

# ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 3273.

Band 137.

9.

## Ueber das Newton'sche Gravitationsgesetz.

Von *H. Seeliger.*

Wohl Niemand wird daran zweifeln, dass das Newton'sche Gravitationsgesetz die vollkommenste Zusammenfassung aller Erfahrungsthatfachen über die Bewegungen innerhalb unseres Planetensystems ist. Bis in alle Einzelheiten giebt es Rechenschaft und Aufklärung über alle Bewegungsvorgänge und auch die wenigen bisher noch nicht erklärten Anomalien deuten keineswegs mit Nothwendigkeit auf eine Unvollkommenheit desselben hin. Wenn wir so die Gültigkeit des Newton'schen Gesetzes innerhalb unseres Planetensystems als eines der gesichertsten Resultate der theoretischen Astronomie betrachten müssen, so werden wir andererseits nicht ausser Acht lassen dürfen, dass bisher Beobachtungsthatfachen nicht vorliegen, welche seine universelle Gültigkeit verbürgen oder beweisen können. Es wird als zulässiger Analogieschluss zu betrachten sein, wenn wir als wahrscheinlich hinstellen, dass das Anziehungsgesetz unabhängig von der Lage der anziehenden Massen im Raume ist, dass es also innerhalb der vielfachen Sternsysteme, der Sternhaufen ebenso herrscht wie im Planetensystem. An der Zulässigkeit dieser Annahme werden wir auch dann nicht zweifeln, wenn wir erkannt haben, dass die beobachteten Doppelsternbewegungen wenig geeignet sind in sicherer Weise diese Frage zu entscheiden.\*) Ganz anders verhält sich aber die Sache, wenn wir uns die Frage vorlegen, ob das Newton'sche Gesetz auch die Anziehung von Massen genau wiedergiebt, die durch unermesslich grosse Entfernungen von einander getrennt sind. Die Erfahrung giebt hier gar keinen directen Stützpunkt und andererseits ist das Newton'sche Gesetz eine rein empirische Formel, über deren absolute Genauigkeit wir gar nichts wissen. Deshalb ist die Frage erlaubt, ob wir das Newton'sche Gesetz auf unermesslich grosse Räume ausdehnen dürfen, oder ob dieses Verfahren vielleicht auf Widersprüche oder Schwierigkeiten führt. Dahin gehende Ueberlegungen enthalten die folgenden Zeilen.

Der Einfachheit wegen — denn, dass diese Annahme die folgenden Betrachtungen nicht umstösst, ist leicht zu sehen — denken wir uns alle das Universum erfüllenden Körper als Kugeln, deren Dichtigkeit in concentrischen Schichten angeordnet ist. Die Anziehung eines jeden Weltkörpers auf jeden ausserhalb gelegenen Punkt wird dann nicht geändert, wenn man seine Masse zu einer beliebig grossen concentrischen Kugel auseinanderzieht und nur eine concentrisch angeordnete, aber sonst beliebige Dichtigkeit der Masse beibehält. Erforderlich ist dabei, dass auch der

angezogene Punkt ausserhalb der grösseren Kugel liegt und die Gesamtmasse ungeändert bleibt, weshalb die erwähnte Substitution auf unendlich viele Arten ausgeführt werden kann. Hat die grosse Kugel einen endlichen, wenn auch noch so grossen Durchmesser, so kann ihre Massendichtigkeit an allen Stellen als endlich betrachtet werden. Führt man den genannten Prozess für alle Weltkörper in passender Weise aus, so wird die Anziehung, welche irgend ein Punkt *A* erfährt, gleich sein der Anziehung eines überall mit Masse von endlicher Dichtigkeit  $\delta$  erfüllten Raumes. Derselbe wird nach aussen hin alle in Betracht gezogenen Weltkörper und nach innen zu den Punkt *A* allseitig umschliessen. Der innere Hohlraum enthält keine Masse. Es soll nun das Potential dieser Massenvertheilung auf *A* berechnet werden. In unmittelbarer Nähe von *A* liege der Coordinatenanfang *O*. Es sei ferner  $\rho$  und  $r$  die Entfernung eines Massenelements  $dm$  von *A* und *O*,  $\gamma$  der Winkel *A**O* $dm$  und  $\varphi$  der Winkel, den die Ebene *A**O* $dm$  mit einer festen durch *A**O* gehenden Ebene bildet. Wird dann noch die Attractionsconstante gleich 1 gesetzt, so ist

$$V = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \gamma \, d\gamma \int_{R_0}^{R_1} \frac{\delta r^2 \, dr}{\rho}.$$

