien les observations d'Alger.

*Deuxième hypothèse.* —  $\partial\tau$  est indépendant de  $\partial r$ ; les équations normales sont les suivantes :

$$(12) \left\{ \begin{aligned} & 282,255 \partial R - 239,134 \partial r - 62,977 \partial \alpha_1 - 87,350 \partial \delta_1 + 12,337 \partial \tau = - 413,507 - 69,402 \partial \pi, \\ & - 239,134 \partial R + 425,382 \partial r + 70,026 \partial \alpha_1 + 100,912 \partial \delta_1 - 129,465 \partial \tau = 321,498 + 65,184 \partial \pi, \\ & - 62,977 \partial R + 70,026 \partial r + 49,686 \partial \alpha_1 + 9,376 \partial \delta_1 - 10,257 \partial \tau = 323,279 + 21,541 \partial \pi, \\ & - 87,350 \partial R + 100,912 \partial r + 9,376 \partial \alpha_1 + 38,227 \partial \delta_1 - 15,122 \partial \tau = 44,563 + 21,770 \partial \pi, \\ & + 12,337 \partial R - 129,465 \partial r - 10,257 \partial \alpha_1 - 15,122 \partial \delta_1 + 82,995 \partial \tau = 8,093 - 7,170 \partial \pi. \end{aligned} \right.$$

Résolues, elles donnent

$$(13) \left\{ \begin{aligned} & \partial R = - 0'',335 - 0,112 \partial \pi, & \partial r = - 0'',774 - 0,150 \partial \pi, \\ & \partial \alpha_1 = + 7'',028 + 0,366 \partial \pi, & \partial \delta_1 = + 0'',694 + 0,558 \partial \pi, \\ & \partial \tau = - 0,064 - 0,156 \partial \pi, \end{aligned} \right.$$

C.30

J. RENAUX.

et, pour les corrections des coordonnées vraies de la Lune,

$$\partial\alpha_{\zeta} = +6'',944 + 0,361 \partial\pi,$$

$$\partial\delta_{\zeta} = +0'',683 + 0,550 \partial\pi.$$

En négligeant  $\partial\pi$ , nous avons formé les résidus inscrits à la colonne *Résidus* du Tableau IV.

Il en résulte pour l'erreur moyenne  $\varepsilon$ , d'une observation

$$\varepsilon_1 = \pm 1'',70,$$

et pour l'erreur moyenne des inconnues

$$\varepsilon \partial R = \pm 0'',28, \quad \varepsilon \partial r = \pm 0'',34,$$

$$\varepsilon \partial\alpha_1 = \pm 0'',48, \quad \varepsilon \partial\delta_1 = \pm 1'',05,$$

$$\varepsilon \partial\tau = \pm 0,44.$$

Les erreurs moyennes de  $\partial R$  et  $\partial r$  sont du même ordre.

Avec les corrections trouvées il est facile de déterminer celles qu'il faut faire subir aux valeurs de la distance des centres  $\Delta$  et de la corde commune  $C$ , et de construire des courbes, comme l'a fait Trépied, en prenant le temps pour abscisse et  $\Delta$  et  $C$  comme ordonnées. Nous pensons qu'il est inutile de reproduire ces courbes. Celle donnée par  $\Delta$  ne présente aucune particularité. Quant à l'ordonnée  $C$ , nulle au moment du premier contact, elle est d'abord croissante, passe par un maximum, décroît ensuite, passe par un minimum, croît à nouveau jusqu'à un second maximum dont la valeur est presque identique à celle du premier, et décroît enfin jusqu'à s'annuler au moment du second contact. Ces résultats pouvaient être prévus de différentes manières, en particulier par la considération de la dérivée  $\frac{dC}{dt}$ , donnée par l'expression

$$C \frac{dC}{dt} = \left(1 - \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2}\right) \left[2R \frac{dR}{dt} - \Delta \left(1 + \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2}\right) \frac{d\Delta}{dt}\right] + 2r \frac{dr}{dt} \left(1 + \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2}\right),$$

dans laquelle on peut négliger le terme  $\frac{dr}{dt}$  par suite de son extrême petitesse. La dérivée s'annule alors pour

$$1 - \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2} = 0, \quad 2R \frac{dR}{dt} - \Delta \left(1 + \frac{R^2 - r^2}{\Delta^2}\right) \frac{d\Delta}{dt} = 0.$$

La première condition, à laquelle correspond la valeur  $C = 2r$ , a été satisfaite deux fois à Alger, le 30 août 1905, car la quantité  $\Delta^2$  est devenue inférieure à  $R^2 - r^2$ . Les valeurs du temps, pour lesquelles les deux maxima ont eu lieu, s'obtiennent facilement par interpolation en cherchant les instants où  $\Delta^2 = R^2 - r^2$ . Le minimum a eu lieu lorsque la seconde condition a été satisfaite, ou bien, en négligeant  $\frac{dR}{dt}$ , lorsque

$$\frac{d\Delta}{dt} = 0.$$

Pratiquement, le minimum de  $\Delta$  et celui de  $C$  ont eu lieu au même moment à  $1^h 37^m 25^s, 0$ , temps moyen de Paris. Le premier maximum a eu lieu entre  $1^h 25^m, 3$  et  $1^h 25^m, 4$ , temps moyen de Paris, et le deuxième dans le voisinage de  $1^h 50^m$ .

Il était surtout intéressant de comparer les instants des contacts calculés et des contacts observés. Avec les éléments corrigés, nous avons calculé la quantité  $R + r - \Delta$ , premièrement pour  $0^h 13^m$ ,  $0^h 14^m$ ,  $0^h 15$ , deuxièmement pour  $2^h 53^m$ ,  $2^h 54^m$ ,  $2^h 55^m$ , temps moyen de Paris, et cherché, par interpolation, les instants où elle s'annulait. Les résultats sont les suivants :

	Observateur.	Observation.	Calcul.	O - C.
Premier contact . . . . .	Gaultier	$0^h 14^m 18^s, 6$	$0^h 14^m 16^s, 7$	$+1^s, 9,$
Deuxième contact . . . . .	Villatte	$2^h 54^m 20^s, 6$	$2^h 54^m 20^s, 2$	$+0^s, 4.$

Les observations d'Alger sont bien représentées lorsqu'on applique les corrections indiquées plus haut. Comme elles ont été faites dans un intervalle de temps presque identique à celui des observations de Guelma, Trépied espérait que ces dernières seraient, elles aussi, parfaitement représentées, malgré la nécessité d'obliger les corrections toutes utilisées à satisfaire à des conditions nouvelles. Nous allons voir qu'il n'en est point ainsi.