$R_0$  und  $R_1$  sind die Werthe von  $r$ , welche die innere und äussere Begrenzung des mit Masse erfüllten Raumes definiren. Setzt man noch  $AO = a$  und entwickelt man, weil  $\frac{a}{r}$  unter allen Umständen ein kleiner Bruch ist, nach Potenzen dieses Bruches, so ist

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{r^n} P^n(\cos \gamma)$$

wo  $P^n$  die bekannte Laplace-Legendre'sche Kugelfunction ist. Hiermit wird

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\gamma \sin \gamma \cdot P^n(\cos \gamma) \int_{R_0}^{R_1} dr \cdot \frac{\delta}{r^{n-1}}$$

Und für  $a = 0$  ergiebt sich:

\*) Vergleiche hierüber meine 2. Abhandlung über  $\zeta$  Cancri, S. 9.

$$\left. \begin{aligned}
 V &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\gamma \sin \gamma \cdot \int_{R_0}^{R_1} dr \cdot r \cdot \delta \\
 X &= \frac{\partial V}{\partial a} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\gamma \sin \gamma P^1(\cos \gamma) \int_{R_0}^{R_1} dr \cdot \delta \\
 Z &= \frac{\partial^2 V}{\partial a^2} = 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\gamma \sin \gamma P^2(\cos \gamma) \cdot \int_{R_0}^{R_1} \frac{dr}{r} \cdot \delta
 \end{aligned} \right\} (1)$$

$\frac{\partial V}{\partial a} = X$  ist die Beschleunigung, welche der angezogene Punkt in der Richtung  $a$  erfährt. Denkt man sich eine kleine ausgedehnte Masse der Anziehung ausgesetzt, so ist  $\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} \Delta a$  die Beschleunigung, mit welcher 2 Punkte in der sehr kleinen gegenseitigen Entfernung  $\Delta a$  in dieser Richtung sich von einander zu entfernen scheinen. Man kann sagen, die Masse erfährt in der Richtung  $a$  eine Zerrung  $= Z$ .

$R_0$  ist stets eine endliche Grösse. Wird nun die Wirkung eines endlichen Theiles des Weltraumes in Betracht gezogen, so ist auch  $R_1$  eine endliche Grösse. Gleiches gilt dann auch von  $V$ ,  $X$  und  $Z$  und die Bedingungen, dass  $X$  oder  $Z$  z. B. Null werden, lassen sich leicht aus den Gleichungen ablesen. Für das ganze Weltall wird nun zunächst — wenn wir nicht zu sehr wenig angemessenen Vorstellungen unsere Zuflucht nehmen wollen —  $R_1$  unendlich gross zu setzen sein. Wenn dann  $\delta$  eine endliche Grösse für unendlich grosse Bezirke ist, dann werden im Allgemeinen  $X$  und  $Z$  völlig unbestimmt, so lange man über die Art, wie man von endlichen Werthen  $R_1$  zu den unendlich grossen gelangt, keine bestimmte Voraussetzung macht. Beide Grössen können also ebenso gut unendlich werden, wie endlich bleiben. Mit andern Worten  $X$  und  $Z$  werden völlig unbestimmt und können unendlich werden, wenn die Massendichtigkeit  $\delta$  innerhalb unendlich grosser Raumtheile endlich ist. Man kann unendlich viele Massenvertheilungen angeben, bei welchen innerhalb endlicher oder unendlich grosser Strecken die Beschleunigung  $X$ , also auch die Geschwindigkeit und ebenso die Zerrung unendlich gross wird. Zugleich ergibt die Betrachtung der Ausdrücke (1), dass unter den gegebenen Annahmen unendlich entfernte Raumtheile die Bewegung und infolge der Zerrung auch die Beschaffenheit der Materie in einem bestimmten Punkte bestimmen. Da für uns aber die Massenvertheilung unendlich entfernter Raumtheile unerforschbar ist, wären es auch die mechanischen Zustände der Materie in jedem Punkte.

Um diese Verhältnisse ganz klar zu übersehen, wird es sich empfehlen einfache Beispiele zu betrachten. Nehmen wir in natürlich völlig willkürlicher Weise zunächst an, dass der Raum continuirlich mit Masse von der homogenen Dichtigkeit  $\delta$  erfüllt sei und ferner, dass wir uns den Raum als eine Kugel mit unendlich grossem Radius vorzustellen haben. Hiermit wäre in mechanischer Beziehung die Unbestimmtheit der Sachlage noch nicht behoben, wir müssen

auch noch die Entfernung  $r$  des angezogenen Punktes vom Mittelpunkt der Kugel angeben können. Dann erfährt der Punkt eine Beschleunigung nach dem Mittelpunkt der Kugel hin, welche proportional mit  $r\delta$  ist. Diese Beschleunigung hat also im Weltraume alle Werthe von Null bis unendlich. Die Zerrung bleibt dagegen überall endlich und ist proportional mit  $\delta$ . Zweitens stellen wir uns einen Kegel von beliebiger, aber sehr kleiner Oeffnung  $\omega$  vor. Derselbe sei mit Masse von der Dichtigkeit  $\delta$  erfüllt, wobei  $\delta$  nur eine Function der Entfernung  $r$  von der Spitze  $O$  des Kegels sein mag. Nennen wir  $a$  die Entfernung des angezogenen Punktes von  $O$  und  $\gamma$  den Winkel, den diese Richtung mit der Kegelaxe bildet, so werden die Componenten der Anziehung in der Richtung der Axe ( $X$ ) und senkrecht darauf ( $Y$ ) durch Verkleinerung von  $a$  und  $\omega$  mit beliebiger Annäherung dargestellt werden durch die Formeln:

$$\begin{aligned}
 X &= \omega \int_{R_0}^{R_1} \delta \cdot dr \left( 1 + \frac{2a}{r} \cos \gamma \right) \\
 Y &= -\omega \int_{R_0}^{R_1} \delta dr \cdot \frac{a}{r} \sin \gamma
 \end{aligned}$$

wobei  $R_0$  und  $R_1$  die Begrenzungen des mit Masse erfüllten Kegelstumpfes sind. Hier wird also die Anziehung unendlich gross, wenn es  $R_1$  ist; aber auch die Zerrung:

$$Z = 2\omega \int_{R_0}^{R_1} \delta \frac{dr}{r}$$

in der Richtung der Axe wird unbegrenzt gross. Denken wir uns weiter auch den zweiten Theil des Doppelkegels genau in derselben Weise mit Masse belegt, so wird z. B. für  $a = 0$ ,  $X$  zunächst ganz unbestimmt, da es die Form  $\infty - \infty$  annimmt und wir können diesem Ausdruck jeden beliebigen Werth dadurch ertheilen, dass wir die Ausdehnung des einen Kegels ins Unendliche von der des andern in passender Weise abhängig sein lassen. Nimmt man an, dass beide Kegel stets gleich gross sind, so wird die Componente  $X = 0$ . Der angezogene Punkt befindet sich dann in einer Art unendlich instabilen Gleichgewichts. Die Zerrung wird aber doppelt so gross, wie im früheren Falle, also für  $R_1 = \infty$  ebenfalls unendlich gross und die Materie könnte in der Nähe der Kegelspitze gar nicht bestehen.

Aus solchen einfachen und nahe liegenden Beispielen ergibt sich jedenfalls, dass durchaus mögliche und vorstellbare Annahmen zu ganz unmöglichen oder undenkbar Consequenzen führen. Man wird solche Vorkommnisse bei einem allgemein gültigen Gesetze aber wohl kaum als zulässig erachten dürfen und deshalb schliessen müssen, dass das Newton'sche Gesetz auf das unermesslich ausgedehnte Universum angewandt auf unüberwindliche Schwierigkeiten und unlösbare Widersprüche führt, wenn man die im Weltall verstreute Materie als unendlich gross ansieht.

Es wird deshalb nothwendiger Weise zwischen den beiden Annahmen eine Wahl zu treffen sein: 1) die Gesamtmasse des Weltalls ist unermesslich gross, dann kann