En appliquant les corrections, nous avons cherché les heures, temps moyen de Paris, des contacts à Guelma. Le Tableau suivant contient tous les éléments nécessaires :

Longitude Est de Guelma . . . . .	$0^h 20^m 23^s, 3.$
Latitude Nord . . . . .	$36^\circ 27' 57''.$

## C.32

J. RENAUX.

Temps moyen de Paris.	$\delta'_{\zeta} - \alpha'_{\odot}$ .	$\alpha'_{\zeta} - \delta'_{\odot}$ .	$\delta'_{\odot}$ .	$\Delta$ .	R.	r.
h m						
0.23	-29'.42",71	+14'. 9",89	+9.9'.16",9	1953",90	997",28	949,91
0.24	-29.21,61	+13.59,91	9.16,0	1930,81	997,28	
0.25	-29. 0,21	+13.49,91	9.15,1	1907,45	997,27	
1.43,0	- 43,90	+ 22,99	+9.8. 5,2	49,06	996,03	949,92
1.43,5	- 32,64	+ 17,66	8. 4,8	36,71	996,02	
1.44,0	- 21,28	+ 12,32	8. 4,3	24,36	996,00	
1.46,0	+ 24,05	- 9,05	+9.8. 2,5	25,41	995,95	949,92
1.46,5	+ 35,40	- 14,40	8. 2,1	38,80	995,94	
1.47,0	+ 46,76	- 19,74	8. 1,6	50,21	995,93	
2.59	+29.26,77	-13.27,65	+9.6.57,0	1922,84	993,56	949,94
3. 0	+29.51,99	-13.38,82	6.56,1	1950,14	993,52	
3. 1	+30.17,25	-13.49,97	6.55,2	1977,47	993,48	

Les contacts s'obtiennent aux instants où les quantités  $R + r - \Delta$ ,  $R - r - \Delta$  s'annulent. On trouve les résultats suivants pour la comparaison entre les contacts observés et calculés :

	Observateur.	Observation.	Calcul après corrections.	Calcul avant corrections.	O - C <sub>1</sub> .	O - C <sub>2</sub> .
Premier contact....	{ Borrelly } { Stéphan }	<sup>h m s</sup> 0.23.16,8	<sup>h m s</sup> 0.23.17,5	<sup>h m s</sup> 0.23.29,7	<sup>s</sup> - 0,7	<sup>s</sup> -12,9
Deuxième contact...	{ Borrelly } { Stéphan }	1.43. 7,2	1.43. 6,9	1.43.22,7	+ 0,3	-15,5
Troisième contact...	{ Borrelly } { Stéphan }	1.46.41,2 1.46.38,2	1.46.50,0	1.47. 2,7	{ - 8,8 -11,8	{ -21,5 -24,5
Quatrième contact..	{ Borrelly } { Stéphan } { Sy }	2.59.37,6 2.59.36,6 2.59.38,9				

Avec les corrections calculées précédemment, les observations sont mieux représentées, ce qui était évident *a priori*, qu'avec les éléments non corrigés déduits de la *Connaissance des Temps*. Mais, si l'accord est très satisfaisant pour les deux premiers contacts, il n'en est pas de même pour les deux derniers. On ne peut admettre les différences constatées, d'autant plus qu'il existe un accord digne de remarque entre les observations des différentes missions (1).

Nous sommes obligés de conclure que les équations de condition, telles

(1) LEBEUF et CHOFARDET, *Comptes rendus*, 19 août 1907.



que Trépied les a résolues, ne peuvent servir à déterminer, d'une façon satisfaisante, toutes les corrections  $\partial R$ ,  $\partial r$ ,  $\partial \alpha_1$ ,  $\partial \delta_1$ ,  $\partial \tau$ , de manière à représenter non seulement les observations d'Alger, mais encore celles de Guelma.

Il eût été désirable, comme résultat pratique, de déterminer surtout les corrections  $\partial \alpha_1$ ,  $\partial \delta_1$  à faire subir aux coordonnées de la Lune. Il n'en peut être ainsi, et l'examen des coefficients de  $\partial \delta_1$ , dans les équations de condition montre *a priori* que cette quantité est mal déterminée.

*Troisième hypothèse.* — Il y avait donc lieu (ce qui est conforme aux résultats d'autres observateurs) de laisser, indépendamment de  $\partial \pi$ , une ou deux inconnues indéterminées, et en particulier  $\partial \tau$ . J'ajoute qu'une seule indéterminée  $\partial \tau$  ne peut suffire encore pour représenter les observations de Guelma. J'ai eu le soin de m'en assurer. L'inconnue  $\partial \delta_1$ , ayant l'erreur moyenne la plus considérable, nous avons laissé indéterminées  $\partial \delta_1$  et la correction de la valeur de l'échelle  $\partial \tau$ . Il suffit alors d'éliminer les deux dernières équations normales du système (12) et, en posant

$$(15) \quad \begin{cases} \partial R = -0'',335 + (\partial R), & \partial r = -0'',774 + (\partial r), \\ \partial \alpha_1 = +7'',028 + (\partial \alpha_1), & \partial \delta_1 = +0'',694 + (\partial \delta_1), \\ & \partial \tau = -0,064 + (\partial \tau), \end{cases}$$

de résoudre les trois premières, qui donnent

$$(16) \quad \begin{cases} (\partial R) = +0,402 (\partial \tau) + 0,254 (\partial \delta_1) - 0,196 \partial \pi, \\ (\partial r) = +0,537 (\partial \tau) - 0,143 (\partial \delta_1) + 0,016 \partial \pi, \\ (\partial \alpha_1) = -0,041 (\partial \tau) + 0,295 (\partial \delta_1) + 0,163 \partial \pi. \end{cases}$$

Nous utiliserons un peu plus loin les relations (16).

Il est nécessaire de faire la remarque importante que, si les équations (16) donnent, d'après nous, la meilleure utilisation des mesures de la corde commune sur les clichés pris à Alger, elles sont néanmoins sous une forme analytique peu convenable. Effectivement, elles sont exprimées en fonction de  $\partial \tau$  et ne peuvent être combinées avec des équations analogues résultant d'observations faites en des lieux différents. Mais il suffit de changer de variable indépendante et d'exprimer  $(\partial \tau)$  en fonction de  $(\partial r)$  et de  $(\partial \pi)$ , en d'autres termes d'éliminer  $(\partial \tau)$  entre les équations (16). En introduisant

les corrections  $\partial\alpha_{\zeta}$  et  $\partial\delta_{\zeta}$  des coordonnées de la Lune, qui se déduisent des formules

$$\begin{aligned}\partial\alpha_1 &= \partial\alpha_{\zeta} [1 + \rho \cos\varphi' \sin\pi \sec\delta_{\zeta} \cos(t - \alpha_{\zeta})] = 1,012 \partial\alpha_{\zeta}, \\ \partial\delta_1 &= \partial\delta_{\zeta} [1 + \rho \sin\varphi' \sin\pi \cos\sec\gamma \cos(\delta_{\zeta} - \gamma)] = 1,015 \partial\delta_{\zeta},\end{aligned}$$

nous trouvons

$$(17) \quad \begin{cases} \partial\alpha_{\zeta} = +6'',696 - 0,075 \partial r + 0,285 \partial\delta_{\zeta} + 0,162 \partial\pi, \\ \partial R = -0'',006 + 0,749 \partial r + 0,366 \partial\delta_{\zeta} - 0,162 \partial\pi. \end{cases}$$