das Newton'sche Gesetz nicht als mathematisch strenger Ausdruck für die herrschenden Anziehungskräfte gelten, das Newton'sche Gesetz ist absolut genau, dann muss die Gesamtmaterie des Weltalls endlich sein oder genauer ausgedrückt, es dürfen nicht unendlich grosse Theile des Raumes mit Masse von endlicher Dichtigkeit erfüllt sein. Bekanntlich wird die Frage, ob die Gesamtmaterie endlich oder unendlich gross ist, in verschiedenem Sinne beantwortet und ich werde gewiss nicht beanspruchen eine Entscheidung in dieser viel besprochenen Frage herbeizuführen, wenn ich meine Ansicht dahin ausspreche, dass ein absolut leerer oder mit unendlich dünner Materie erfüllter Raum überhaupt nicht vorstellbar ist. Indessen kann die vorliegende Frage auch noch von einer anderen Seite betrachtet werden. Man mag dieselbe betrachten, wie man will, immer wird es misslich sein von ihrer Beantwortung eine Beurtheilung der Grundlagen der Mechanik des Himmels abhängig zu machen, und vom naturwissenschaftlichen Standpunkt wird ohne Zweifel jene Ansicht als zweckmässiger, also auch als richtiger zu betrachten sein, welche ganz unabhängig von metaphysischen Speculationen ist.

Nun ist weiter das Newton'sche Gesetz eine rein empirische Formel, deren Genauigkeit als eine absolute anzunehmen eine neue und durch nichts gestützte Hypothese wäre. Man wird deshalb, glaube ich, nicht zweifelhaft sein können, dass man richtig handelt, wenn man die absolute Genauigkeit des Newton'schen Gesetzes nicht anerkennt, vielmehr annimmt, dasselbe habe solche Ergänzungsglieder zu erhalten, dass die erörterten Schwierigkeiten von selbst fortfallen, andererseits aber selbstverständlich den in unserem Planetensystem beobachteten Thatsachen entsprochen wird. Durch diese Gesichtspunkte sind natürlich die nöthigen Ergänzungsglieder keineswegs bestimmt und es giebt unendlich viele zulässige Annahmen. Mehr um ein Beispiel zu erwähnen, als um ein Resultat tieferer Einsichten vorzubringen, soll eine passende Annahme erwähnt werden. Die Ansicht, dass die Gravitation eine unvermittelt wirkende Fernkraft ist, kann gegenwärtig nicht mehr aufrecht erhalten werden. Nimmt man aber ein die Anziehung vermittelndes Medium an, so wird man die Möglichkeit der Nothwendigkeit einer Correctur, die aus dieser Quelle stammt, zugeben müssen. Diese Correctur ist vorläufig noch gänzlich unbekannt. Es wird aber nicht als widersinnig gelten dürfen, wenn man, ohne damit der Erweiterung unserer Kenntnisse vorzugreifen, eine der vielen bestehenden Analogien der Anziehungskräfte mit anderen Agentien, nämlich die mit dem Lichte, ganz allein und zwar beispielsweise nur, in Betracht zieht. Man hätte dann an eine Art Absorption zu denken, welche die Gravitation im Raume erfährt. Ob diese Absorption allein durch das vermittelnde Medium selbst, etwa infolge unvoll-

kommener Elasticität oder dergleichen, oder auch durch zwischenliegende Massen erfolgt, wird vorderhand besser unerörtert bleiben. Die letztere Annahme ist, wenn auch etwas ungewohnt, indessen doch nicht ohne Weiteres zurückzuweisen. Danach müsste also die Anziehung, welche zwei Massen auf einander ausüben, durch das Zwischentreten einer dritten Masse beeinflusst und zwar verkleinert werden. So müsste also z. B. die Anziehung der Sonne auf den Mond, während einer totalen Mondfinsterniss kleiner sein als sie sonst wäre. Ob ein solcher Einfluss, der selbstverständlich nur sehr klein sein kann, nachweisbar ist oder nicht, kann ohne sehr eingehende Untersuchungen nicht behauptet werden.

Die einfachste Formel, welche eine Absorption berücksichtigt, erhält man, wenn man dem Newton'schen Gesetze  $\frac{k^2 m m'}{r^2}$  den Factor  $e^{-\lambda r}$  hinzufügt, wo  $e$  die Basis des natürlichen Logarithmensystems ist.  $\lambda$  wird nicht eine Constante zu sein brauchen, aber sie soll als solche gelten. Die Anziehungskraft  $A$  wird also ausgedrückt durch

$$A = k^2 m m' \cdot \frac{e^{-\lambda r}}{r^2} \quad (2)$$

Es ist ersichtlich, dass man  $\lambda$  stets so klein wählen kann, dass innerhalb unseres Planetensystems mit beliebiger Annäherung das Newton'sche Gesetz hervorgeht. Andererseits sind die oben erwähnten Schwierigkeiten vollkommen verschwunden, denn die Integrale

$$\int_{R_0}^{R_1} \delta e^{-\lambda r} r dr, \quad \int_{R_0}^{R_1} \delta \cdot e^{-\lambda r} dr, \quad \int_{R_0}^{R_1} \delta \frac{e^{-\lambda r}}{r} dr$$

haben endliche Werthe und die Ausdrücke unter den Integralzeichen werden für  $r = \infty$  unendlich klein, so dass also der Zustand und die Bewegung der Materie in der Hauptsache nicht mehr durch unendlich entfernte Raumtheile bestimmt wird.

Bei nicht zu kleinen Werthen von  $\lambda$  aber giebt (2) für die Planetenbewegungen Anlass zu Abweichungen von der Kepler'schen Bewegung, die merkbar werden können. Die Kepler'sche Bewegung erscheint durch eine im Radiusvector wirkende Kraft  $R$  gestört, welche bei kleinem  $\lambda$  gesetzt werden kann

$$R = + \mu \frac{\lambda}{r} \quad (3)$$

wenn zur Abkürzung  $\mu = k^2 (1 + m)$  gesetzt wird. Führt man in die bekannten Ausdrücke für die Variation der elliptischen Elemente ( $e$  Excentricität,  $a$  grosse Halbaxe,  $\chi$  Länge des Perihels) die wahre Anomalie  $v$  an Stelle der Zeit ein, so hat man für eine beliebige störende Kraft  $R$

$$\frac{de}{dv} = \frac{R r^2 \sin v}{\mu}, \quad \frac{1}{a} \frac{da}{dv} = \frac{2e R r^2 \sin v}{\mu (1 - e^2)}, \quad e \frac{d\chi}{dv} = - \frac{R r^2 \cos v}{\mu}$$

Von der Veränderung der mittleren Länge mag hier abgesehen werden. Man sieht nun auf den ersten Blick, dass mit Rücksicht auf (3) saeculare Glieder der ersten Ordnung nur in  $\chi$  entstehen können und da die periodischen Störungen für so kleine  $\lambda$ , als hier in Betracht kommen,

ganz unerheblich sind, hat man nur die Veränderung der Perihellänge nach der Formel

$$e \frac{d\chi}{dv} = - \lambda r \cos v = - \frac{\lambda a (1 - e^2) \cos v}{1 + e \cos v}$$

zu berücksichtigen. Die Integration dieser Gleichung wäre sehr leicht hinzuschreiben. Für Zwecke der beabsichtigten Ueberschlagsrechnung genügt es, nur die erste Potenz von  $e$  mitzunehmen und dann findet sich:

$$e(\chi - \chi_0) = \frac{\lambda a e}{2} v - \lambda a \sin v + \frac{\lambda a}{4} e \sin 2v$$

und der saeculare Theil hiervon ist  $\frac{\lambda a e}{2} v$ ; nennt man noch  $n$  die mittlere Bewegung, so ist bei Vernachlässigung der Excentricität  $v = nt$  und man hat also für den saecularen Theil  $\Delta\chi$  der Veränderung der Perihellänge während der Zeit  $\Delta t$ :

$$\Delta\chi = + \frac{\lambda a n}{2} \Delta t.$$

Bekanntlich ist eine solche Vorwärtsbewegung des Perihels des Mercur constatirt worden. Nach Leverrier bleiben die anderen Elemente unverändert dem Newton'schen Gesetze gemäss. Diese Thatsache würde also vollkommen den Folgerungen aus der Formel (2) entsprechen. Indessen dürfte das Leverrier'sche Resultat noch nicht ganz widerspruchlos feststehen und eine vor wenigen Tagen erscheinende Notiz des Herrn Newcomb\*) stellt Beweise dafür in Aussicht, dass auch noch andere empirische Glieder im Planetensystem erforderlich sind. Behalten wir indessen vorerst das Resultat Leverrier's bei, so müsste  $\Delta\chi = 40''$  im Jahrhundert gesetzt werden. Daraus folgt  $\lambda = 0.00000038$ . Hiermit ergeben sich nun aber auch saeculare Bewegungen der Perihellängen der übrigen Planeten und zwar für Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Neptun der Reihe nach  $29''$ ,  $24''$ ,  $20''$ ,  $11''$ ,  $8''$ ,  $5''$  im Jahrhundert, während für den Mond nur  $0.9''$  folgt. Bei der Frage, ob solche Beträge sich nicht in den Beobachtungen hätten zeigen müssen, wird man nicht vergessen dürfen, dass in den heliocentrischen Planeten-örtern die Perihelbewegung nur mit Grössen von der Ordnung der Excentricität multiplicirt auftritt und die um eine constante Grösse veränderte mittlere Bewegung aus den Beobachtungen direct bestimmt wird. Hieraus folgt, dass

München 1894 November.