Tels sont les résultats définitifs que nous adoptons et qui *reposent sur les mesures seules des clichés, faites à Alger.*

Mais il est légitime de rechercher, comme nous l'avons déjà fait précédemment, si les expressions (17), ou bien les expressions équivalentes (15) et (16), peuvent être utilisées de façon à bien représenter les observations faites à Guelma. Avec les éléments (16) et en négligeant  $\partial\pi$ , nous avons d'abord corrigé les valeurs  $R$ ,  $r$ ,  $\Delta$ , en appliquant à cette dernière quantité la correction

$$\partial\Delta = \frac{\alpha'_{\zeta} - \alpha'_{\odot}}{\Delta} \cos^2\delta'_{\odot} (\partial\alpha_1) + \frac{\delta'_{\zeta} - \delta'_{\odot}}{\Delta} (\partial\delta_1),$$

où  $\cos^2\delta'_{\odot}$  est pris avec une valeur moyenne. Ensuite nous avons adopté : pour les trois premiers contacts, les moyennes des observations de Stéphan et Borrelly; pour le quatrième contact, la moyenne des observations de Stéphan, Borrelly et Sy. En écrivant que la quantité  $R + r - \Delta$ , ou bien  $R - r - \Delta$ , est nulle pour les temps ainsi calculés, on obtient les quatre équations de condition

$$(18) \quad \begin{cases} 0,903 (\partial\tau) - 0,062 (\partial\delta_1) = +0'',269, \\ 0,170 (\partial\tau) - 0,183 (\partial\delta_1) = +0'',004, \\ 0,098 (\partial\tau) - 0,515 (\partial\delta_1) = +3'',307, \\ 0,976 (\partial\tau) + 0,267 (\partial\delta_1) = -3'',484, \end{cases}$$

qui conduisent aux équations normales

$$(19) \quad \begin{cases} 1,831 (\partial\tau) + 0,123 (\partial\delta_1) = -2'',833, \\ 0,123 (\partial\tau) + 0,374 (\partial\delta_1) = -2'',651 \end{cases}$$

et donnent

$$(\partial\tau) = -1,095, \quad (\partial\delta_1) = -6'',732,$$

puis

$$\begin{aligned} \partial R &= -2'',385, & \partial r &= -0'',399, & \partial\alpha_1 &= +5'',087, & \partial\delta_1 &= -6'',038, \\ \partial\alpha_{\zeta} &= +5'',027, & \partial\delta_{\zeta} &= -5'',949, & \partial\tau &= -1,159. \end{aligned}$$

L'erreur moyenne  $\varepsilon$ , d'une observation est (1)

$$\varepsilon_1 = \pm 1'',$$

et l'erreur moyenne des inconnues  $(\partial\tau)$ ,  $(\partial\delta_1)$ ,

$$\varepsilon(\partial\tau) = \pm 0,6, \quad \varepsilon(\partial\delta_1) = \pm 1'',7.$$

Il y avait lieu de rechercher, avec ces nouvelles corrections, les instants des contacts et de comparer à la moyenne des observateurs. Les résultats sont inscrits au Tableau suivant (2) :

Contact.	Observation.	Calcul.	O - C.
	h m s	h m s	s
I.....	0.23.16,8	0.23.19,0	-2,2
II.....	1.43. 7,2	1.49. 9,7	-2,5
III.....	1.46.39,7	1.46.39,4	+0,5
IV.....	2.59.37,7	2.59.39,0	-1,3

(1) Ces erreurs moyennes, qui se déduisent des quatre équations de condition en  $(\partial\tau)$  et  $(\partial\delta_1)$ , ne sont données que comme indication. Il y aurait évidemment lieu d'utiliser les observations de contacts d'autres missions.

(2) Pour le milieu de l'intervalle de temps compris entre les observations des premier et dernier contacts par MM. Lebeuf et Chofardet à Cistierna, nous avons calculé avec nos corrections  $\partial\alpha_{\zeta}$ ,  $\partial\delta_{\zeta}$  celles qu'il faut faire subir aux coordonnées écliptiques. Nous avons trouvé

$$\partial\lambda_{\zeta} = +6'',80, \quad \partial\beta_{\zeta} = -3'',69.$$

En remplaçant dans les équations de contact, données aux *Comptes rendus* par MM. Lebeuf et Chofardet,  $\partial r$  et  $\partial\beta_{\zeta}$  respectivement par nos valeurs  $-0'',40$  et  $-3'',69$ , nous trouvons

Lebeuf.	Chofardet.	Moyenne.
$\partial R = -1'',41$	$-3'',06$	$-2'',24$
$\partial\lambda_{\zeta} = +7'',05$	$+6'',31$	$+6'',68$

Les moyennes s'accordent bien avec nos valeurs :  $\partial R = -2'',39$ ,  $\partial\lambda_{\zeta} = +6'',80$ .

Il existe une certaine part d'arbitraire dans le choix des inconnues indéterminées. On peut alors se demander s'il n'y aurait pas avantage à laisser d'autres inconnues indéterminées; par exemple  $\partial R$  et  $\partial \delta$ , ou bien  $\partial r$  et  $\partial \delta$ . Nous avons fait les calculs en opérant ainsi.

Les corrections sont de même ordre que celles trouvées précédemment, mais les observations de Guelma sont moins bien représentées, surtout avec le choix des indéterminées  $\partial R$  et  $\partial \delta$ .

#### IV. — RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Nous avons vu qu'il n'est pas possible de déduire d'une manière satisfaisante les valeurs de toutes les corrections des seules observations d'Alger.

La meilleure utilisation de ces observations semble être obtenue en laissant indéterminées les corrections  $\partial \tau$ ,  $\partial \delta_{\zeta}$ ,  $\partial \pi$ . On exprime au moyen de ces dernières les corrections  $\partial \alpha_{\zeta}$ ,  $\partial r$ ,  $\partial R$ , et l'élimination de  $\partial \tau$  conduit définitivement au système

$$\begin{aligned}\partial \alpha_{\zeta} &= + 6'',696 - 0,075 \partial r + 0,285 \partial \delta_{\zeta} + 0,162 \partial \pi, \\ \partial R &= - 0'',006 + 0,749 \partial r + 0,366 \partial \delta_{\zeta} - 0,319 \partial \pi,\end{aligned}$$

équivalent au suivant :

$$\begin{aligned}\partial \alpha_{\zeta} &= + 6'',696 - 0,075 \partial s_0 + 0,285 \partial \delta_{\zeta} + 0,162 \partial \pi, \\ \partial S'_0 &= - 0'',006 + 0,708 \partial s_0 + 0,343 \partial \delta_{\zeta} - 0,557 \partial \pi.\end{aligned}$$

Ces deux systèmes reposent sur les *seules observations d'Alger*. Mais il est possible de fixer ultérieurement les éléments indéterminés de façon à représenter les observations visuelles faites soit à Guelma, soit dans d'autres lieux. A ce sujet il est intéressant de faire la remarque importante suivante. Il existe, en général, une divergence très grande entre les observations de la corde commune et celle des contacts, divergence qui n'existe pas pour nos observations. C'est qu'en effet nous avons été obligés d'introduire une correction d'échelle. Lorsque cette correction est fixée, elle est négative et corrige ainsi implicitement les observations des effets dus au phénomène de la diffraction. Quel que soit le point de vue auquel on se place, on trouve

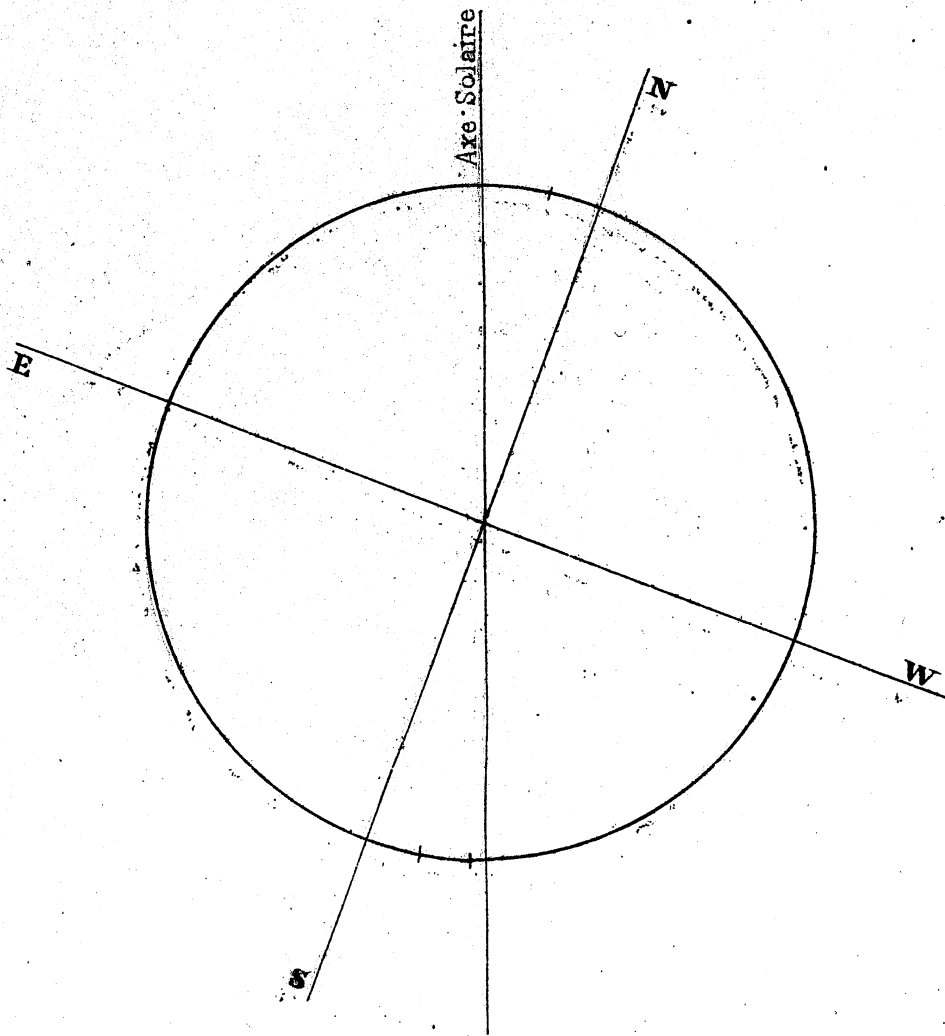
1911AGVP...8C...1R

toujours avec nos observations une valeur négative pour  $\partial R$ . Il n'en est pas ainsi, en général, avec les observations de la corde commune qui conduisent à augmenter le demi-diamètre moyen de Küstner et Battermann, et cela par suite du phénomène de la diffraction qui a pour effet d'accroître les diamètres apparents. La divergence disparaîtrait si l'on avait soin de considérer la valeur du tour de vis, qui sert à faire les mesures de la corde commune, comme simplement approchée et si l'on introduisait une correction d'échelle.

Les neuf épreuves de la planche VI sont des reproductions, avec légère réduction, des clichés 1, 8, 14, 15, 16, 17, 22, 26, 30 obtenus par M. Villatte.