\*) Astronomical Journal No. 327.

†) Astronomical Journal No. 319.

eine genaue Betrachtung der Marsbewegung in dieser Richtung noch am leichtesten Aufschluss geben wird darüber, ob ähnliche Beträge, wie die obigen, zulässig sind oder nicht. Doch werden voraussichtlich die eingehenden und mit grossen Mitteln ausgeführten Untersuchungen des Herrn Newcomb über die Bewegungen der inneren Planeten recht bald über diese und ähnliche Fragen die Entscheidung bringen, weshalb es nutzlos wäre, diesen Gegenstand näher zu besprechen. Auch berühren die zu erwartenden Resultate nur ganz oberflächlich den Gegenstand dieses Aufsatzes, denn für diesen ist es schliesslich nur ein interessantes Zusammentreffen, dass die ohne tiefere Begründung aufgestellte Formel (2) die Bewegung des Mercurperihels formell erklärt. Liesse sich die Anomalie in der Mercurbewegung nicht durch eine Abänderung des Anziehungsgesetzes erklären, so würde das im Sinne der Formel (2) nur bedeuten, dass die Grösse  $\lambda$  viel kleiner ist, als oben auf Grundlage der Leverrier'schen Ansicht berechnet worden ist.

Vor kurzem hat Herr A. Hall †) in der Absicht, die Perihelbewegung des Mercur zu erklären, eine andere Modification des Newton'schen Gesetzes vorgeschlagen. Er nimmt an, dass an Stelle von  $r^2$  im Ausdrucke dieses Gesetzes  $r^{\alpha+2}$  zu setzen sei und findet

$$\alpha = 0.00000016$$

Diese Annahme involvirt bei den übrigen Planeten ebenfalls saeculare Perihelbewegungen und zwar bei Venus  $17''$ , Erde  $10''$  und beim Mond  $139''$ . Diese an sich interessante Modification des Newton'schen Gesetzes ist aber nicht geeignet, die oben erwähnten Schwierigkeiten zu beheben. Denn an die Stelle der Integrale in Bezug auf  $r$  in den drei Ausdrücken (1) treten nun für die Formel des Herrn Hall die Integrale:

$$\int_{R_0}^{R_1} \delta r^{1-\alpha} dr; \quad \int_{R_0}^{R_1} \delta \frac{dr}{r^\alpha}; \quad \int_{R_0}^{R_1} \delta \frac{dr}{r^{1+\alpha}}$$

und die beiden ersten werden, wie beim Newton'schen Gesetze, für unendlich grosse  $R_1$  unendlich gross.

H. Seeliger.

## Bemerkungen über die Vertheilung der Sterne im Raume.

Von H. Seeliger.

Wenn man auch noch keine detaillirte Kenntniss über die räumliche Vertheilung der Fixsterne hat, so ist doch gewiss, dass die einzelnen Sterne durch sehr grosse Entfernungen von einander getrennt sind, dass also die in ihnen concentrirte Masse sehr sparsam im Weltraume verstreut ist. Versuchen wir die in dieser Richtung bestehenden Verhältnisse anschaulicher zu machen, so wird es genügen, wenigstens um den mittleren Zustand der näheren Umgebung des Sonnensystems kennen zu lernen, eine gleichförmige Vertheilung der Massen anzunehmen. Wir betrachten eine

Kugel, welche alle Sterne bis incl. 6. Grösse umschliesst. Wir werden dann voraussichtlich eine zu dichte Massenvertheilung erhalten, wenn wir die Zahl der genannten Sterne zu 6000 und die Parallaxe der Sterne 6. Grösse — nach C. A. F. Peters — zu  $0.02$  annehmen. Die photometrischen Beobachtungen an der Sonne und den Fixsternen in Verbindung mit den bekannten Parallaxenwerthen geben mit ziemlicher Bestimmtheit zu erkennen, dass die Sonne ein Stern ist, dessen Leuchtkraft unter dem Mittel liegt. Hieraus lässt sich nicht ohne Weiteres schliessen, dass auch ihre