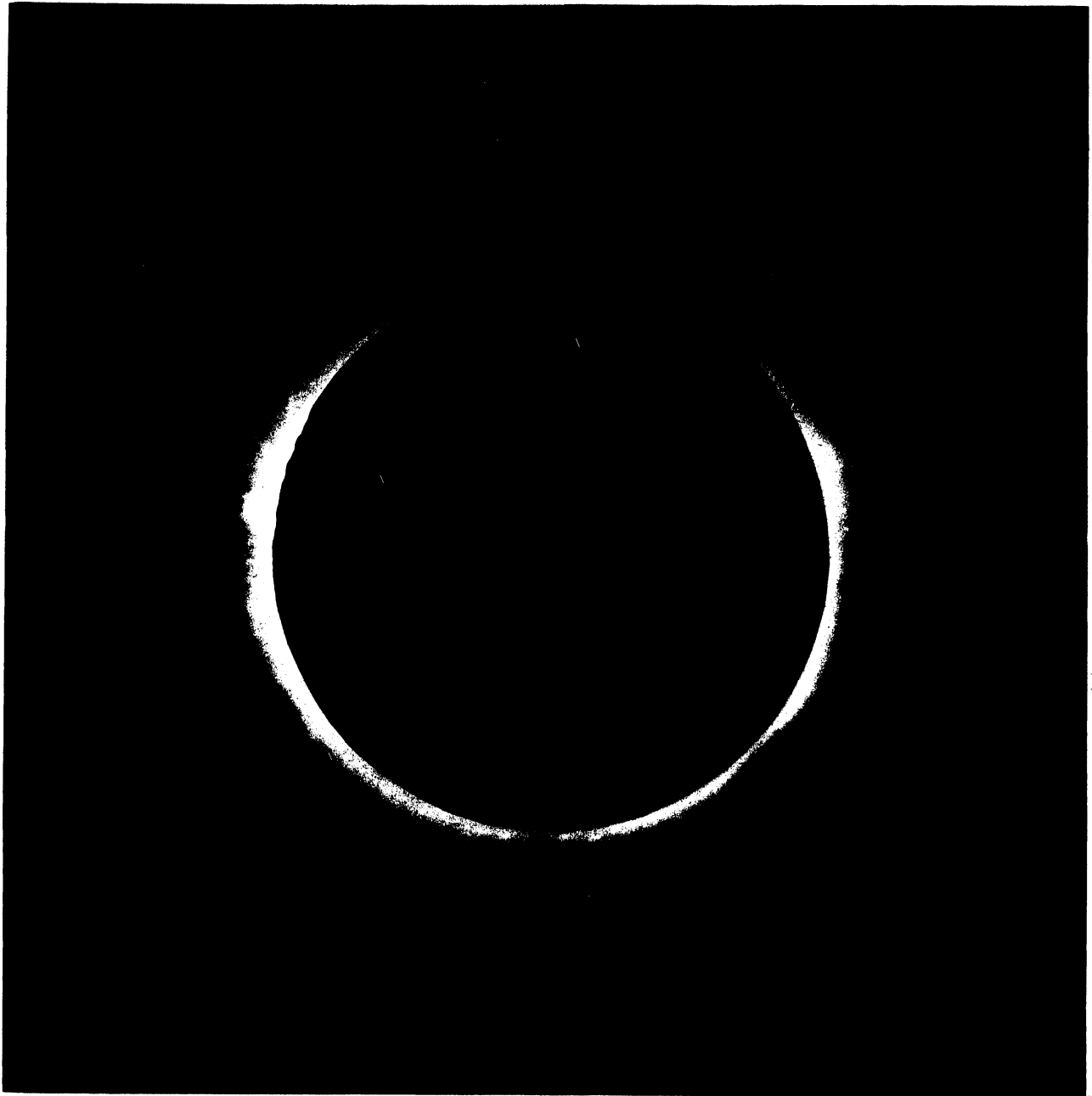
L'intervalle de temps qui sépare la prise des deux clichés 16 et 17 est égal à  $4^m 11^s$ . On remarquera donc, par les épreuves 5 et 6, la rapidité avec laquelle l'angle de position varie à un certain moment.





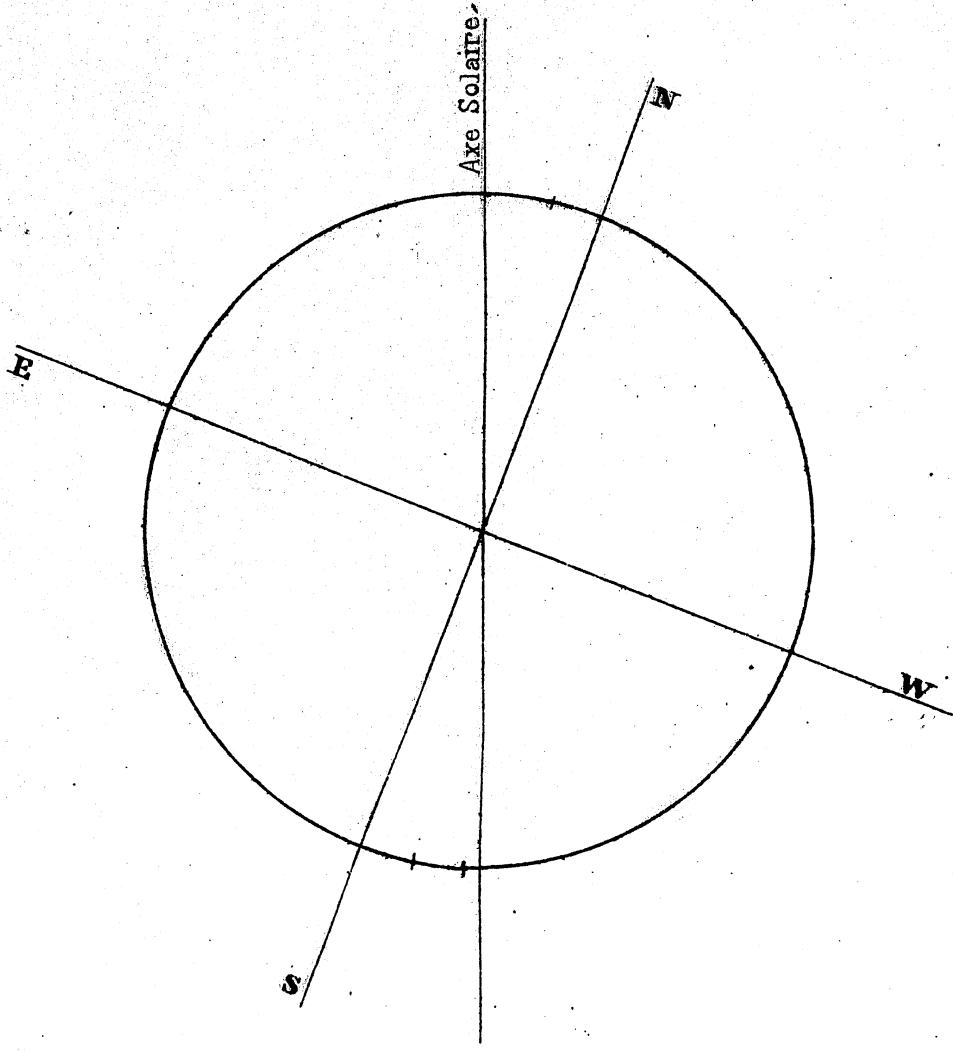
ÉCLIPSE TOTALE DE SOLEIL  
DU 30 AOÛT 1905

Planche I.



*Mission de l'Observatoire d'Alger  
Station de Guelma (Algérie)*

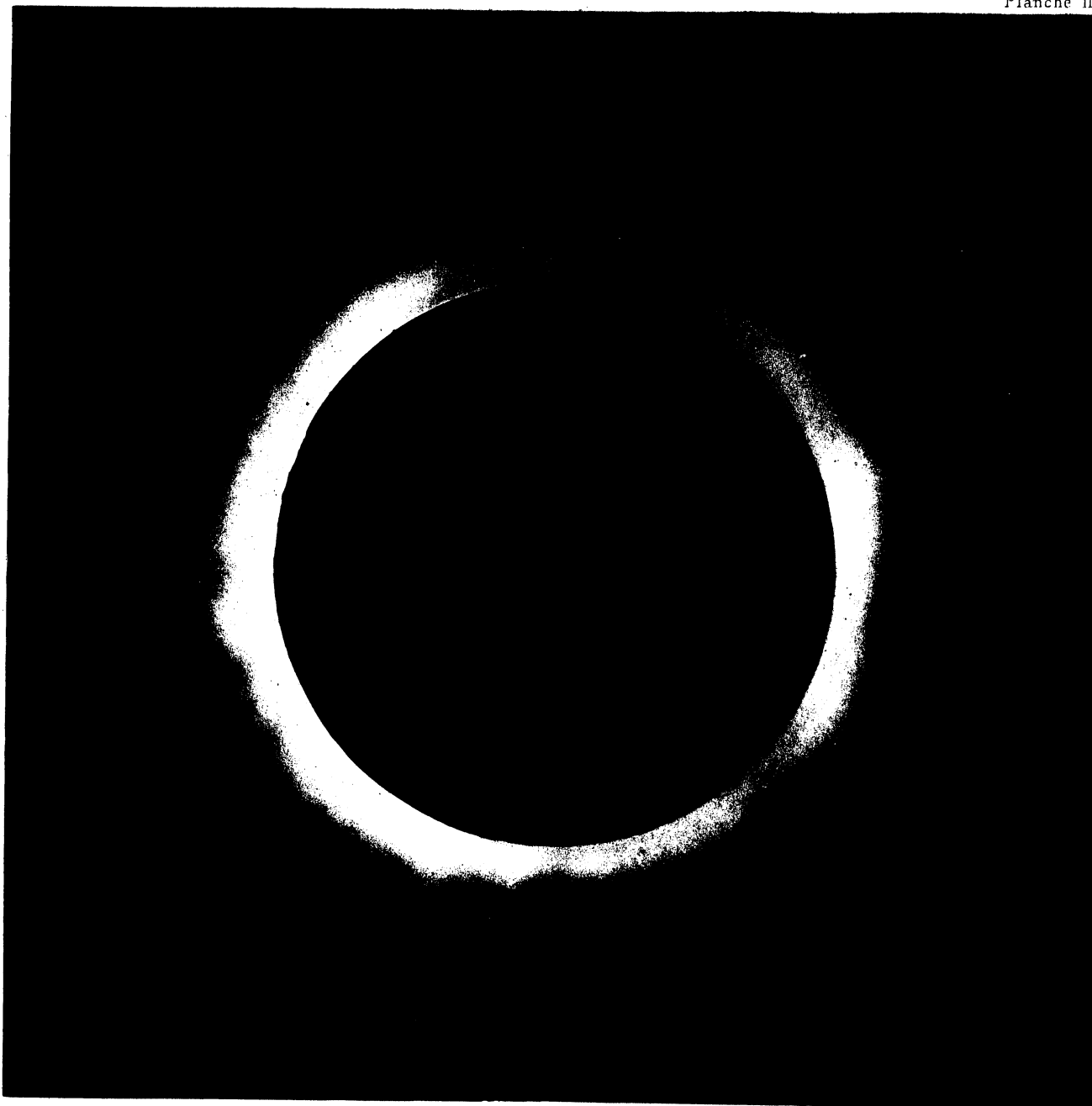
Heloig Schutzenberger Paris.





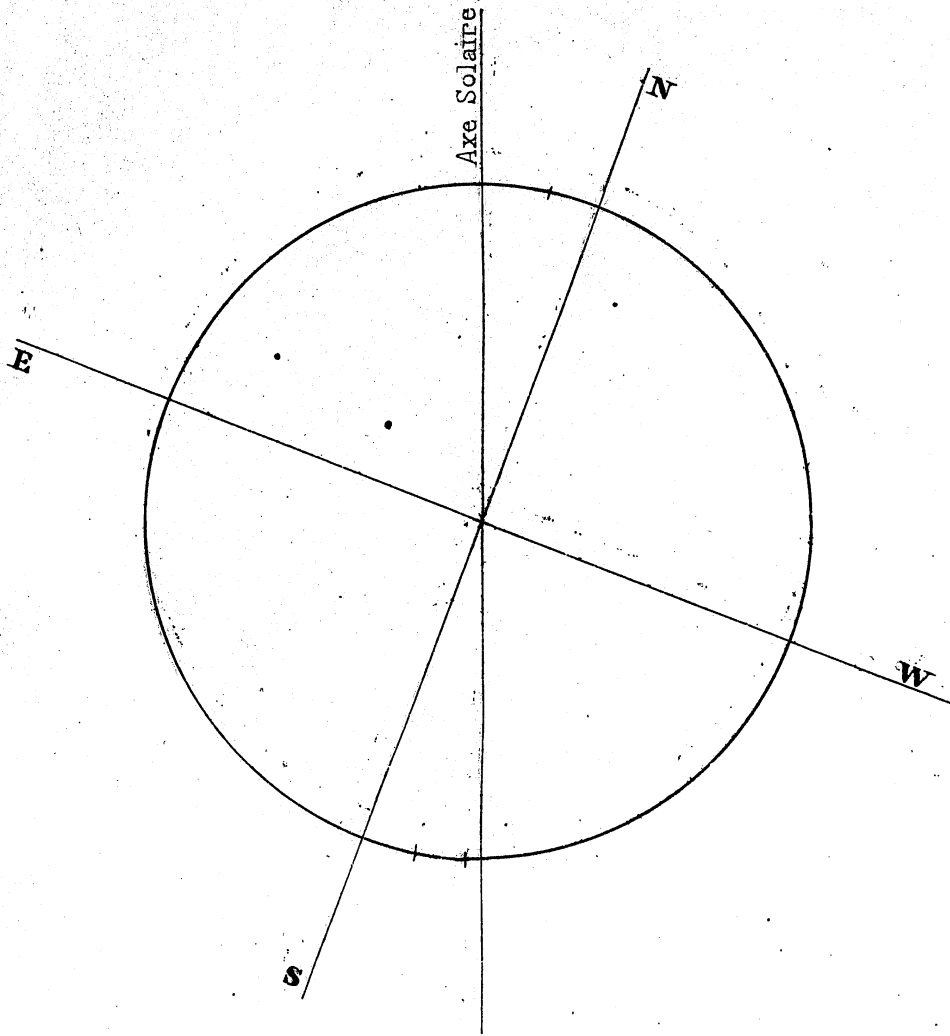
ÉCLIPSE TOTALE DE SOLEIL  
DU 30 AOÛT 1905

Planche II



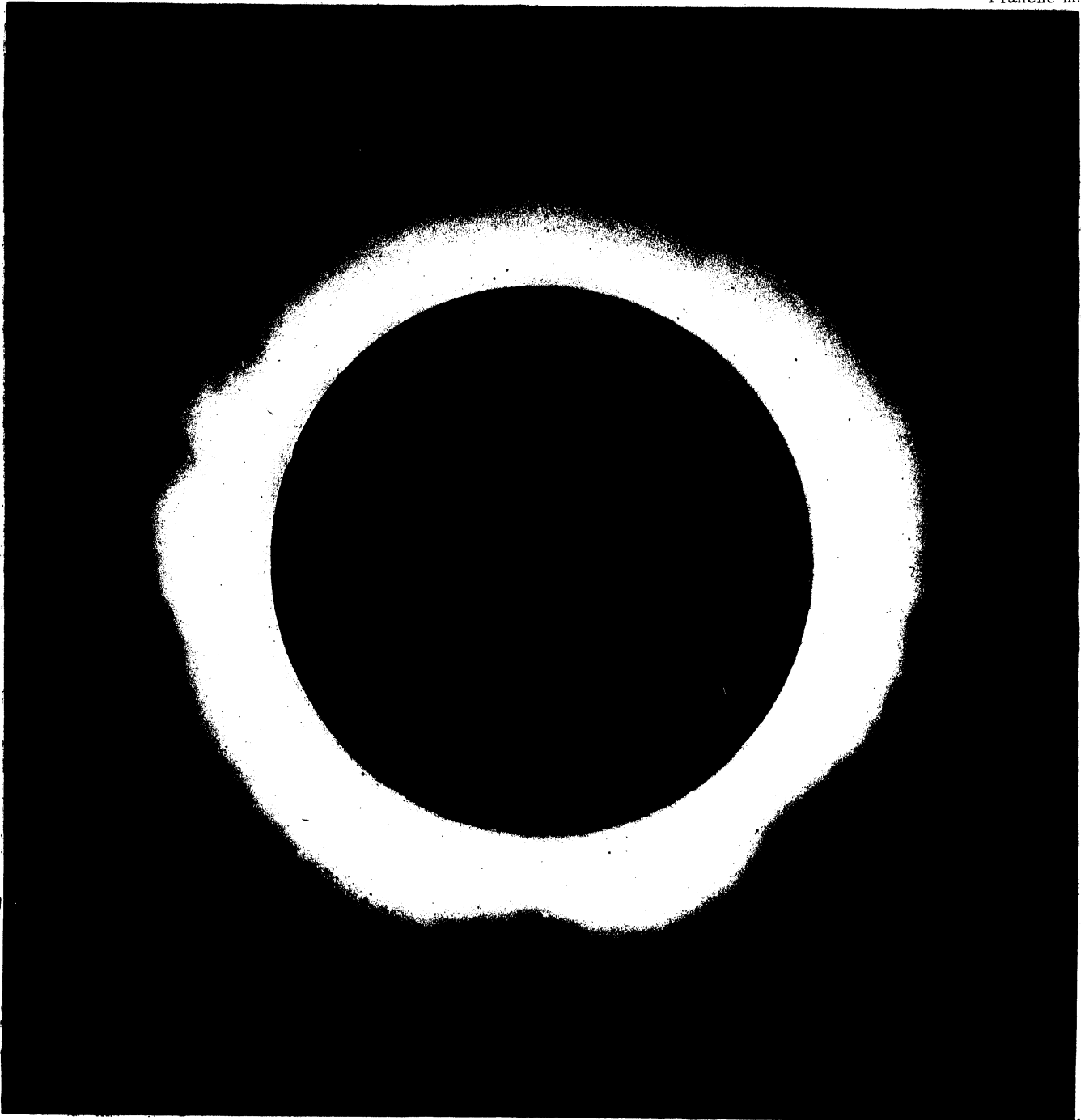
*Mission de l'Observatoire d'Alger  
Station de Cuclma - Algérie*

Heliog Schutzenberger Paris



ÉCLIPSE TOTALE DE SOLEIL  
DU 30 AOÛT 1905

Planche III.

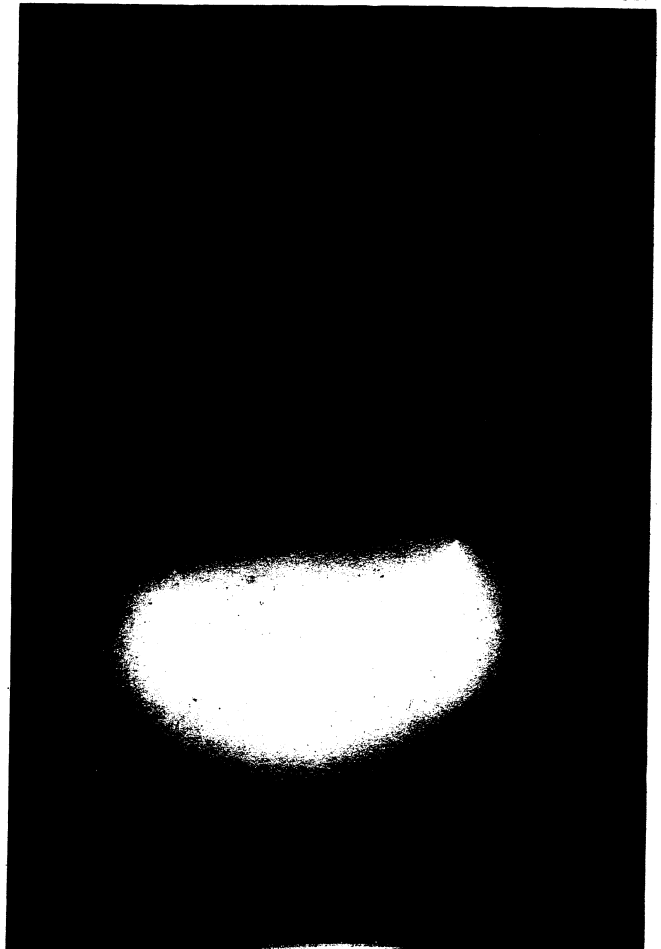
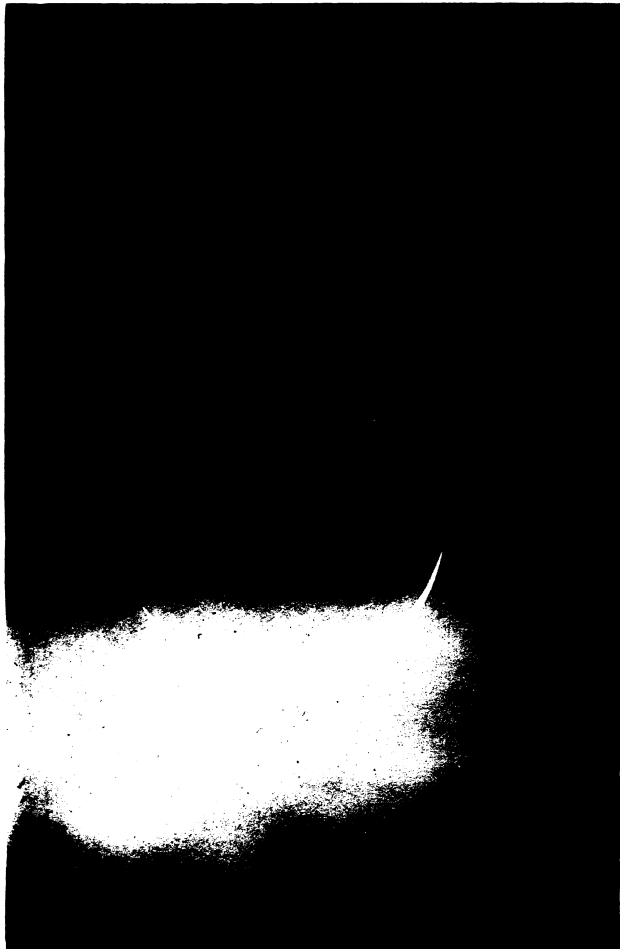


*Mission de l'Observatoire d'Alger  
Station de Guelma - Algérie*

Heliog Schutzenberger Paris

ÉCLIPSE TOTALE DE SOLEIL  
DU 30 AOÛT 1905

Planche IV.

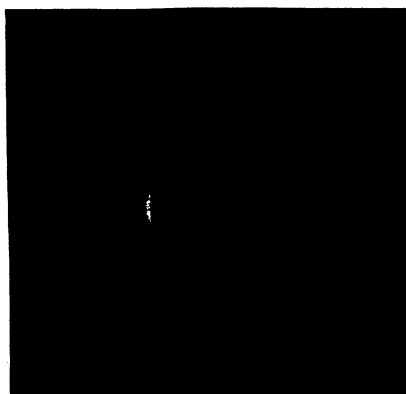


*Mission de l'Observatoire d'Alger*  
*Station de Caslma - Algérie.*  
Hélog Schutzenberger Paris

1911ANGVP...8C...1R

ÉCLIPSE TOTALE DE SOLEIL  
DU 30 AOÛT 1905

Planche V.

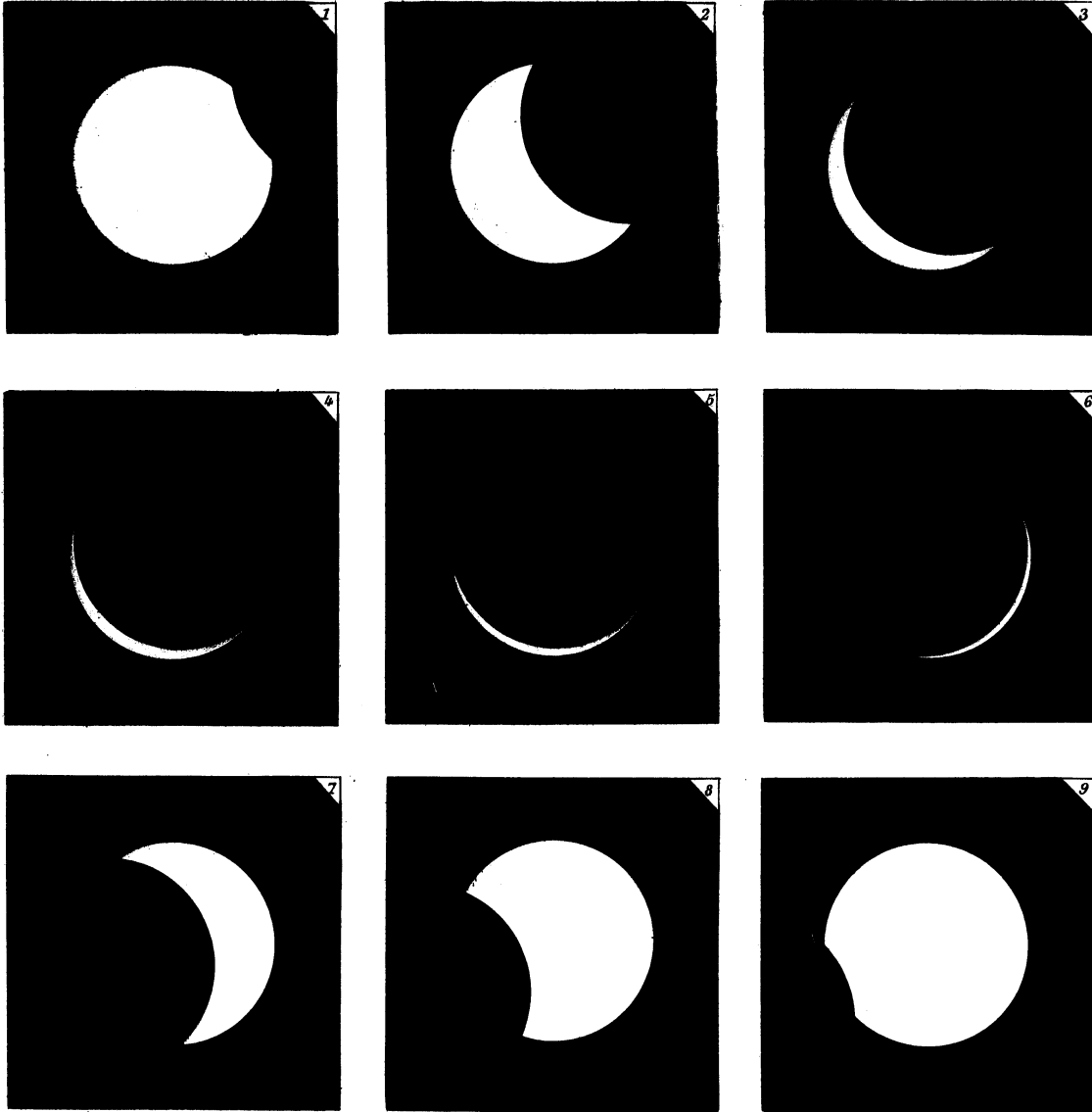


*Mission de l'Observatoire d'Algérie  
Station de Guelma - Algérie*

Hérog. L. Schatzenberger - Paris

ÉCLIPSE TOTALE DE SOLEIL  
DU 30 AOÛT 1905  
OBSERVÉE COMME ÉCLIPSE PARTIELLE À ALGER

Planche VI



*Mission de l'Observatoire d'Alger*  
*Station d'Alger.*

Heliog Schutzenberger Paris